Тюменский государственный университет

ТюмГУ

Численные методы (траектория 1)

О. Бердюгина /6.11.2019

Основные понятия

Множеством называется совокупность каких-либо объектов, обладающим общим для всех характеристическим свойством.

Объекты, из которых образовано множество, называются его *элементами*.

Множество, не содержащее ни одного элемента, называется *пустым множеством* ($\varnothing$).

Основные понятия

Множества бывают *конечные* и *бесконечные*.

Например?

Основные понятия

Множество можно задать:

1) перечислением всех его элементов;
2) указанием характеристического свойства его элементов.

Например?

Шаблон

Задача 1.Множества А – множество натуральных чисел, меньших 7. Задать множество А двумя способами.

Шаблон

Задача 2. Задать множество Р перечислением элементов, если

$$P = \left\{ x \mid x \geq x^3, x \in A \right\} \qquad A = \left\{ -3, -2, -1, 0, 4, 16 \right\}$$

Виды

Пересекающиеся множества.

Подмножество.

Равные множества.

Универсальное множество.

Порешаем? Подумаем?

1. Найти все подмножества множества $B = \{2,4,6\}$.

2. Указать какие из следующих пар множеств пересекающиеся, какие – непересекающиеся: а) множество рациональных чисел и множество положительных действительных чисел; б) множество натуральных чисел и множество отрицательных целых чисел; в) множество прямоугольников и множество ромбов; г) множество прямоугольных треугольников и множество равносторонних треугольников; д) множество прямоугольных треугольников и множество равнобедренных треугольников; е) множество пирамид и множество правильных многогранников.

3. Привести примеры таких множеств A, B и C, что $A \in B$, $B \in C$ и $A \notin C$.

Операции над множествами

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$$

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$$

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$$

$$\overline{A} = \{x \mid x \in U \text{ и } x \notin A\}$$

$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B).$$

$$A \times B = \{\langle a, b \rangle \mid a \in A, b \in B\}$$

Шаблон

Задача 3. $A = \{1,3,6,8\}$ $B = \{2,4,6,8\}$

$$A \boxtimes B$$

$$A \boxtimes B$$

$$A \setminus B$$

$$B \setminus A$$

Подпись

Шаблон

Задача 4. Пусть A – множество студентов SAS, множество B – множество отличников университета.

$$A \square B$$

$$A \setminus B$$

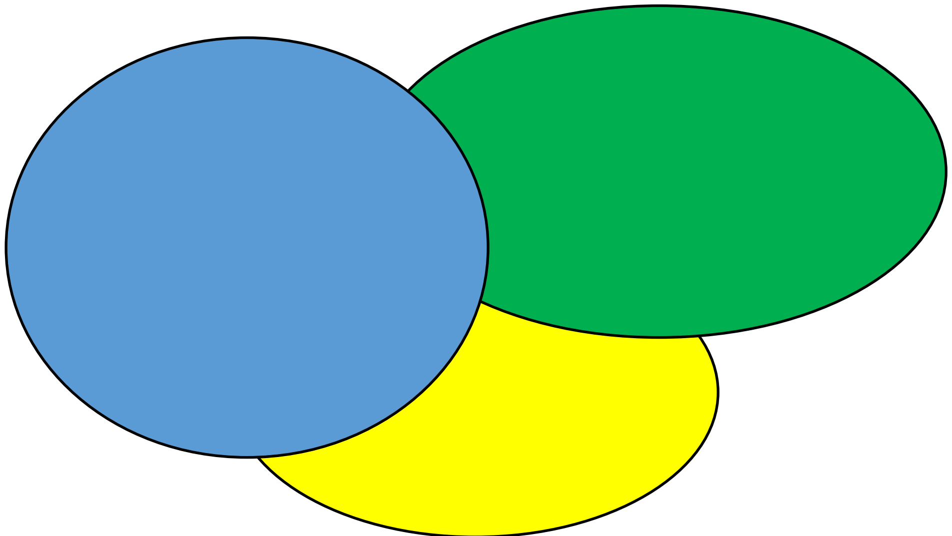
$$B \setminus A$$

Свойства операций над множествами

1. $A \cup B = B \cup A$; $A \cap \varnothing = \varnothing$;
2. $A \cap B = B \cap A$; $A \cup U = U$;
3. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$; $A \cap U = A$;
4. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$; $\overline{\overline{A}} = A$;
5. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$; $\overline{\varnothing} = U$;
6. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$; $\overline{U} = \varnothing$;
7. $A \cup A = A$; $A \cup \overline{A} = U$;
8. $A \cap A = A$; $A \cap \overline{A} = \varnothing$;
9. $A \cup \varnothing = A$; $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$;
10. $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$;
11. $A \setminus B = A \cap \overline{B} = A \setminus (A \cap B)$.

