Взаимное расположение сферы и плоскости

Устный опрос

- сфера
- элементы сферы
- шар
- уравнение сферы

Взаимное расположение сферы и плоскости

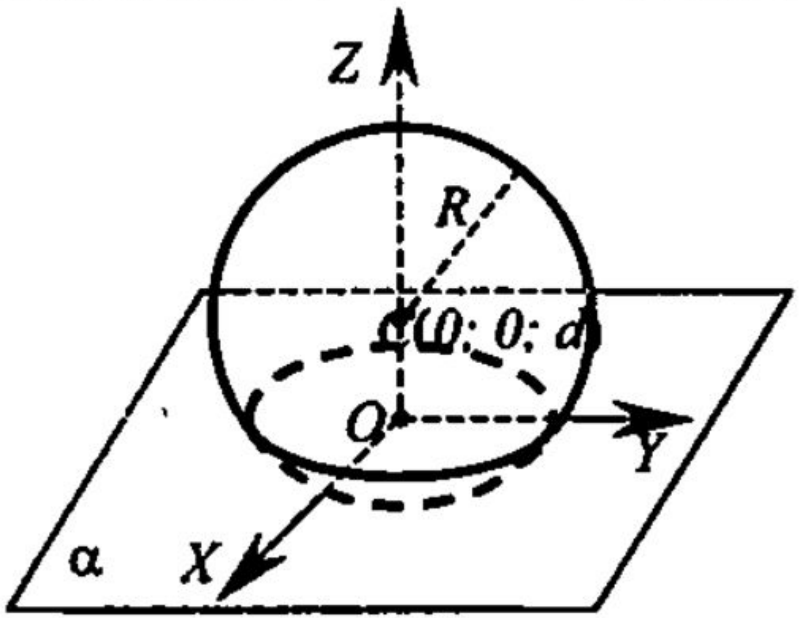


Рис. 2

Выберем прямоугольную систему координат $Oxyz$ так, что центр сферы радиуса R имеет координаты $C\,(0; 0; d)$, где d – расстояние от центра сферы до данной плоскости α, а сама плоскость α совпадает с координатной плоскостью Oxy. Поэтому сфера имеет уравнение $x^2 + y^2 + (z - d)^2 = R^2$, а уравнение плоскости α имеет вид $z = 0$. По-

Рассмотрим систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 + (z-d)^2 = R^2. \\ z = 0 \end{cases}$ При $z = 0$

$x^2 + y^2 = R^2 - d^2$ (*).

Взаимное расположение сферы и плоскости

1) $d < R$, тогда $R^2 - d^2 > 0$ и уравнение (*) является уравнением радиуса $r = \sqrt{R^2 - d^2}$ с центром в точке O на плоскости Oxy.

Таким образом, в данном случае сфера и плоскость пересекается по окружности.

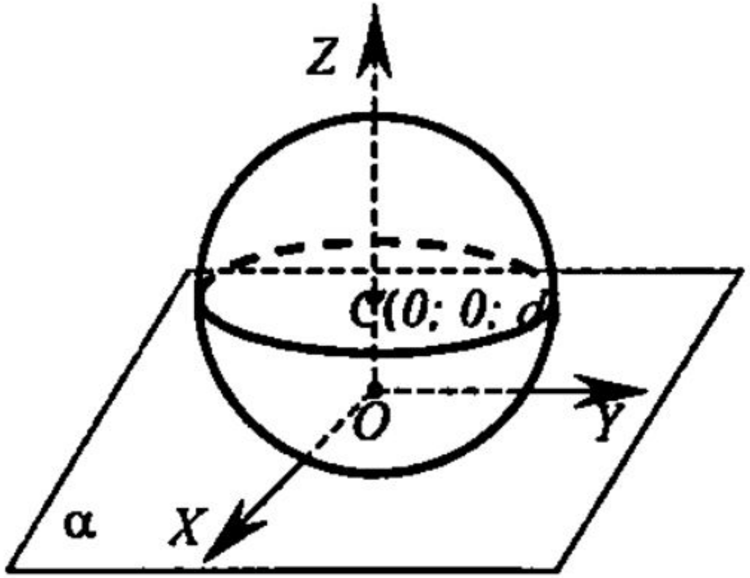


Рис. 3

Итак, если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы, то сечение сферы плоскостью есть окружность.

Взаимное расположение сферы и плоскости

2) $d = R$, тогда $R^2 - d^2 = 0$ и уравнению (*) удовлетворяют только значения $x = 0$, $y = 0$. Следовательно, только координаты точки O (0; 0; 0) удовлетворяют обоим уравнениям, т.е. O – единственная общая точка сферы и плоскости.

Итак, если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы, то сфера и плоскость имеют только одну общую точку.

Взаимное расположение сферы и плоскости

3) $d > R$, тогда $R^2 - d < 0$ и уравнению (*) не удовлетворяют координаты никакой точки.

Итак, если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы, то сфера и плоскость не имеют общих точек.

