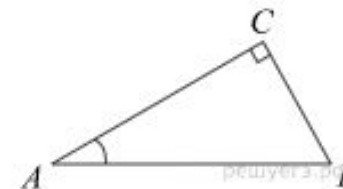


# Планиметрия

# Тип 1. Решение прямоугольного треугольника

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 4,8$ ,  $\sin A = \frac{7}{25}$ . Найдите  $AB$ .



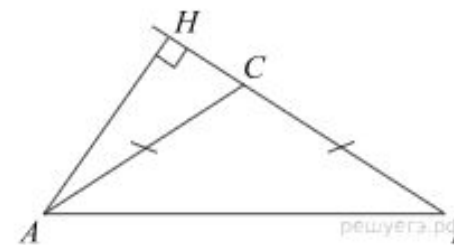
**Решение.**

Имеем:

$$AB = \frac{AC}{\cos A} = \frac{AC}{\sqrt{1 - \sin^2 A}} = \frac{4,8}{\sqrt{1 - \frac{49}{625}}} = 4,8 \cdot \frac{25}{24} = 5.$$

# Тип 2. Решение равнобедренного треугольника

В тупоугольном треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 25$ , высота  $AH$  равна 20. Найдите  $\cos \widehat{ACB}$ .



**Решение.**

Косинусы смежных углов противоположны, поэтому

$$\cos \widehat{ACB} = -\cos \widehat{ACH} = -\frac{HC}{AC} = -\frac{\sqrt{AC^2 - AH^2}}{AC} = -\frac{15}{25} = -0,6.$$

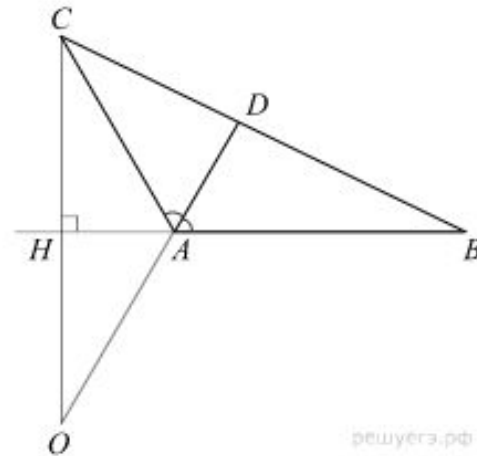
# Тип 3. Треугольники общего вида

В треугольнике  $ABC$   $CH$  — высота,  $AD$  — биссектриса,  $O$  — точка пересечения прямых  $CH$  и  $AD$ , угол  $BAD$  равен  $66^\circ$ . Найдите угол  $AOC$ . Ответ дайте в градусах.

**Решение.**

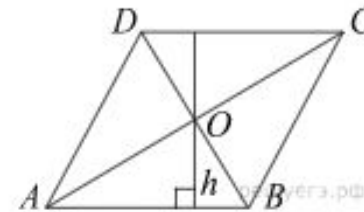
$$\angle AOC = \angle AOH = 180^\circ - \angle OHA - \angle HAO = 180^\circ - 90^\circ - \angle BAD = 90^\circ - 66^\circ = 24^\circ.$$

Ответ: 24.



# Тип 4. Параллелограммы

Диагонали ромба относятся как 3:4. Периметр ромба равен 200. Найдите высоту ромба.



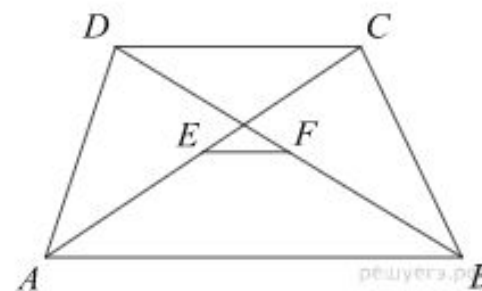
**Решение.**

Заметим, что сторона ромба равна 50. Диагонали ромба пересекаются под прямым углом и точкой пересечения делятся пополам. Пусть  $OB = 3x$ , тогда  $AO = 4x$ . По теореме Пифагора  $AO^2 + OB^2 = AB^2$ , поэтому  $25x^2 = 2500$ , откуда  $x = 10$ . Тогда для высоты треугольника  $AOB$  имеем  $h = \frac{AO \cdot OB}{AB} = \frac{4x \cdot 3x}{5x} = \frac{12x}{5} = \frac{12 \cdot 10}{5} = 24$ .

Следовательно, высота ромба равна  $2h = 48$ .

# Тип 5. Трапеция

Основания трапеции равны 3 и 2. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.



**Решение.**

Отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции равен полуразности большего и меньшего оснований. Поэтому он равен  $(3 - 2):2 = 0,5$ .

# Тип 6. Центральные и вписанные углы

Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, равен  $160^\circ$ . Найдите число вершин многоугольника.

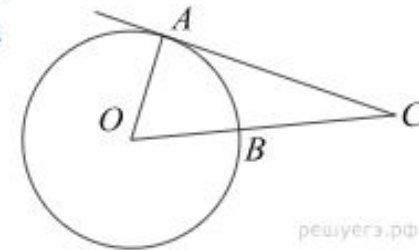
**Решение.**

Пусть  $n$  — число сторон правильного многоугольника. Сумма углов в правильном многоугольнике вычисляется по формуле  $180^\circ(n - 2)$ , откуда получаем, что угол между сторонами правильного многоугольника можно вычислить по формуле  $180^\circ \left(1 - \frac{2}{n}\right)$ . Решим уравнение

$$180^\circ \left(1 - \frac{2}{n}\right) = 160^\circ \Leftrightarrow -\frac{2}{n} = \frac{160^\circ}{180^\circ} - 1 \Leftrightarrow \frac{2}{n} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow n = 18.$$

# Тип 7. Касательная, хорда, секущая

Найдите угол  $ACO$ , если его сторона  $CA$  касается окружности, сторона  $CO$  пересекает окружность в точке  $B$ , дуга  $AB$  окружности, заключённая внутри этого угла равна  $64^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



**Решение.**

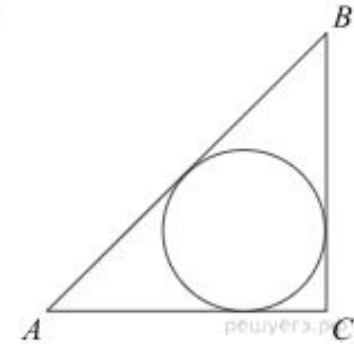
Касательная к окружности перпендикулярна радиусу; центральный угол равен дуге, на которую он опирается. Следовательно, треугольник  $OAC$  прямоугольный и в нём

$$\angle ACO = 90^\circ - \angle AOC = 90^\circ - \cup AB = 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ.$$



# Тип 8. Вписанные окружности

Катеты равнобедренного прямоугольного треугольника равны  $2 + \sqrt{2}$ . Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



**Решение.**

Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности равен половине разности суммы катетов и гипотенузы:

$$r = \frac{a + b - c}{2} = \frac{2a - a\sqrt{2}}{2} = \frac{a(2 - \sqrt{2})}{2} = \frac{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})}{2} = 1.$$

# Тип 9. Описанные окружности

Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  с тупым углом  $C$  равна радиусу описанной около него окружности. Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.



reshuega.ru

**Решение.**

По теореме синусов:

$$\sin \angle C = \frac{AB}{2R} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}.$$

Поскольку угол  $C$  тупой, а его синус равен  $\frac{1}{2}$ , это угол  $150^\circ$ .

