

Усеченная пирамида

1. Какая **пирамида** называется **правильной**?

ОТВЕТ: Пирамида называется правильной, если ее основание – **правильный n – угольник**, а все боковые ребра равны.

2. Как найти площадь боковой поверхности правильной пирамиды?

ОТВЕТ: $S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2} \cdot P_{\text{осн}} \cdot l$

3. Трапеция это? Какие трапеции вы знаете?

ОТВЕТ: *Трапеция* — это выпуклый четырёхугольник, у которого две стороны параллельны.

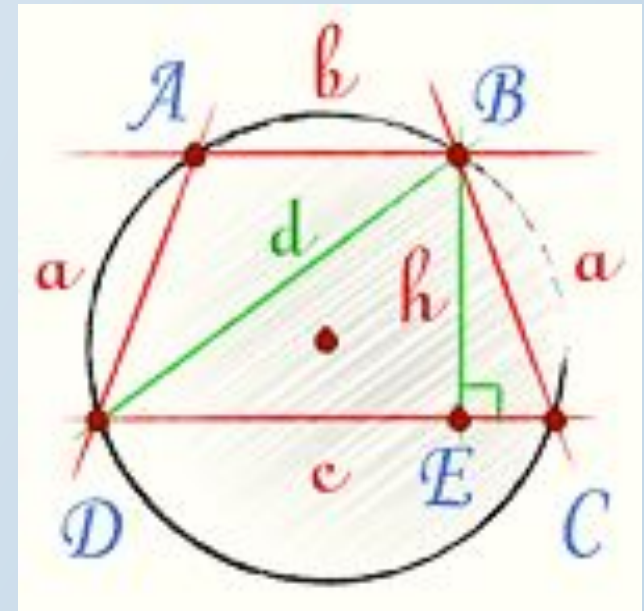
ОТВЕТ:

- Равнобедренная;
- прямоугольная;
- произвольная.

4. Как найти радиус *описанной окружности* около трапеции?

ОТВЕТ: Достаточно найти радиус окружности, описанной около треугольника, сторонами которого являются большее основание трапеции, диагональ и боковая сторона.

$$R = \frac{adc}{4S}$$

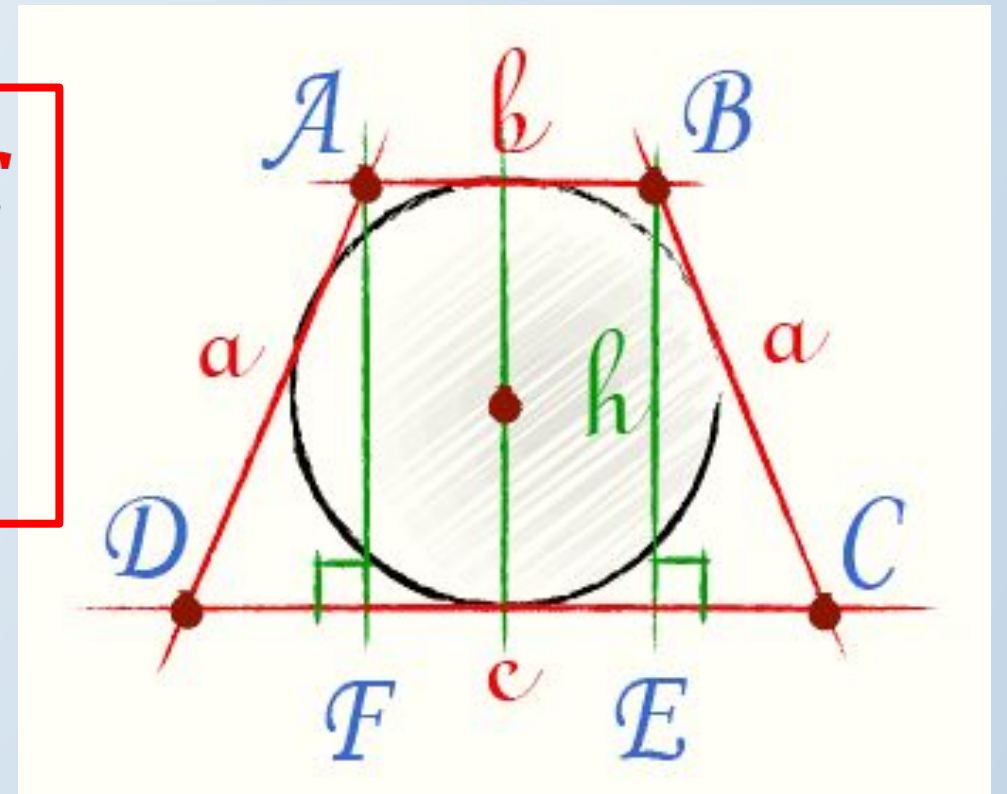


5. Какое условие должно выполняться, чтобы в трапецию можно было вписать окружность? Чему равен радиус вписанной окружности в трапецию?

