ЗАДАНИЕ №5
автомат

Бит чётности – это дополнительный контрольный бит,

который добавляется к двоичному коду так,

чтобы **количество единиц** в полученном двоичном коде стало

чётным.

Если в исходном коде было чётное количество единиц, дописывается 0;

если нечётное – дописывается 1.

ТИП-1

ТИП №1

На вход алгоритма подаётся натуральное число N. Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа N.

2. К этой записи дописываются справа ещё два разряда по следующему правилу:

а) складываются все цифры двоичной записи, и остаток от деления суммы на 2 дописывается в конец числа (справа). Например, запись 11100 преобразуется в запись 111001;

б) над этой записью производятся те же действия – справа дописывается остаток от деления суммы цифр на 2.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью искомого числа R.

Укажите минимальное число N, после обработки которого с помощью этого алгоритма получается число, большее, чем 31.

В ответе это число запишите в десятичной системе счисления.

Алгоритм решения.

1. Перевести число в P=2

это число **R** → $31_{10} = 11111_2$

2. Отсекаем два последних разряда. → 111 → **это число N** (его обрабатывать бессмысленно), поэтому
3. к этому числу прибавляем 1. → 1000 → **это тоже число N**, которое мы будем обрабатывать по алгоритму.
4. Проверяем по алгоритму.

a) 1000 → 10001

b) 10001 → 100010 =34 → это число **R оно больше 31,**

Получили это число обработкой числа N=1000 (п.4а) и проверили по алгоритму

Ответ: $1000_2 = 8_{10}$

Задача №1.

На вход алгоритма подаётся натуральное число N. Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1) Строится двоичная запись числа N.

2) К этой записи дописывается справа бит чётности: 0, если в двоичном коде числа N было чётное число единиц, и 1, если нечётное.

3) К полученному результату дописывается ещё один бит чётности.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью искомого числа R. Укажите минимальное число N, после обработки которого с помощью этого алгоритма получается число, большее, чем 103.

В ответе это число запишите в десятичной системе.

Задача №2.

На вход алгоритма подаётся натуральное число N. Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1) Строится двоичная запись числа N.

2) К этой записи дописывается справа бит чётности: 0, если в двоичном коде числа N было чётное число единиц, и 1, если нечётное.

3) К полученному результату дописывается ещё один бит чётности.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью искомого числа R. Укажите минимальное число N, после обработки которого с помощью этого алгоритма получается число, большее, чем 121.

В ответе это число запишите в десятичной системе.

ТИП-2

ТИП №2

На вход алгоритма подаётся натуральное число N.

Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1) Строится двоичная запись числа N.

2) К этой записи дописываются справа ещё два разряда по следующему правилу:

а) складываются все цифры двоичной записи, и остаток от деления суммы на 2 дописывается в конец числа (справа).

Например, запись 11100 преобразуется в запись 111001;

б) над этой записью производятся те же действия – справа дописывается остаток от деления суммы цифр на 2.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью искомого числа R.

Укажите минимальное число **R,** большее, чем 116, которое может быть получено в результате работы этого алгоритма.

В ответе это число запишите в десятичной системе.

Алгоритм решения.

1. Перевести число в P=2

$116_{10} = 1110100_2 \longrightarrow$ это число **R**

2. Отсекаем два последних разряда. → 11101 ⟶ это число N, при обработке которого по алгоритму мы получим 116, т.е. R, а нам надо число большее, чем 116.

3. К этому числу прибавляем 1. → 11110 ⟶ это число N, которое мы будем проверять, даст ли оно при обработке по алгоритму число R >116

4. Проверяем по алгоритму.

а) 11110 → 111100

б) 111100 → 1111000 → это число **R, которое получилось в результате обработки по алгоритму, и оно >116.**

ЕЩЁ одно объяснение той же задачи

Операция над числом выполняется два раза, значит к числу *N* добавляется два разряда.

Определим, что может быть окончанием числа *R,* то есть разберем два последних разряда.

1. Если изначально **сумма разрядов число нечётное.**

— например 10101, то сначала оно будет преобразовано

а) в 10101**1** (добавили 1), т.к. сумма разрядов равна 3;

б) затем в 10101**10** (добавили 0), т.к. сумма разрядов равна 4.

