ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ГОРОДА МОСКВЫ «КОЛЛЕДЖ ПОЛИЦИИ»

Кафедра общеобразовательных, общих гуманитарных, социально-экономических, математических и общих естественнонаучных дисциплин

Тема 2.6. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество

Преподаватель: Карачева Валентина Ивановна

Цели занятия:

- дать понятие о логарифме, научить записывать, читать логарифмы и находить их значение;
- изучить понятие «основное логарифмическое тождество» и рассмотреть примеры использования;
- дать понятие о десятичном и натуральном логарифмах;

Введение знака логарифма при решении показательного уравнения

- Понятие логарифма числа вводится при решении показательного уравнения.

Например, решим уравнение $2^x = 16$,

В этом уравнении легко найти значение х. х=4, т.к. $2^4 = 16$

Решим еще одно показательное уравнение $2^x = 6$

Видим, что в таблице значений степени 2 нет такого значения.

Как же записать корень этого уравнения?

Корень уравнения запишем, используя новый математический символ: $x = \log_2 6$ (корень уравнения равен логарифму числа 6 по основанию 2)

Выясним какой смысл имеет $\log_2 6$

$\log_2 6$-это показатель степени, в которую надо возвести число 2, чтобы получить число 6

Запись показателя степени с помощью логарифма

- Рассмотрим несколько примеров со степенью и научимся записывать показатель степени в виде логарифма
- $2^5 = 32 \Leftrightarrow 5 = log_2 32$
- Показатель степени 5, в которую надо возвести число 2, чтобы получить 32, называется логарифмом числа 32 по основанию 2 и записывается $log_2 32$
- В записи логарифма 2-основание логарифма, 32-число под знаком логарифма, 5-значение логарифма или показатель степени.
- Число 5 имеет два значения
- Используя пример со степенью, запишите пример с логарифмом и научитесь его читать.
- 1) $3^4 = 81 \Leftrightarrow 4 = log_3 81$
- 2) $(\frac{1}{5})^3 = \frac{1}{125}$
- 3) $1{,}5^2 = 2{,}25$

4) $6^0 = 1$

5) $(\sqrt{4})^2 = 4$

6) $7^{-2} = \frac{1}{49}$

Определение логарифма

- *Есть уравнение вида* $a^x = b$
- *Корень этого уравнения запишем с помощью логарифма и дадим определение логарифма.*
- *Х*=$\log_a b$
- ***Логарифм числа b по основанию a, где a>0, a≠1 и b>0 – это показатель степени, в который нужно возвести число a, чтобы в результате получить b***

Примеры логарифмов: $\log_7 49$, $\log_3 27$, $\log_5 125$, $\log_{\frac{1}{3}} 9$

А такие логарифмы не существуют, так как под знаком логарифма может быть только положительное число, и, в основании логарифма не может быть число 1 и отрицательное число:

$\log_1 8$, $\log_{-2} 16$, $\log_3 -27$

Примеры на вычисление логарифмов

- 1) $\log_3 81 = 4$, т.к. $3^4 = 81$ 2) $\log_{\frac{1}{3}} 9 = -2$, т.к. $(\frac{1}{3})^{-2} = 9$ 3) $\log_7 1 = 0$, т.к. $7^0 = 1$
- ***Запомнить*:** $\log_a 1 = 0$, **т.к.** $a^0 = 1$, **где a>0 и a** $\neq 1$

Вычислите

$\log_2 4$	$\log_2 16$	$\log_3 3$	$\log_3 27$
$\log_4 1$	$\log_5 \frac{1}{5}$	$\log_{0,2} 5$	$\log_2 0.5$
$\log_3 81$	$\log_6 216$	$\log_6 \sqrt{6}$	$\log_9 \frac{1}{81}$
$\log_{10} 10$	$\log_{10} 0,1$	$\log_{10} 1$	$\log_{10} 1000$

Простейшие логарифмические уравнения

- *Уравнение вида* $log_2(2x-1)=5$ *называется простейшим логарифмическим уравнением, т.к. неизвестное число х находится в выражении под знаком логарифма.*
- *Решим уравнение используя определение логарифма:*
- *По определению логарифма 5-это показатель степени, в которую надо возвести 2, чтобы получить число под знаком логарифма.*
- *Поэтому запишем: 2х-1=*2^5 *или 2х-1=32, 2х=33, х=16,5*
- *Выражение 2х-1=32, 32>0, поэтому найденное число х проверять не надо.*
- *Решить уравнения:*
- *1)* $\log_4(3x+1)=3$
- *2)* $\log_{\frac{1}{5}}(5-2x)$ *=-2*
- *3)* $\log_{\sqrt{6}}(4x+3)$ *=2*

