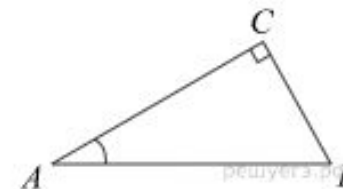


Планиметрия

Тип 1. Решение прямоугольного треугольника

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 4,8$, $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите AB .



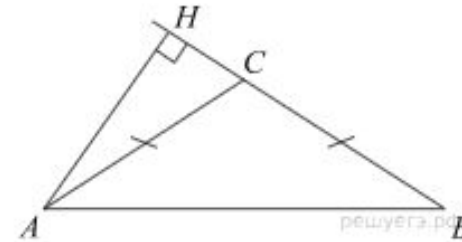
Решение.

Имеем:

$$AB = \frac{AC}{\cos A} = \frac{AC}{\sqrt{1 - \sin^2 A}} = \frac{4,8}{\sqrt{1 - \frac{49}{625}}} = 4,8 \cdot \frac{25}{24} = 5.$$

Тип 2. Решение равнобедренного треугольника

В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = 25$, высота AH равна 20. Найдите $\cos \widehat{ACB}$.



Решение.

Косинусы смежных углов противоположны, поэтому

$$\cos \widehat{ACB} = -\cos \widehat{ACH} = -\frac{HC}{AC} = -\frac{\sqrt{AC^2 - AH^2}}{AC} = -\frac{15}{25} = -0,6.$$

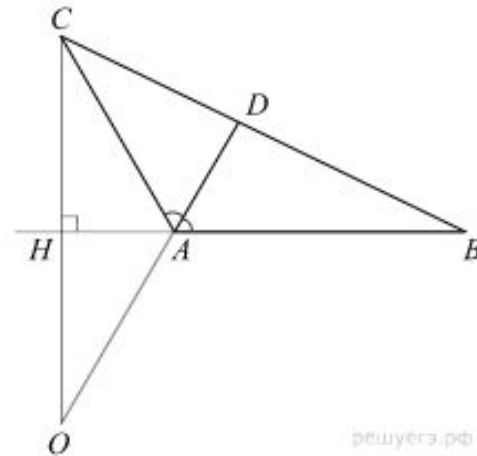
Тип 3. Треугольники общего вида

В треугольнике ABC CH — высота, AD — биссектриса, O — точка пересечения прямых CH и AD , угол BAD равен 66° . Найдите угол AOC . Ответ дайте в градусах.

Решение.

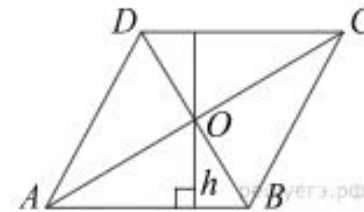
$$\angle AOC = \angle AOH = 180^\circ - \angle OHA - \angle HAO = 180^\circ - 90^\circ - \angle BAD = 90^\circ - 66^\circ = 24^\circ.$$

Ответ: 24.



Тип 4. Параллелограммы

Диагонали ромба относятся как 3:4. Периметр ромба равен 200. Найдите высоту ромба.



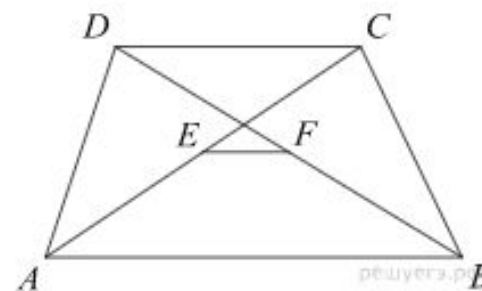
Решение.

Заметим, что сторона ромба равна 50. Диагонали ромба пересекаются под прямым углом и точкой пересечения делятся пополам. Пусть $OB = 3x$, тогда $AO = 4x$. По теореме Пифагора $AO^2 + OB^2 = AB^2$, поэтому $25x^2 = 2500$, откуда $x = 10$. Тогда для высоты треугольника AOB имеем $h = \frac{AO \cdot OB}{AB} = \frac{4x \cdot 3x}{5x} = \frac{12x}{5} = \frac{12 \cdot 10}{5} = 24$.

Следовательно, высота ромба равна $2h = 48$.

Тип 5. Трапеция

Основания трапеции равны 3 и 2. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.



Решение.

Отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции равен полуразности большего и меньшего оснований. Поэтому он равен $(3 - 2):2 = 0,5$.

Тип 6. Центральные и вписанные углы

Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, равен 160° . Найдите число вершин многоугольника.

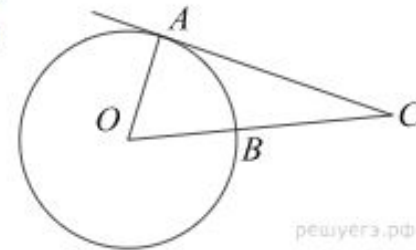
Решение.

Пусть n — число сторон правильного многоугольника. Сумма углов в правильном многоугольнике вычисляется по формуле $180^\circ(n - 2)$, откуда получаем, что угол между сторонами правильного многоугольника можно вычислить по формуле $180^\circ \left(1 - \frac{2}{n}\right)$. Решим уравнение

$$180^\circ \left(1 - \frac{2}{n}\right) = 160^\circ \Leftrightarrow -\frac{2}{n} = \frac{160^\circ}{180^\circ} - 1 \Leftrightarrow \frac{2}{n} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow n = 18.$$

Тип 7. Касательная, хорда, секущая

Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности, сторона CO пересекает окружность в точке B , дуга AB окружности, заключённая внутри этого угла равна 64° . Ответ дайте в градусах.



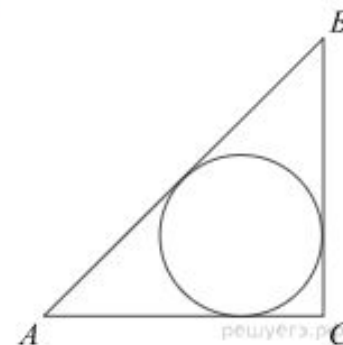
Решение.

Касательная к окружности перпендикулярна радиусу; центральный угол равен дуге, на которую он опирается. Следовательно, треугольник OAC прямоугольный и в нём

$$\angle ACO = 90^\circ - \angle AOC = 90^\circ - \cup AB = 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ.$$

Тип 8. Вписанные окружности

Катеты равнобедренного прямоугольного треугольника равны $2 + \sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



Решение.

Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности равен половине разности суммы катетов и гипотенузы:

$$r = \frac{a + b - c}{2} = \frac{2a - a\sqrt{2}}{2} = \frac{a(2 - \sqrt{2})}{2} = \frac{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})}{2} = 1.$$

Тип 9. Описанные окружности

Сторона AB треугольника ABC с тупым углом C равна радиусу описанной около него окружности. Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



reshuega.ru

Решение.

По теореме синусов:

$$\sin \angle C = \frac{AB}{2R} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}.$$

Поскольку угол C тупой, а его синус равен $\frac{1}{2}$, это угол 150° .