2. Если **сумма разрядов число чётное**.

— например 10001, то сначала оно будет преобразовано

а) в 11000**0** (добавили 0), т.к. сумма разрядов равна 2;

Теперь рассмотрим число 116. $116_{10} = 1110100_2$

При этом 1101100_2 — **это число *R*,**

а исходное число *N* на два разряда меньше, то есть **11101_2**.

Если мы выполним алгоритм для этого числа *N* (**11101_2**), то у нас получится, **1110100_2** это само число 116.

Поэтому берем *N* на единицу больше, то есть **11110_2**.

Проверяем.

а)— **11110** — сумма разрядов чётная, добавляем 0 в конец → **111100**

б)— **111100**— сумма разрядов четная, добавляем 0 в конец → **1111000**

То есть наименьшее число R > 116 — это **1111000** в двоичной или

120 в десятичной.

Ответ:R= 120

Задача №3.

На вход алгоритма подаётся натуральное число N. Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1) Строится двоичная запись числа N.
2) К этой записи дописывается справа бит чётности: 0, если в двоичном коде числа N было чётное число единиц, и 1, если нечётное.
3) К полученному результату дописывается ещё один бит чётности.

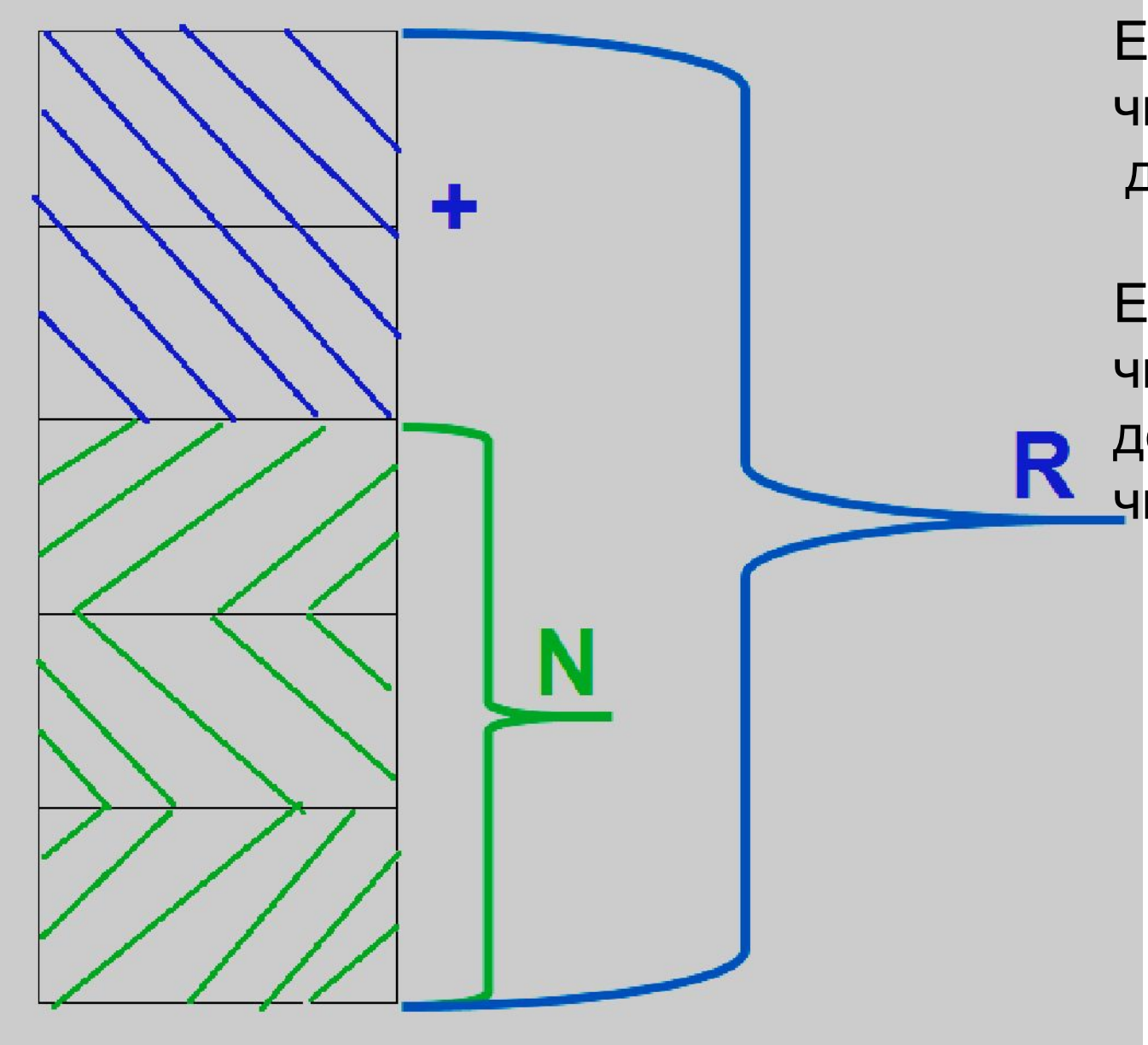
Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью искомого числа R. Укажите минимальное число **R**, большее 96, которое может быть получено в результате работы этого алгоритма. В ответе это число запишите в десятичной системе.