ОТВЕТ:

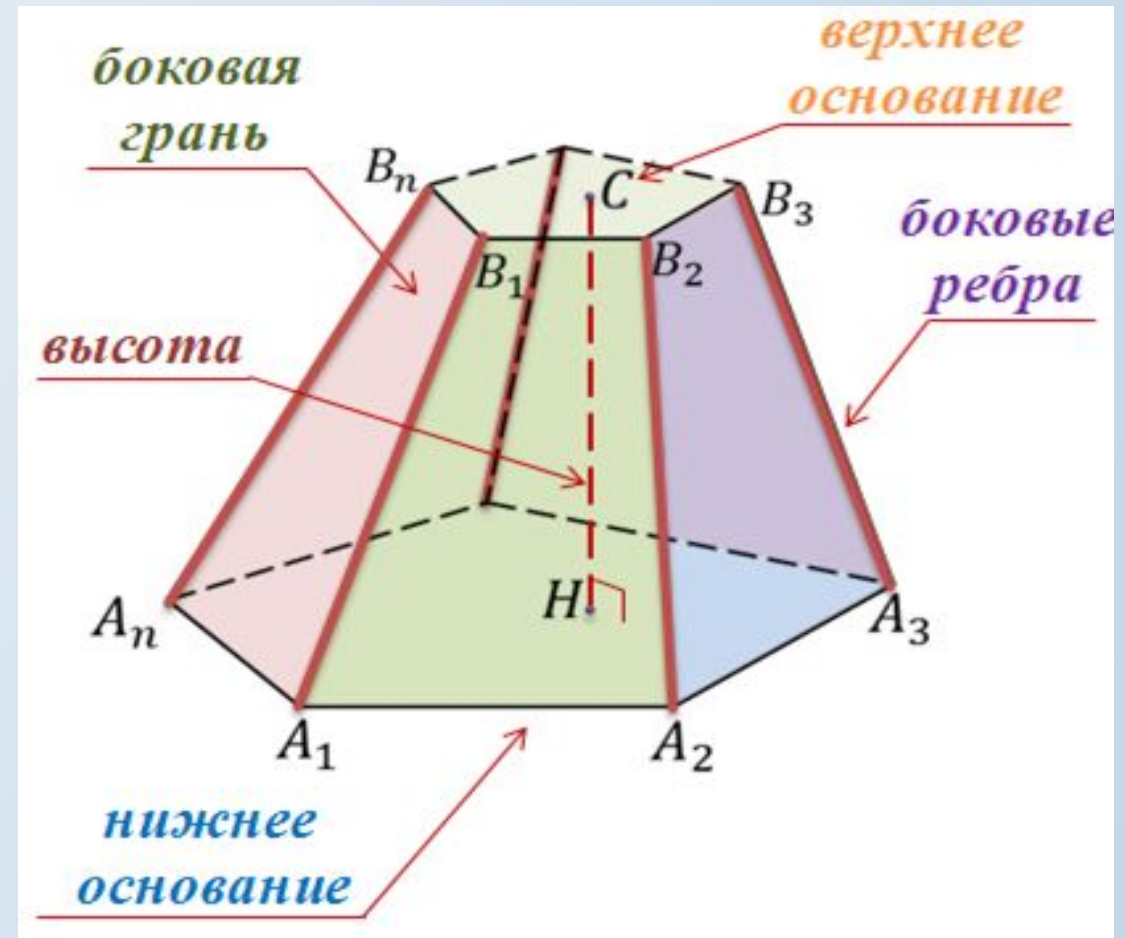
$$AD + BC = AB + DC$$

$$r = \frac{h}{2}$$



Определение. **Усеченная пирамида** – часть пирамиды, заключенная между основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию.

