

Формула Бернулли

Формулировка теоремы

Формула Бернулли — формула в теории вероятностей, позволяющая находить вероятность появления события A при независимых испытаниях. Формула Бернулли позволяет избавиться от большого числа вычислений — сложения и умножения вероятностей — при достаточно большом количестве испытаний.

T

Если Вероятность p наступления события A в каждом испытании постоянна, то вероятность $P_n(k)$ того, что событие A наступит k раз в n независимых испытаниях, равна:

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

Пример использования формулы

Берну́лль акции корпорации ABC поднимаются в цене или падают в цене на один пункт с вероятностями соответственно 0,75 и 0,25. Найти вероятность того, что акции после шести дней вернутся к своей первоначальной цене. Принять условие, что изменения цены акции вверх и вниз – независимые события.

РЕШЕНИЕ:

Для того, чтобы акции вернулись за 6 дней к своей первоначальной цене, нужно, чтобы за это время они 3 раза поднялись в цене и три раза опустились в цене.

Искомая вероятность рассчитывается по формуле Бернулли

$$P_6(3) = C_6^3 \cdot (3/4)^3 \cdot (1/4)^3 = 0,13$$

Проверь

себя

В урне 20 белых и 10 черных шаров. Вынули подряд 4 шара, причем каждый вынутый шар возвращают в урну перед извлечением следующего и шары в урне перемешивают. Какова вероятность того, что из четырех вынутых шаров окажется два белых?

ОТВЕТ: 8/27

РЕШЕНИЕ:

Аудитор обнаруживает финансовые нарушения у проверяемой фирмы с вероятностью 0,9. Найти вероятность того, что среди 4 фирм-нарушителей будет выявлено больше половины.

ОТВЕТ: 0,9477

РЕШЕНИЕ:

Игральный кубик бросается 3 раза. Какова вероятность того, что в этой серии испытаний 6 очков появятся ровно 2 раза?

ОТВЕТ: 0,01389

РЕШЕНИЕ:

Проверь себя

Монета бросается 6 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет не более, чем 2 раза.

ОТВЕТ: 0,344

РЕШЕНИЕ:

Пусть всхожесть семян пшеницы составляет 90%. Чему равна вероятность того, что из 7 посеянных семян взойдут 5?

ОТВЕТ: 0,124

РЕШЕНИЕ:

РЕШЕНИЕ

Вероятность извлечения белого шара

$$p=20/30=2/3$$

можно считать одной и той же во всех
испытаниях;

$$1-p=1/3$$

Используя формулу Бернулли, получаем

$$P_4(2) = C_4^2 \cdot p^2 \cdot (1-p)^2 = (12/2) \cdot (2/3)^2 \cdot (1/3)^2 = 8/27$$

РЕШЕНИЕ

Событие состоит в том, что из 4 фирм-нарушителей будет выявлено три или четыре, т.е.

$$P(A) = P_4(3) + P_4(4)$$

$$P(A) = C_4^3 0,9^3 \cdot 0,1 + C_4^4 0,9^4 = 0,9^3 (0,4 + 0,9) = 0,9477$$

РЕШЕНИЕ

Пусть A - появление 6 очков в одном испытании. Событие A в каждом из четырех независимых испытаний может произойти, а может и не произойти.

Известно, что $p = P(A) = 1/6$

Тогда, согласно формуле Бернулли получим

$$P_3(2) = C_3^2 (1/6)^2 (1 - 1/6)^{3-2} = 3 \cdot 1/36 \cdot 5/6 = 3/216 \approx 0,01389$$

РЕШЕНИЕ

Искомая вероятность равна сумме вероятностей трех событий, состоящих в том, что герб не выпадет ни разу, либо один раз, либо два раза:

$$P(A) = P_6(0) + P_6(1) + P_6(2)$$

$$P(A) = C_6^0 (1/2)^0 (1/2)^6 + C_6^1 (1/2)^1 (1/2)^5 + C_6^2 (1/2)^2 (1/2)^4 = 0,344$$

РЕШЕНИЕ

Известно, что $P=0,9$, по формуле Бернулли рассчитаем искомую вероятность:

$$P_7(5) = C_7^5 \cdot 0,9^5 \cdot (1-0,9)^2 = 21 \cdot 0,59049 \cdot 0,01 = 0,124$$