

Лабораторна робота № 1

ОПТИМІЗАЦІЯ ОБ'ЄКТІВ В
СТАТИЧНИХ РЕЖИМАХ. МЕТОД
МНОЖНИКІВ ЛАГРАНЖА

Як користуватися методичними рекомендаціями?

Після того як уважно прочитали теоретичні відомості п.1.1 та завдання п.1.2 необхідно читати та виконувати пункти завдання з методики виконання п.1.3. При цьому підпункти п.1.3 розбиті відповідно до порядку виконання завдання, тобто для виконання завдання п.1.2.1 необхідно поетапно виконати п.1.3.2 - 1.3.9.

Виконання завдання п.1.2.1.

п.1.3.2. Спочатку необхідно записати математичну модель об'єкта та критерій керування у безрозмірних величинах, виділивши координати стану x , керування u та збурення z . Також потрібно сформуванати матриці A , B та вектор c .

Виконуємо: дивимось на завдання і диф.рівняння, відповідно до них складаємо вектор x - це вектор змінних процесу - розмірність така скільки диф.рівнянь, тобто 3×1 (перша цифра визначає кількість рядків, друга кількість стовпців), отже це вектор-стовпчик:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Delta t_n \\ \Delta t_{cm} \\ \Delta t \end{bmatrix} - \text{ті змінні, що стоять під диференціалом (відносно об'єкта це вихідні змінні)}.$$

Вектор керування u - це вхідні змінні, причому керуванням для теплообмінника можуть бути лише витрати (див.п.1.2.1), тобто це

- витрата робочої рідини;
- витрата пари,

Отже, розмірність вектора u - 2×1 (вектор-стовпчик з двох компонент):

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta G_n \\ \Delta G \end{bmatrix}$$

Далі формуємо збурення z - відносно об'єкта це також вхід, дивимось на диф.рівняння - це

- температура рідини на вході в теплообмінник.

Отже, розмірність вектора \mathbf{z} - 1×1 (скаляр):

$$\mathbf{z} = [\Delta t_{ex}]$$

Всі змінні визначені, переходимо до визначення матриць \mathbf{A} , \mathbf{B} і вектора \mathbf{c} .

Формуємо матриці \mathbf{A} , \mathbf{B} і вектор \mathbf{c} .

Так як розглядаємо об'єкт в статичному режимі (без часу), то необхідно привести мат.модель до статичного режиму. Для цього прирівнюємо постійні часу моделі до нуля, отримуємо:

$$\begin{cases} 0 = 80\Delta G_n + 0.2\Delta t_{cm} - \Delta t_n; \\ 0 = 0.8\Delta t_n + 0.25\Delta t - \Delta t_{cm}; \\ 0 = 0.85\Delta t_{cm} + 0.6\Delta t_{ex} - 0.4\Delta G - \Delta t, \end{cases} \text{ або } \begin{cases} 0 = 80u_1 + 0.2x_2 - x_1; \\ 0 = 0.8x_1 + 0.25x_3 - x_2; \\ 0 = 0.85x_2 + 0.6z - 0.4u_2 - x_3, \end{cases}$$

підставимо збурення, що згідно завдання $z=6$ маємо:

$$\begin{cases} 0 = 80u_1 + 0.2x_2 - x_1; \\ 0 = 0.8x_1 + 0.25x_3 - x_2; \\ 0 = 0.85x_2 + 3.6 - 0.4u_2 - x_3, \end{cases}$$

Далі приводимо до виду (1.6), тобто $f(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$

Використовуючи апарат векторно-матричної алгебри (це те, що ви вчили на першому курсі з курсу вищої математики)

розпишемо (1.6):

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + b_{11}u_1 + b_{12}u_2 + \dots + b_{1m}u_m + c_1 = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + b_{21}u_1 + b_{22}u_2 + \dots + b_{2m}u_m + c_2 = 0 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + b_{n1}u_1 + b_{n2}u_2 + \dots + b_{nm}u_m + c_n = 0 \end{cases}$$

Або з урахуванням наших розмірностей:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + b_{11}u_1 + b_{12}u_2 + c_1 = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + b_{21}u_1 + b_{22}u_2 + c_2 = 0 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + b_{31}u_1 + b_{32}u_2 + c_3 = 0 \end{cases}$$

Тобто, розмірність матриць **A** - 3x3 - вона завжди квадратна, **B** - 3x2, а вектора **c** - 3x1.