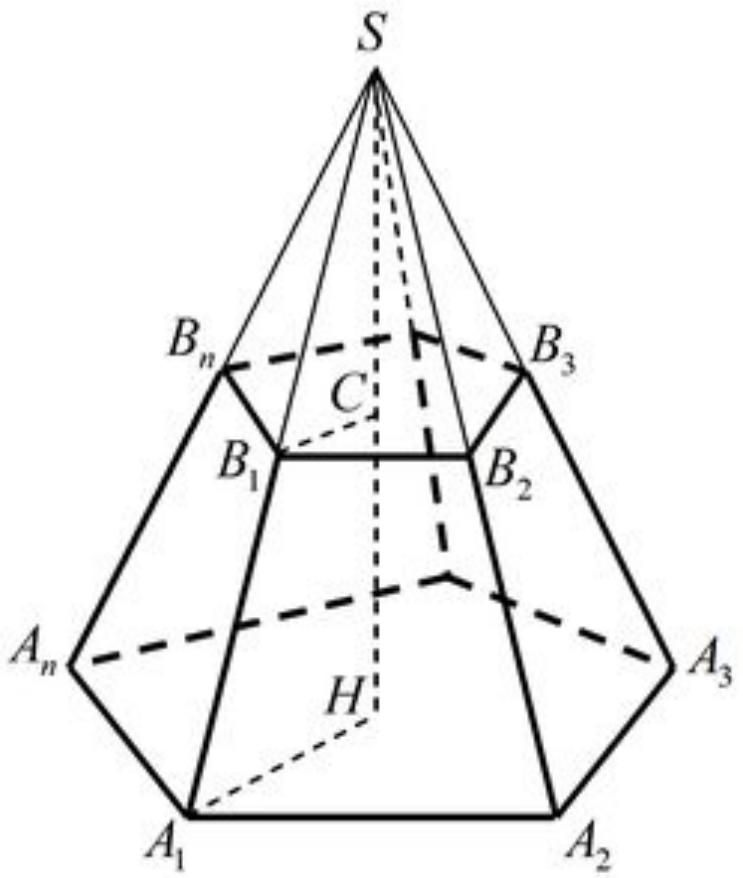
Параллельные грани усеченной пирамиды называются **основаниями**, расстояние между гранями – **высота**.





*Плоскость, которая параллельна основанию пирамиды и пересекает ее, отсекает **подобную пирамиду**.*

ВАЖНО: Чтобы узнать куда падает основание высоты усеченной пирамиды достаточно определить куда падает основание высоты пирамиды.



Если пирамида пересечена плоскостью, **параллельной основанию**, то:

1) боковые ребра и высота разделены на **пропорциональные** части

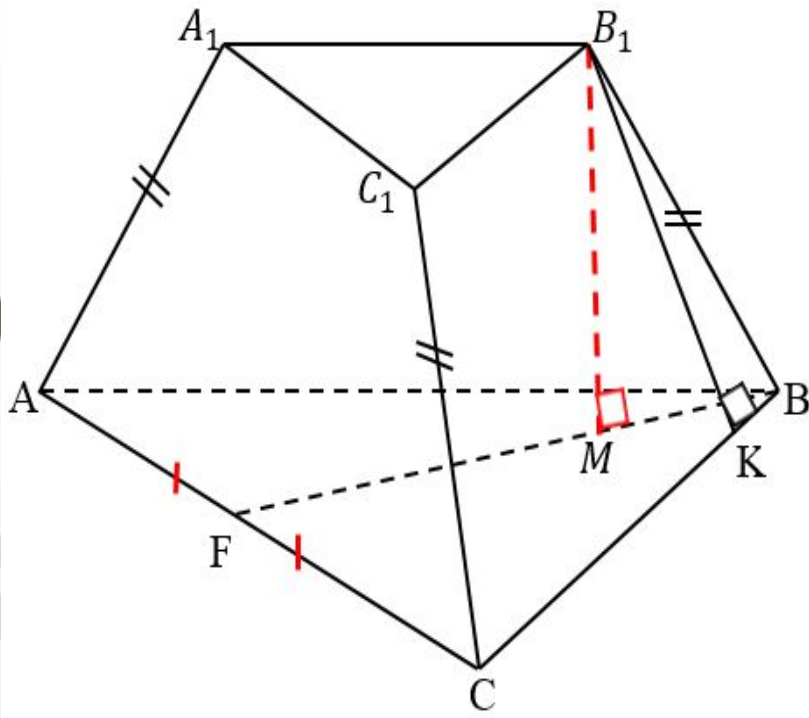
$$\frac{SA_1}{SB_1} = \frac{SA_2}{SB_2} = \dots = \frac{SA_n}{SB_n}$$

