



ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ГОРОДА МОСКВЫ «КОЛЛЕДЖ ПОЛИЦИИ»

*Кафедра общеобразовательных, общих гуманитарных, социально-
экономических, математических и общих естественнонаучных
дисциплин*

Тема 2.6. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество

Преподаватель: Карачева Валентина Ивановна



Цели занятия:

- дать понятие о логарифме, научить записывать, читать логарифмы и находить их значение;*
- изучить понятие «основное логарифмическое тождество» и рассмотреть примеры использования;*
- дать понятие о десятичном и натуральном логарифмах;*

Введение знака логарифма при решении показательного уравнения

• Понятие логарифма числа вводится при решении показательного уравнения.

Например, решим уравнение $2^x = 16$,

В этом уравнении легко найти значение x . $x=4$, т.к. $2^4 = 16$

Решим еще одно показательное уравнение $2^x=6$

Видим, что в таблице значений степени 2 нет такого значения.

Как же записать корень этого уравнения?

**Корень уравнения запишем, используя новый математический символ:
 $x=\log_2 6$ (корень уравнения равен логарифму числа 6 по основанию 2)**

Выясним какой смысл имеет $\log_2 6$

$\log_2 6$ -это показатель степени, в которую надо возвести число 2, чтобы получить число 6

Запись показателя степени с помощью логарифма

- Рассмотрим несколько примеров со степенью и научимся записывать показатель степени в виде логарифма
- $2^5 = 32 \Leftrightarrow 5 = \log_2 32$
- Показатель степени 5, в которую надо возвести число 2, чтобы получить 32, называется логарифмом числа 32 по основанию 2 и записывается $\log_2 32$
- В записи логарифма 2-основание логарифма, 32-число под знаком логарифма, 5-значение логарифма или показатель степени.
- Число 5 имеет два значения
- Используя пример со степенью, запишите пример с логарифмом и научитесь его читать.
- 1) $3^4 = 81 \Leftrightarrow 4 = \log_3 81$
- 2) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$
- 3) $1,5^2 = 2,25$
- 4) $6^0 = 1$
- 5) $(\sqrt{4})^2 = 4$
- 6) $7^{-2} = \frac{1}{49}$

Определение логарифма

- Есть уравнение вида $a^x = b$
- Корень этого уравнения запишем с помощью логарифма и дадим определение логарифма.
- $x = \log_a b$
- **Логарифм числа b по основанию a , где $a > 0$, $a \neq 1$ и $b > 0$ – это показатель степени, в который нужно возвести число a , чтобы в результате получить b**

Примеры логарифмов: $\log_7 49$, $\log_3 27$, $\log_5 125$, $\log_{\frac{1}{3}} 9$

А такие логарифмы не существуют, так как под знаком логарифма может быть только положительное число, и, в основании логарифма не может быть число 1 и отрицательное число:

$\log_1 8$, $\log_{-2} 16$, $\log_3 -27$

Примеры на вычисление логарифмов

- 1) $\log_3 81 = 4$, т.к. $3^4 = 81$ 2) $\log_{\frac{1}{3}} 9 = -2$, т.к. $(\frac{1}{3})^{-2} = 9$ 3) $\log_7 1 = 0$, т.к. $7^0 = 1$
- **Запомнить: $\log_a 1 = 0$, т.к. $a^0 = 1$, где $a > 0$ и $a \neq 1$**

π

Вычислите

$$\log_2 4$$

$$\log_2 16$$

$$\log_3 3$$

$$\log_3 27$$

$$\log_4 1$$

$$\log_5 \frac{1}{5}$$

$$\log_{0,2} 5$$

$$\log_2 0.5$$

$$\log_3 81$$

$$\log_6 216$$

$$\log_6 \sqrt{6}$$

$$\log_9 \frac{1}{81}$$

$$\log_{10} 10$$

$$\log_{10} 0,1$$

$$\log_{10} 1$$

$$\log_{10} 1000$$

Простейшие логарифмические уравнения

- Уравнение вида $\log_2(2x - 1) = 5$ называется простейшим логарифмическим уравнением, т.к. неизвестное число x находится в выражении под знаком логарифма.
- Решим уравнение используя определение логарифма:
- По определению логарифма 5-это показатель степени, в которую надо возвести 2, чтобы получить число под знаком логарифма.
- Поэтому запишем: $2x-1=2^5$ или $2x-1=32$, $2x=33$, $x=16,5$
- Выражение $2x-1=32$, $32>0$, поэтому найденное число x проверять не надо.
- Решить уравнения:
 - 1) $\log_4(3x + 1) = 3$
 - 2) $\log_{\frac{1}{5}}(5 - 2x) = -2$
 - 3) $\log_{\sqrt{6}}(4x + 3) = 2$