Матриці **A**, **B** та вектор **c** складається з коефіцієнтів, що входять в мат. модель. (СКЛАДІТЬ ЇХ САМОСТІЙНО).

Ще забули про **критерій керування**, запишемо його за умовою:

$$J = \Delta t_n^2 + 2\Delta t_{cm}^2 + 3\Delta t^2 + 4\Delta G_n^2 + \Delta G^2,$$

З урахуванням векторів:

$$J = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 4u_1^2 + u_2^2.$$

Критерій необхідно привести до виду (1.7), тобто

$$J = 0.5\mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} + 0.5\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} = 0.5(r_{11}u_1^2 + r_{22}u_2^2) + 0.5(q_{11}x_1^2 + q_{22}x_2^2 + q_{33}x_3^2),$$

Звідси вагові матриці квадратні, діагональні, при чому розмірність **R** - 2x2, а **Q** - 3x3:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & 0 \\ 0 & r_{22} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 & 0 \\ 0 & q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & q_{33} \end{bmatrix}.$$

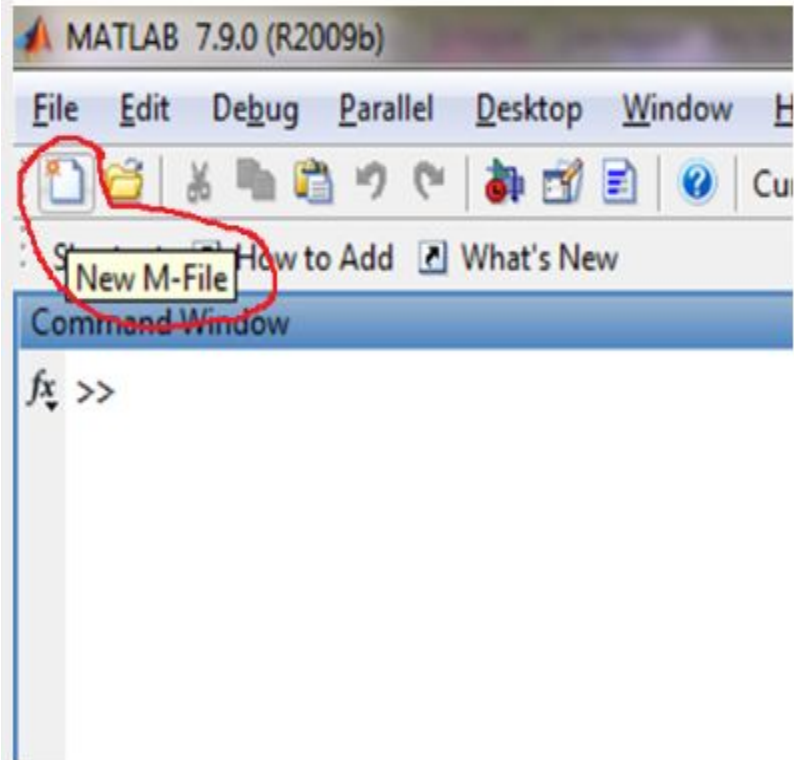
Коефіцієнти матриць **R** та **Q** СКЛАДІТЬ САМОСТІЙНО.


п.1.3.2. ЗАКІНЧЕНО, можна переходити до п.1.3.3

п.1.3.3. Загальний підхід. Після запуску m-файлу основної програми очистимо пам'ять (функція **clear all**), надрукуємо заголовок задачі (функція **disp**), опишемо символічні змінні (функція **syms**). Використовуємо позначення символічних змінних: x1, x2, x3, u1, u2.