Задача №4.

На вход алгоритма подаётся натуральное число N. Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1) Строится двоичная запись числа N.
2) К этой записи дописывается справа бит чётности: 0, если в двоичном коде числа N было чётное число единиц, и 1, если нечётное.
3) К полученному результату дописывается ещё один бит чётности.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью искомого числа R. Укажите минимальное число **R**, большее 130, которое может быть получено в результате работы этого алгоритма. В ответе это число запишите в десятичной системе.



Если надо найти N, то полученное число
должно быть всегда < R.

Если надо найти R, то полученное число
должно быть >заданного в условии числа.

ТИП-3

Автомат обрабатывает натуральное число N по следующему алгоритму:
1. Строится двоичная запись числа N.
2. Складываются все цифры полученной двоичной записи. В конец записи (справа) дописывается остаток от деления полученной суммы на 2.
3. Предыдущий пункт повторяется для записи с добавленной цифрой.
4. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.
Пример. Дано число N = 13. Алгоритм работает следующим образом:
1. Двоичная запись числа N: 1101.
2. Сумма цифр двоичной записи 3, остаток от деления на 2 равен 1, новая запись 11011.
3. Сумма цифр полученной записи 4, остаток от деления на 2 равен 0, новая запись 110110.
4. На экран выводится число 54.
Сколько различных чисел, принадлежащих отрезку [20; 50],

Решени

отрезок [20; 50]

Переведём 20 и 50 в Р=2

$20_{10}=10100_2$; $50_{10}=110010_2$ красным обозначены добавленные биты,

т.е. 101_2- это младшее число, которое по алгоритму даст число, входящее в этот отрезок,

а 1100_2 - это старшее число, которое по алгоритму даст число, входящее в этот отрезок.

В десятичной системе счисления это числа 5 и 12, т.е. $5 \leq x \leq 12$

X=12-5+1=8

Ответ: 8 чисел

Самостоятельно

№1 Автомат обрабатывает натуральное число N по следующему алгоритму:
1. Строится двоичная запись числа N.
2. Складываются все цифры полученной двоичной записи. В конец записи (справа) дописывается остаток от деления полученной суммы на 2.
3. Предыдущий пункт повторяется для записи с добавленной цифрой.
4. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.
Пример. Дано число N = 13. Алгоритм работает следующим образом:
1. Двоичная запись числа N: 1101.
2. Сумма цифр двоичной записи 3, остаток от деления на 2 равен 1, новая запись 11011.
3. Сумма цифр полученной записи 4, остаток от деления на 2 равен 0, новая запись 110110.
4. На экран выводится число 54.
Сколько различных чисел, принадлежащих отрезку [90; 160], могут

