Формула Бернулли

Формулировка теоремы

***Формула Бернулли** — формула в теории вероятностей, позволяющая находить вероятность появления события А при независимых испытаниях. Формула Бернулли позволяет избавиться от большого числа вычислений — сложения и умножения вероятностей — при достаточно большом количестве испытаний.*

Т

Если Вероятность ***p*** наступления события ***A*** в каждом испытании постоянна, то вероятность $P_n(k)$ того, что событие ***A*** наступит ***k*** раз в ***n*** независимых испытаниях, равна:

$$P_n(k)=C^k_n\, p^k(1-p)^{n-k}$$

Пример использования формулы Бернулли

Каждый день акции корпорации ABC поднимаются в цене или падают в цене на один пункт с вероятностями соответственно 0,75 и 0,25. Найти вероятность того, что акции после шести дней вернутся к своей первоначальной цене. Принять условие, что изменения цены акции вверх и вниз – независимые события.

РЕШЕНИЕ:

Для того, чтобы акции вернулись за 6 дней к своей первоначальной цене, нужно, чтобы за это время они 3 раза поднялись в цене и три раза опустились в цене.

Искомая вероятность рассчитывается по *формуле Бернулли*

$$P_6(3) = C^3_6 (3/4)^3 (1/4)^3 = 0,13$$

Проверь себя

В урне 20 белых и 10 черных шаров. Вынули подряд 4 шара, причем каждый вынутый шар возвращают в урну перед извлечением следующего и шары в урне перемешивают. Какова вероятность того, что из четырех вынутых шаров окажется два белых?

ОТВЕТ: 8/27

РЕШЕНИЕ:

Аудитор обнаруживает финансовые нарушения у проверяемой фирмы с вероятностью 0,9. Найти вероятность того, что среди 4 фирм-нарушителей будет выявлено больше половины.

ОТВЕТ: 0,9477

РЕШЕНИЕ:

Игральный кубик бросается 3 раза. Какова вероятность того, что в этой серии испытаний 6 очков появятся ровно 2 раза?

ОТВЕТ: 0,01389

РЕШЕНИЕ:

Проверь себя

Монета бросается 6 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет не более, чем 2 раза.

ОТВЕТ: 0,344

РЕШЕНИЕ:

Пусть всхожесть семян пшеницы составляет 90%. Чему равна вероятность того, что из 7 посеянных семян взойдут 5?

ОТВЕТ: 0,124

РЕШЕНИЕ:

РЕШЕНИЕ

Вероятность извлечения белого шара

p=20/30=2/3

можно считать одной и той же во всех испытаниях;

1-p=1/3

Используя *формулу Бернулли*, получаем

$$P_4(2) = C^4_2 \cdot p^2 \cdot (1-p)^2 = (12/2) \cdot (2/3)^2 \cdot (1/3)^2 = 8/27$$

НАЗА

РЕШЕНИЕ

Событие состоит в том, что из 4 фирм-нарушителей будет выявлено три или четыре, т.е.

$$P(A)=P_4(3)+P_4(4)$$

$$P(A)= C^3_4 0,9^3 \cdot 0,1+C^4_4 0,9^4 = 0,9^3 (0,4+0,9)=0,9477$$

НАЗА

РЕШЕНИЕ

Пусть А - появление 6 очков в одном испытании. Событие А в каждом из четырех независимых испытаний может произойти, а может и не произойти.

Известно, что ***p= P(A)=1/6***

Тогда, согласно *формуле Бернулли* получим

$$P_3(2)=C^2_3(1/6)^2(1-1/6)^{3-2}=3\cdot1/36\cdot5/6=3/216\approx0,01389$$

НАЗА

РЕШЕНИЕ

Искомая вероятность равна сумме вероятностей трех событий, состоящих в том, что герб не выпадет ни разу, либо один раз, либо два раза:

$$P(A)=P_6(0)+P_6(1)+P_6(2)$$

$$P(A)= C^0_6(1/2)^0(1/2)^6+C^1_6(1/2)^1(1/2)^5+C^2_6(1/2)^2(1/2)^4=0,344$$

НАЗА

РЕШЕНИЕ

Известно, что P=0,9, по *формуле Бернулли* рассчитаем искомую вероятность:

$$P_7(5)=C^5_7\,0{,}9^5\,(1-0{,}9)^2=21\cdot0{,}59049\cdot0{,}01=0{,}124$$

НАЗА