2) многоугольник сечения **подобен** основанию $B_1B_2B_3 \dots B_n \sim A_1A_2A_3 \dots A_n$;

3) площади основания и сечения относятся как **квадраты**

их расстояния от вершины $\frac{S_{\text{осн.}}}{S_{\text{сеч.}}} = \frac{SH^2}{SC^2}$.

Правильная треугольная усеченная пирамида



Правильная усеченная пирамида получается из правильной пирамиды. **Боковые грани** – равные, равнобокие трапеции.

B_1K – **апофема** – высота боковой грани ($B_1K \perp BC$).

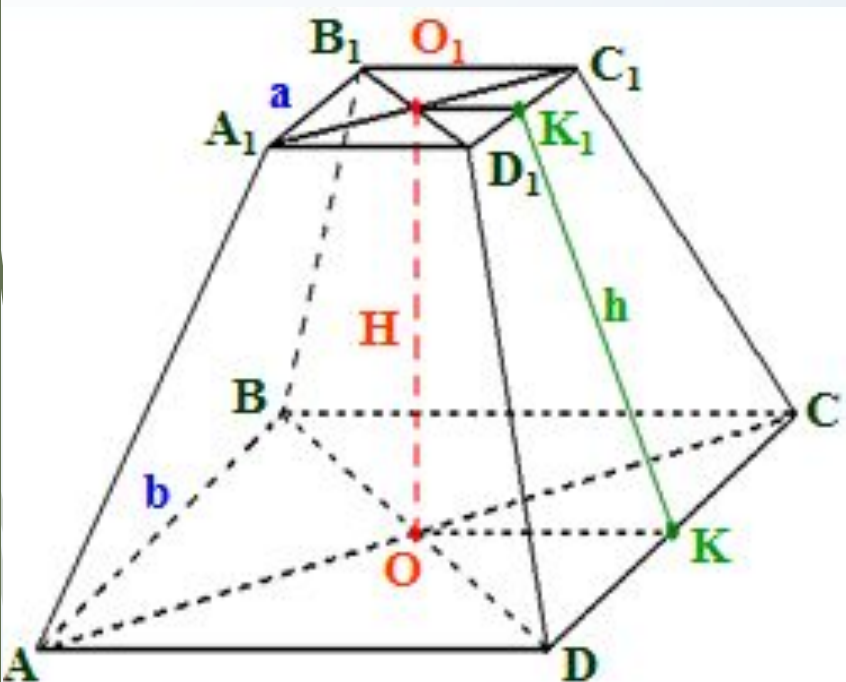
Основания – параллельные грани (правильные подобные n -угольники)

B_1M – **высота** – расстояние между основаниями.

$$S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) \cdot a, \text{ где } a \text{ – апофема, } p_1 \text{ и } p_2 \text{ – периметры оснований.}$$

$$S_{\text{у.п.}} = S_{\text{б.у.п.}} + S_1 + S_2, \text{ где } S_1 \text{ и } S_2 \text{ – площади оснований.}$$

Правильная четырехугольная усеченная пирамида



Правильная четырехугольная усеченная пирамида - боковые грани – равные, равнобокие трапеции.

$ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ - квадраты, $OO_1 = H$ – *высота*, $KK_1 = h$ – *апофема*.

$$P_{\text{в.осн.}} = 4a; P_{\text{н.осн.}} = 4b;$$

$$S_{\text{в.осн.}} = a^2; S_{\text{н.осн.}} = b^2;$$

$$S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2}h \cdot (P_{\text{в.осн.}} + P_{\text{н.осн.}}) = 2h(a + b)$$

$$S_{\text{полн.пов.}} = a^2 + b^2 + 2h(a + b)$$

ЗАДАЧА: В *правильной* треугольной усеченной пирамиде стороны оснований равны 6 и 3 см. Высота усеченной пирамиды равна $\frac{\sqrt{13}}{2}$ см. Найдите *площадь боковой поверхности* усеченной пирамиды.

ОТВЕТ: 27