№2. Автомат обрабатывает натуральное число N по следующему алгоритму:
1. Строится двоичная запись числа N.
2. Складываются все цифры полученной двоичной записи. В конец записи (справа) дописывается остаток от деления полученной суммы на 2.
3. Предыдущий пункт повторяется для записи с добавленной цифрой.
4. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.
Пример. Дано число N = 13. Алгоритм работает следующим образом:
1. Двоичная запись числа N: 1101.
2. Сумма цифр двоичной записи 3, остаток от деления на 2 равен 1, новая запись 11011.
3. Сумма цифр полученной записи 4, остаток от деления на 2 равен 0, новая запись 110110.
4. На экран выводится число 54.
Сколько различных чисел, меньших 50, могут появиться на экране в результате работы автомата?

ОТВЕТЫ

№1- 19

№2 - 12

ДРУГИЕ ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ

Автомат обрабатывает натуральное число N ($0 \le N \le 255$) по следующему алгоритму:
1) Строится восьмибитная двоичная запись числа N.
2) Все цифры двоичной записи заменяются на противоположные (0 на 1, 1 на 0).
3) Полученное число переводится в десятичную запись.
4) Из нового числа вычитается исходное, полученная разность выводится на экран.

Пример.

Дано число **N = 13**. Алгоритм работает следующим образом:
1) Восьмибитная двоичная запись числа N: 00001101.
2) Все цифры заменяются на противоположные, новая запись 11110010.
3) Десятичное значение полученного числа 242.
4) На экран выводится число 242 – 13 = 229.

Какое число нужно ввести в автомат, чтобы в результате получилось 113?

Решение.

Речь идет об однобайтовом представлении, которое применяется только для положительных целых чисел , т.е. в этом формате отсутствует знаковый разряд и отрицательные числа.

Когда мы выполняем инверсию в 8 разрядах (заменяем все 0 на 1 и наоборот), мы фактически вычитаем исходное число из числа 255.

Т.е. инверсия двоичной восьмибитной записи числа в сумме с исходным числом дает 11111111, то есть 255.

(В исходном примере(13+242=255) ⇒

$00001101_2 + 11110010_2 = 11111111_2$.)

Следовательно, если исходное число равно **N** , то инвертированное число равно **255 − N**. Затем автомат осуществляет вычитание, вычисляя **255 − 2N**.

Поэтому, чтобы найти число, которое нужно ввести в автомат для получения **113**,

нужно решить уравнение **255 − 2N = 113**. ⇒ **N=71**.

Ответ: 71

Автомат обрабатывает натуральное число N по следующему алгоритму::

1) Строится двоичная запись числа N.

2) Запись «переворачивается», то есть читается справа налево. Если при этом появляются ведущие нули, они отбрасываются.

3) Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.

Какое наибольшее число, не превышающее 100, после обработки автоматом даёт результат 9?

Решение.

1. Переводим 9 и 100 в P=2 ⇒ $9=1001_2$; $100= 1100100_2$
2. Число д.б. наибольшим, но меньше 1100100_2
3. Переворачиваем число 9 ⇒ 1001_2

- Тогда исходное число должно начинаться на 1001_2 и далее пойдут нули, которые отброшены при перевороте числа, т.е. 10010000_2,
- но $10010000_2=144_{10} > 100$. Делим на 2, т.е. убираем один 0.

Это число $1001000_2=72_{10}$

Ответ : 72

Автомат обрабатывает натуральное число N по следующему алгоритму:
1) Строится двоичная запись числа N.
2) **Из записи удаляются все нули**.
3) Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.
Сколько разных значений будет показано на экране автомата при последовательном вводе всех натуральных чисел от 10 до 2500?

Ответ: 11

Решение: посмотрим, что происходит при удалении нулей. Возьмём число 10: 1010_2 => 11. Ясно, что после удаления нулей мы можем получать только числа, которые в двоичной записи содержат только единицы. Попробуем узнать, какое максимальное количество единиц мы можем получить.

2500 > 2048 = 2^{11} . 211 выглядит как 100000000000_2 (единица и 11 нулей), предыдущее число 2047 выглядит как 11111111111_2 (11 единиц).

12 единиц – это число 2^{12}-1 = 4096 – 1 = 4095, его получить мы не можем, т.е. 11 единиц наш максимум.