Сравнение логарифмов

- Сравнить числа: Пусть $\log_4 7 = a$, $\log_4 23 = b$ Запишем примеры в виде степени
- $4^a = 7$ и $4^b = 23$ $4 > 1$ и $7 < 23$, поэтому между логарифмами поставим знак $<$
- Аналогично рассуждаем в примере б)
- $\log_{\frac{2}{3}} 0,8 = a$, $\log_{\frac{2}{3}} 1 = 0$
- Запишем первый логарифм в виде степени
- $(\frac{2}{3})^a = 0,8$, $0,8 < 1$, следовательно a -число положительное и больше 0, поэтому первый логарифм больше второго

а) $\log_4 7$ и $\log_4 23$

б) $\log_{\frac{2}{3}} 0,8$ и $\log_{\frac{2}{3}} 1$

в) $\log_9 \sqrt{5}$ и $\log_9 13$

г) $\log_{\frac{1}{12}} \frac{1}{7}$ и $\log_{\frac{1}{12}} \frac{2}{3}$

Основное логарифмическое тождество

- Имеем два равенства $a^x = b$ и $\log_a b = x$
- Подставим в показатель степени первого равенства $\log_a b$, получим новое равенство, которое называется **основным логарифмическим тождеством**.
- **$a^{\log_a b} = b$**
- Рассмотрим примеры использования тождества:
- 1) $7^{\log_7 16} = 16$ если основание степени и основание логарифма одинаковые числа, то сразу записываем ответ 16.
- 2) $3^{1+\log_3 5} = 3 \cdot 3^{\log_3 5} = 3 \cdot 5 = 15$ используем свойство степеней с одинаковым основанием, поэтому сначала заменим первое выражение произведением и применим основное логарифмическое тождество к полученному выражению.
- 3) $4^{2-\log_4 5} = \frac{4^2}{4^{\log_4 5}} = \frac{16}{5} = 3,2$ используем свойство степеней с одинаковым основанием, поэтому сначала заменим первое выражение частным и применим основное логарифмическое тождество к полученному выражению.

Десятичный и натуральный логарифмы

- Рассмотрим логарифм с основанием 10
- $\log_{10} 100 = 2$
- в записи такого логарифма принято основание 10 не записывать.
- Логарифм, в записи которого не записывают основание 10, принято писать $\lg 100$. Такой логарифм называют **десятичным** и читают: десятичный логарифм ста
- Примеры таких логарифмов: десятичный логарифм 5- $\lg 5$
- Десятичный логарифм тысячи- $\lg 1000$
- Выделяют еще один логарифм с основанием $e \approx 2,7$, который называют **натуральным** и записывают $\ln 5$, $\ln 4$, $\ln 10$.
- Читают: натуральный логарифм 5, натуральный логарифм 4, натуральный логарифм 10

**Основное
логарифмическое тождество**

$$a^{\log_a b} = b$$

Пусть $a^\alpha = b$ ($a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$)

Из определения логарифма следует, что $\alpha = \log_a b$

Отсюда $a^{\log_a b} = b$

Вычислите:

$$2^{\log_2 5} =$$

$$7^{\log_7 9} =$$

$$5^{\log_5 0,3} =$$

$$(3^{\log_3 7})^2 =$$

$$10^{\lg 5} =$$

$$e^{\ln \pi} =$$

Вопросы для закрепления

- Используя пример со степенью $8^2 = 64$, запишите пример с логарифмом.
- Используя пример с логарифмом $\log_6 216 = 3$, запишите пример со степенью.
- Дайте определение логарифма.
- Запишите основное логарифмическое тождество.
- Составьте три-четыре примера на использование основного логарифмического тождества.
- Дать понятие о десятичном логарифме.
- Дать понятие о натуральном логарифме.
- **Литература:**
- Алгебра и начала анализа, 10 кл Пратусевич М.Я., Столбов К.М., Головин А.Н. Москва «Просвещение» 2018 г
- Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Башмаков М.И. Москва «Академия», 2018г.