

СИРОТЮК ВІТА ОЛЕКСАНДРІВНА

**Одновимірна задача
чебишовського наближення
поліномами
та її узагальнення**

магістерська робота

Науковий керівник:

Деканов Станіслав Якович

кандидат фіз.-мат. наук, доцент

Актуальність дослідження

На сьогодні область питань чисельної побудови і неасимптотичної теорії чебишовських наближень привернула до себе увагу багатьох дослідників.

Розширюється тематика, з певними виходами і в сферу наближень нелінійно-параметричних, особливо для раціональних для дробу, встановилися плідні зв'язки з математичним програмуванням, і, в першу чергу, з лінійним програмуванням.

Мета дослідження -

розкрити цілісні методи ефективного чебишівського наближення і властивості розв'язань одномірної чебишовської задачі з лінійно вхідними параметрами та узагальнити її.



Об'єкт дослідження –

навчальний процес з
математики у закладах вищої
освіти.

Предмет дослідження –

методи і способи розв'язання
одновимірної задачі
Чебишевського.

Завдання дослідження:

1. Зробити аналіз науково-методичної літератури з питань розв'язання одновимірної задачі чебишовського наближення поліномами.
2. Узагальнити розв'язки одновимірної задачі Чебишова.
3. Встановити значення одновимірної задачі Чебишова для формування у майбутніх математиків фахової компетентності.
4. Запропонувати лекційні заняття щодо одновимірної задачі Чебишевського.

Явний вираз самого полінома лагранжевської інтерполяції з указаними вузлами Чебишева можна представити у вигляді:

$$P_{n-1}(x) = \frac{b-a}{2n} T_n \left(\frac{2x-a-b}{b-a} \right) \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \frac{(-1)^{n-1-l} \sin \theta_i}{x-x_i},$$

Приклади застосування до задачі поліноміальної апроксимації функції $|x|$ на відрізку $[-1, 1]$:

1. Попередні зауваження до прикладу $f(x) = |x|$, $S = [-1, 1]$.
2. Випадок $n = 5$: перше розв'язання.
3. Випадок $n = 5$: друге розв'язання.

*Лекція на тему: «Застосування
поліноміальної інтерполяції та
апроксимації для розв'язання задачі
Чебишовського»*

Мета лекції: показати застосування
поліноміальної інтерполяції та
апроксимації для розв'язання задачі
Чебишевського».

Зміст лекції: поліноміальна інтерполяція
та апроксимація.

Властивості поліномів Чебишовського:

1. Рекурентне співвідношення.
2. Старший коефіцієнт.
3. Симетрія.
4. Тригонометричний запис на проміжку $[-1;1]$.
5. Екстремуми.

Отже, для $-1 \leq x \leq 1$.

Многочлени Чебишова широко використовуються при апроксимації функцій. Наближаючий поліном Чебишова $P_n(x)$ степені $\leq n$ для функції $f(x)$ на інтервалі $[-1; 1]$ можна записати як суму поліномів $\{T_j(x)\}$.

$$f(x) \approx P_n(x) = \sum_{j=0}^n c_j T_j(x)$$

Коефіцієнти $\{c_j\}$ обчислюють по формулі:

$$c_0 = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n f(x_k) T_0(x_k) = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n f(x_k)$$

$$c_j = \frac{2}{n+1} \sum_{k=0}^n f(x_k) T_j(x_k) = \frac{2}{n+1} \sum_{k=0}^n f(x_k) \cos\left(\frac{j\pi(2k+1)}{2n+2}\right)$$

ВИСНОВКИ

1. У результаті дослідження розкриті цілісні методи ефективного чебишовського наближення і властивості розв'язань одномірної його задачі з лінійно вхідними параметрами з її узагальненням.
2. Зроблений аналіз науково-методичної літератури з питань розв'язання одновимірної задачі чебишовського наближення поліномами.
3. Узагальнені розв'язки одновимірної задачі Чебишова. Запропоновані методи і способи розв'язання одновимірної задачі Чебишова.
4. Встановлені значення одновимірної задачі Чебишова для формування у майбутніх математиків фахової компетентності.
5. Запропоноване лекційне заняття щодо одновимірної задачі Чебишова.

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!