Шаблон

Из 170 студентов факультета физической культуры и спорта, 69 студентов занимаются легкой атлетикой, 95 – плаванием, 81 – волейболом. Известно, что 30 студентов занимаются волейболом и легкой атлетикой, 35 – волейболом и плаванием, 15 – легкой атлетикой и плаванием. Кроме того, известно, что 5 студентов занимаются всеми тремя видами спорта. Сколько студентов занимается: 1) только двумя видами спорта; 2) только одним видом спорта?



Задача 6. Доказать тождество $A \cup \left(\overline{A} \cap B\right) = A \cup B$

$$A \cup \left(\overline{A} \cap B\right) = \left(A \cup \overline{A}\right) \cap \left(A \cup B\right) = U \cap \left(A \cup B\right) = \left(A \cup B\right) \cap U = A \cup B$$

Порешаем? Подумаем?

1. Пусть $A=\{2,5,-8,10,15,-3\}$ и $B=\{-100,18,-10,5,-3,15\}$. Найти $A\cup B$, $A\cap B$, $A\setminus B$, $B\setminus A$.

2. Даны множества $A=\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$, $B=\{3,4,5,6,7,8,9\}$, $C=\{-3,-2,-1,0,1,2,3,4\}$, $D=\{2,3,4,5,6\}$. Найти: а) $A\cup B\cup C\cup D$; б) $A\cap B\cap C\cap D$; в) $(A\cap B)\cup(C\cap D)$; г) $(A\cup B)\cap(C\cup D)$; д) $(A\setminus B)\cup(B\setminus A)$.

3. Пусть A - множество целых чисел, кратных 2; B - множество целых чисел, кратных 3, U - множество всех целых чисел. Сформулировать характеристические свойства множеств: а) $A\cup B$; б) $A\cap B$; в) $\bar{A}\cup\bar{B}$; г) $\bar{A}\cap\bar{B}$.

4. Пусть A - множество всех прямоугольных треугольников на плоскости; B - множество всех равносторонних треугольников; U - множество всех треугольников. Сформулировать характеристические свойства множеств: а) $A\cup B$; б) $A\cap B$; в) $\bar{A}\cap B$; г) $A\cap\bar{B}$; д) $\bar{A}\cup B$; е) $A\cup\bar{B}$.

Порешаем?Подумаем?

8. В молодежном клубе 52 члена. Из них 20 любят классическую музыку, 31 – современную эстрадную, а 10 – равнодушны к музыке. Сколько членов клуба предпочитают только классическую музыку?

9. Все ученики в классе занимаются спортом: 25 человек – волейболом, 15 – баскетболом, 19 – футболом. Во всех трех секциях занимаются 4 человека, волейболом и баскетболом – 10 человек, баскетболом и футболом – 7 человек, волейболом и футболом – 11 человек. Сколько человек занимаются только футболом? Сколько человек в классе?

11. В результате социологического опроса были получены следующие результаты. 10% опрошенных планируют провести отпуск за границей, причем 5% предпочтут только этот вид отдыха. 8% поедут за границу и не смогут навестить родственников. 4% планируют поездку за границу и отдых на даче, а 21% - отдых на даче и поездку к родственникам. 69% будут отдыхать на своей даче. 5% не планировали свой отпуск. Сколько процентов опрошенных планируют только поездку к родственникам? Сколько процентов опрошенных отдохнут за границей и у родственников?

Порешаем

13. Изобразить с помощью диаграмм Эйлера-Венна множества A, B, C, если:

а) $A \subset B$ и $B \subset C$;

б) $A \subset C$, $B \subset C$ и $A \setminus B = \varnothing$;

в) $A \subset C$, $B \subset C$ и $C = A \bigcup B$;

14. Пусть $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $A = \{1,2,3,4,5,9\}$, $B = \{2,4,6,8\}$, $C = \{1,3,5,7\}$, $D = \{1,2,4,5,7,8,9\}$. Выразить через множества A, B, C, D, U множества: $F = \{2,3,4,5\}$; $G = \{4,6,8\}$; $K = \{2,3,6,7,8\}$; $L = \{2,8\}$; $M = \{1,2,3,4,5,6\}$; $N = \{2,3,4,5,6,7,8\}$; $E = \{3,7,9\}$; $T = \{1,2,3,4,7\}$;

Порешаем

1. Пусть $N_1 = \{1, 3, 7\}$, $N_2 = \{1, 3\}$. Из каких элементов состоят множества:

а) $N_1 \times N_2$ и $N_2 \times N_1$;

б) $(N_1 \times N_2) \cap (N_2 \times N_1)$ и $(N_1 \times N_2) \cup (N_2 \times N_1)$;

в) $(N_1 \cap N_2) \times (N_2 \cap N_1)$ и $(N_1 \cup N_2) \times (N_2 \cup N_1)$.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!