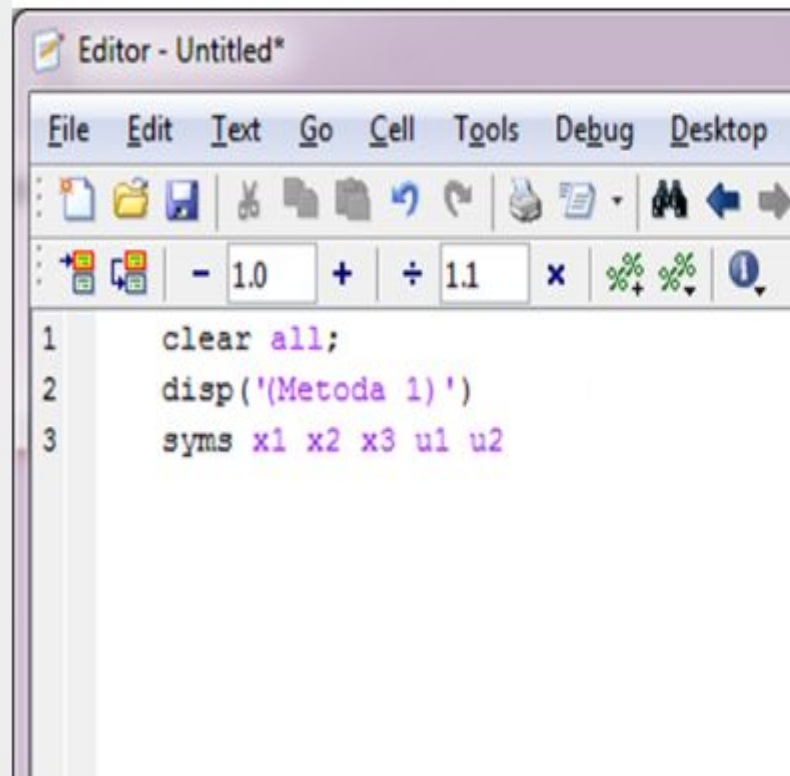
Виконуємо. Запускаємо Матлаб, пам'ятаємо, що працюємо з командним вікном та едітором m-файлів (не з Сімулінком), і ще з тулбоксом Symbolic Math Toolbox (Символьна математика), тому останній обов'язково повинен бути встановлений.

Натискаємо піктограму New m-file або меню File - New - M-file (Blank-M-file):



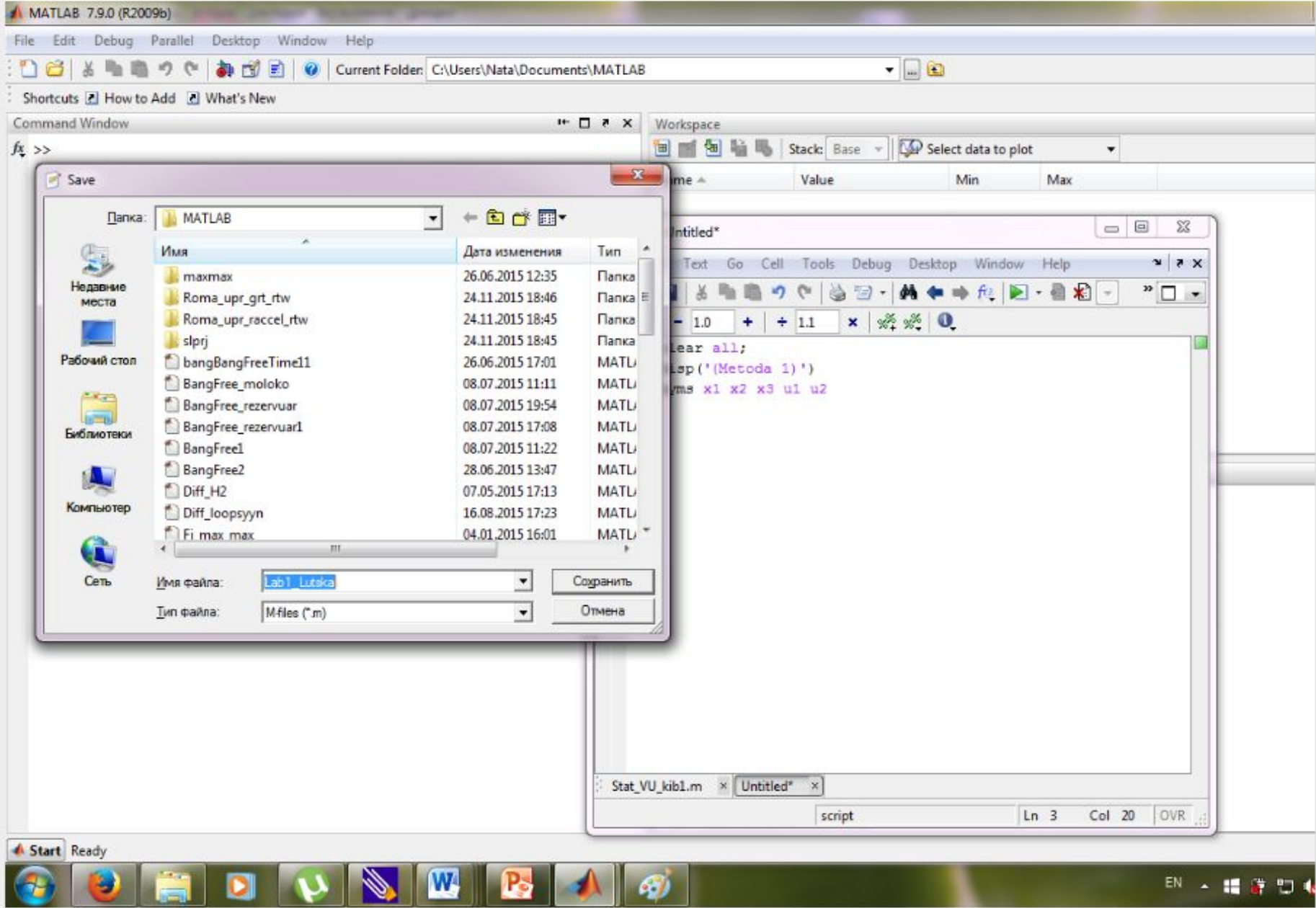
Завантажується Editor - саме в ньому ви будете писати програму і запускати на виконання, а результат спостерігати у командному вікні (Command window )