Сравнение логарифмов

- *Сравнить числа: Пусть* $\log_4 7 = a, \log_4 23 = b$ *Запишем примеры в виде степени*
- $4^a = 7$ *и* $4^b = 23$ *4>1 и 7<23, поэтому между логарифмами поставим знак <*
- *Аналогично рассуждаем в примере б)*
- $\log_{\frac{2}{3}} 0{,}8 = a$, $\log_{\frac{2}{3}} 1 = 0$
- *Запишем первый логарифм в виде степени*
- $\left(\frac{2}{3}\right)^a = 0{,}8$ *, 0,8<1 , следовательно а-число положительное и больше 0, поэтому первый логарифм больше второго*

а) $\log_4 7$ и $\log_4 23$

б) $\log_{\frac{2}{3}} 0{,}8$ и $\log_{\frac{2}{3}} 1$

в) $\log_9 \sqrt{5}$ и $\log_9 13$

г) $\log_{\frac{1}{12}} \frac{1}{7}$ и $\log_{\frac{1}{12}} \frac{2}{3}$

Основное логарифмическое тождество

- *Имеем два равенства* $a^x = b$ *и* $log_a b = x$
- *Подставим в показатель степени первого равенства* $log_a b$ *, получим новое равенство, которое называется* ***основным логарифмическим тождеством***.
- $a^{\log_a b} = b$
- *Рассмотрим примеры использования тождества:*
- *1)* $7^{\log_7 16} = 16$ *если основание степени и основание логарифма одинаковые числа, то сразу записываем ответ 16.*
- *2)* $3^{1+\log_3 5} = 3 \cdot 3^{\log_3 5} = 3 \cdot 5 = 15$ *используем свойство степеней с одинаковым основанием, поэтому сначала заменим первое выражение произведением и применим основное логарифмическое тождество к полученному выражению.*
- *3)* $4^{2-\log_4 5} = \frac{4^2}{4^{\log_4 5}} = \frac{16}{5} = 3{,}2$ *используем свойство степеней с одинаковым основанием, поэтому сначала заменим первое выражение частным и применим основное логарифмическое тождество к полученному выражению.*

Десятичный и натуральный логарифмы

- Рассмотрим логарифм с основанием 10
- $log_{10} 100 = 2$
- в записи такого логарифма принято основание 10 не записывать.
- Логарифм, в записи которого не записывают основание 10, принято писать lg100. Такой логарифм называют **десятичным** и читают: десятичный логарифм ста
- Примеры таких логарифмов: десятичный логарифм 5-lg5
- Десятичный логарифм тысячи-lg1000
- Выделяют еще один логарифм с основанием e≈2,7, который называют **натуральным** и записывают ln5, ln4, ln10.
- Читают: натуральный логарифм 5, натуральный логарифм 4, натуральный логарифм 10

Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a в} = в$$

Пусть $a^{\alpha} = b$ $(a>0,\ a\neq 1,\ b>0)$

Из определения логарифма следует, что $\alpha = \log_a b$

Отсюда $a^{\log_a b} = b$

Вычислите:

$2^{\log_2 5} =$

$7^{\log_7 9} =$

$5^{\log_5 0{,}3} =$

$(3^{\log_3 7})^2 =$

$10^{\lg 5} =$

$e^{\ln \pi} =$

Вопросы для закрепления

- *Используя пример со степенью 8^2 =64, запишите пример с логарифмом.*
- *Используя пример с логарифмом log_6 216=3, запишите пример со степенью.*
- *Дайте определение логарифма.*
- *Запишите основное логарифмическое тождество.*
- *Составьте три-четыре примера на использование основного логарифмического тождества.*
- *Дать понятие о десятичном логарифме.*
- *Дать понятие о натуральном логарифме.*
- ***Литература:***
- *Алгебра и начала анализа, 10 кл Пратусевич М.Я., Столбов К.М., Головин А.Н. Москва «Просвещение» 2018 г*
- *Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Башмаков М.И. Москва «Академия»,2018г.*