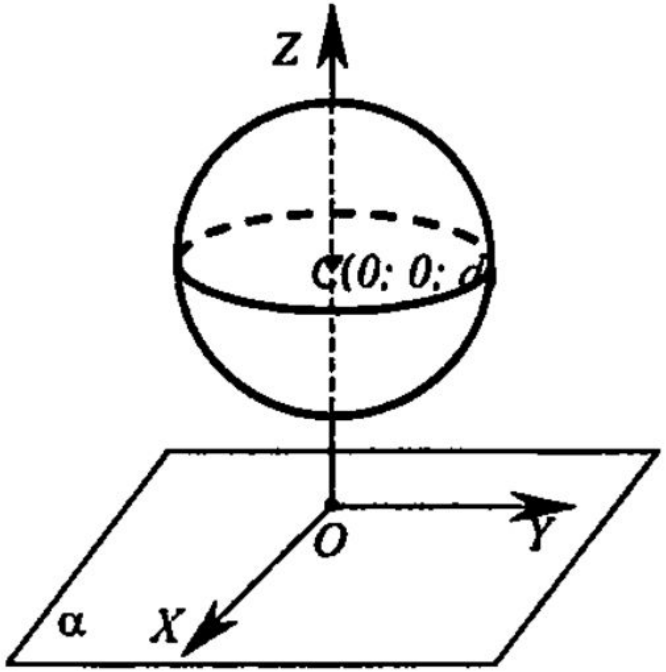


Рис. 4

Закрепление: № 580, 582, 584, 586(а)

Вспомним

1. Повторение изученного в курсе планиметрии:

а) Что называется касательной к окружности? Прямая, имеющая с окружностью одну общую точку.

б) Вспомним основные теоремы.

1) Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.

2) Если прямая проходит через конец радиуса, лежащей на окружности, и перпендикулярна к этому радиусу, то она является касательной.

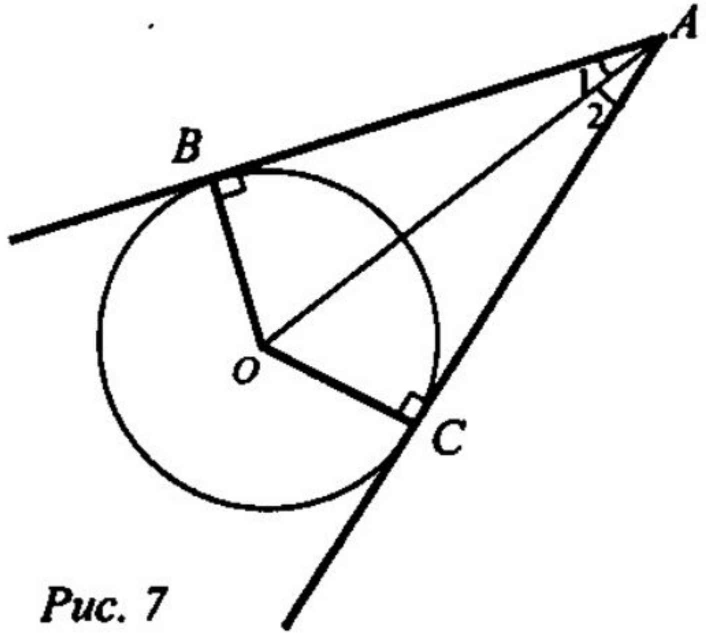


Рис. 7

3) Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

Касательная к плоскости

№ 592

Плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку, называется касательной плоскостью к сфере, а их общая точка – точкой касания.

Теорема: (свойство касательной плоскости)

Радиус сферы, проведенный в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

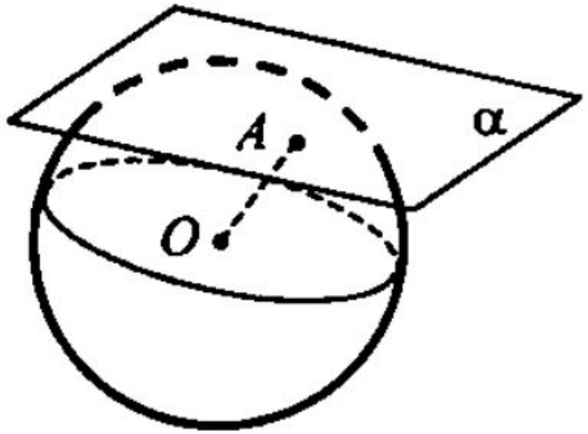


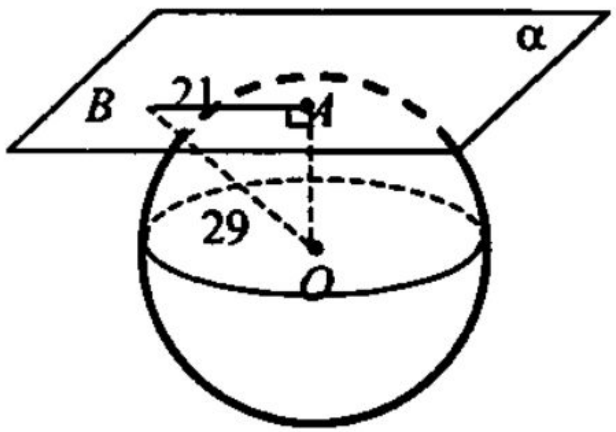
Рис. 8

Теорема: (признак касательной плоскости)

Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.

Домашнее задание

п. 58-61, № 581, 586(б), 587(тех), 591(тех) + дополнительная задача для гумов



I уровень

Задача. Дан шар с центром в точке O, α – касательная плоскость, точка A – точка касания, точка B лежит на плоскости α, $AB = 21$ см, $BO = 29$ см (рис. 10).

Найдите радиус шара.