Пишемо програму (п.1.3.3):



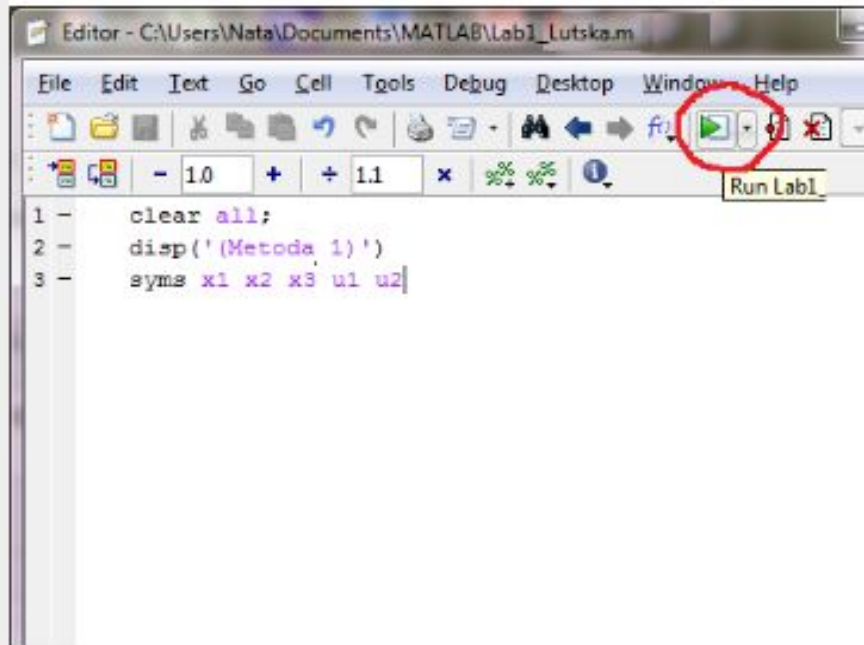
```
1 clear all;
2 disp('(Metoda 1)')
3 syms x1 x2 x3 u1 u2
```

Тепер уважно: потрібно зберегти файл - при збереженні **ОБОВ'ЯЗКОВО** назва файлу повинна бути англійською мовою, перша літера (не цифра) та індивідуальне ім'я (щоб назва не співпала з файлами Матлабу) :



і запустити на виконання:

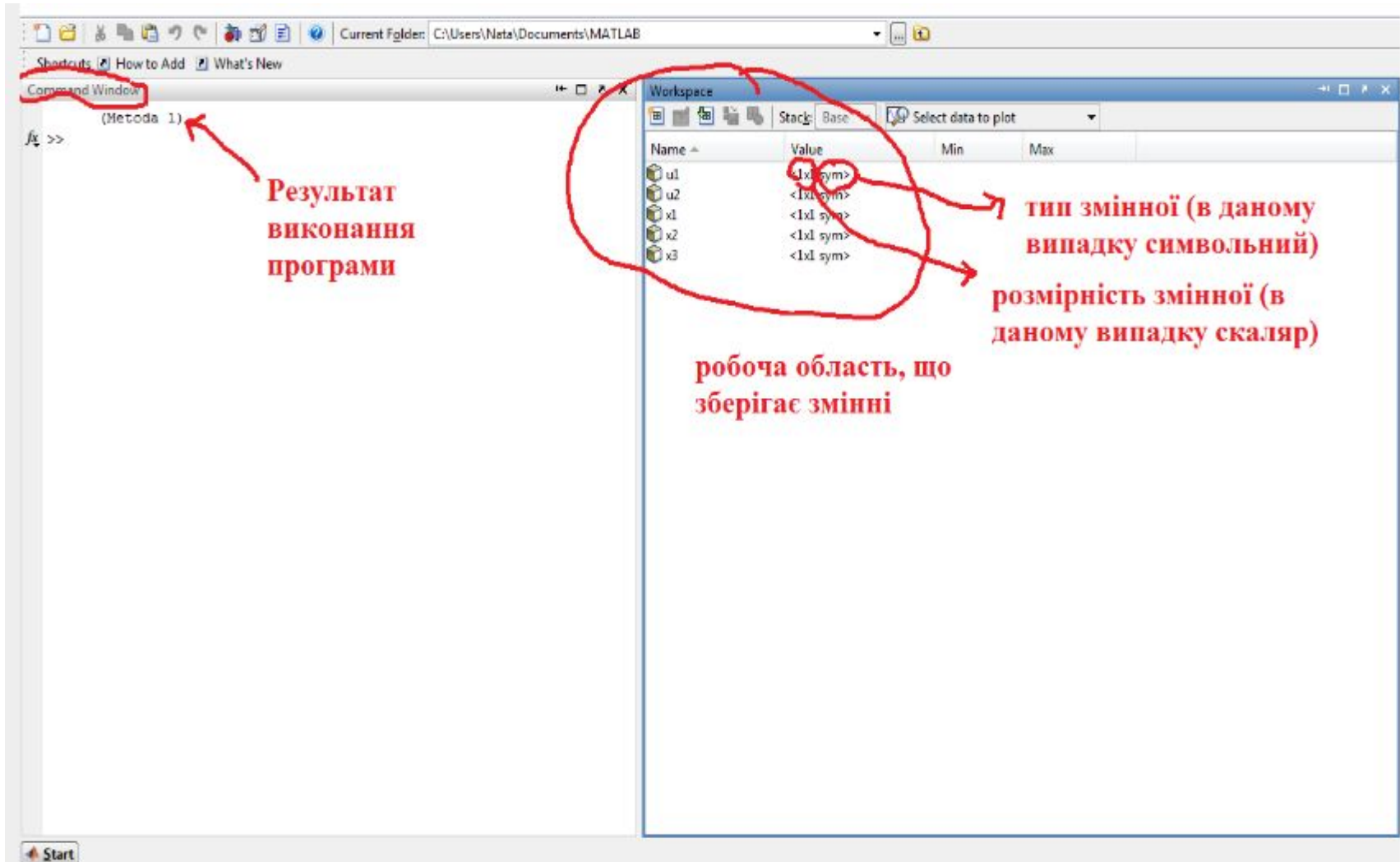
натискаємо відповідну піктограму:



або меню Debug - Run (Save and Run)

або F5.

Спостерігаємо результат в Командному вікні та в Робочій області:



Виконання п. 1.3.3 ЗАВЕРШЕНО.

Наступні пункти виконуються відповідно до вказівок у методичних рекомендаціях.