Если мы начнём с правого края заменять единицы на нули, то получим:

11111111111_2

11111111110_2

11111111100_2

...

10000000000_2

11 разных чисел. Эти же 11 чисел можно получить и из других исходных чисел (например, одну единицу можно получить из числа 10000000000_2 и из числа 10000_2), но в любом случае количество различных чисел, которые будут выведены в результате на экран, равно 11.

Автомат обрабатывает натуральное число N (0≤N≤255) по следующему алгоритму:
1) Строится восьмибитная двоичная запись числа N.
2) **Удаляется последняя цифра двоичной записи**.
3) **Запись «переворачивается», то есть читается справа налево**.
4) Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.
Какое **наибольшее число, меньшее 100**, не изменится после обработки автоматом?

Ответ: 90

Решение: посмотрим, что происходит с числом во время работы автомата. Предположим, исходное число в двоичной системе счисления выглядело как
$abcdefgh_2$
После удаления последней цифры оно превратилось в $abcdefg_2$.
После переворота оно превратилось в gfedcba2. Если оно равно исходному,
то получаем:
$abcdefgh_2$
$0gfedcba_2$
Т.е. a соответствует 0. Тогда число выглядит как $0bcddcb0_2$
Попробуем найти это число.
Если b = 1, то к числу нужно будет прибавить 64 + 2 = 66.
Если c = 1, то к числу нужно будет прибавить 32 + 4 = 36
Если d = 1, то к числу нужно будет прибавить 16 + 8 = 24.
Попробуем набрать максимальную сумму, которая меньше 100. Это 66 + 24 = 90, 01011010_2. Это и есть ответ.

Автомат обрабатывает натуральное число N по следующему алгоритму:
1. Строится двоичная запись числа N без ведущих нулей.
2. **Если в полученной записи единиц больше, чем нулей, то справа приписывается единица. Если нулей больше или нулей и единиц поровну, справа приписывается ноль**.
3. Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.
Какое **наименьшее число, превышающее 36**, может получиться в результате работы автомата?

Ответ: 39

Решение: подбором.
Возьмём число 36. В двоичной СС оно выглядит как 100101_2.
Это – результат работы алгоритма, т.е.
100100_2, где 10010 – число, которое было подано на вход алгоритму, 0 – что дописал алгоритм. По условию нам нужно найти число, большее 36. Начнём перебирать числа:
100101_2 (37) – не подходит, т.к. на конце должен стоять 0, не 1.
100110_2 (38) – не подходит, т.к. на конце должна стоять 1, не 0.
100111_2 (39) – подходит.

Автомат обрабатывает натуральное число N по следующему алгоритму.
1. Строится двоичная запись числа N.
2. **Удаляются первая слева единица и все следующие непосредственно за ней нули. Если после этого в числе не остаётся цифр, результат этого действия считается равным нулю**.
3. Полученное число переводится в десятичную запись.
4. Новое число вычитается из исходного, полученная разность выводится на экран.
Пример. Дано число N = 11. Алгоритм работает следующим образом.
1. Двоичная запись числа N: 1011.
2. Удаляется первая единица и следующий за ней ноль: 11.
3. Десятичное значение полученного числа 3.
4. На экран выводится число 11 – 3 = 8.
Сколько разных значений будет показано на экране автомата при последовательном вводе всех натуральных чисел от 500 до 5000?

Ответ: 5

Решение: посмотрим, что происходим с числом при работе автомата.

$500 = 111110100_2$.

Удаляем ведущую 1 и считаем разность:

$111110100_2 - 011110100_2 = 100000000_2$ (единица и 8 нулей)

Понятно, что в результате работы алгоритма мы всегда будем получать единицу и далее нули. 100000000_2 число, которое можно получить, максимальное получается после обработки числа 5000:

$1001110001000_2 \rightarrow 1000000000000_2$ (единица и 12 нулей).

Все числа:

единица и 8 нулей, единица и 9 нулей, единица и 10 нулей, единица и 11 нулей, единица и 12 нулей.

Всего 5 различных чисел.

Самостоятельно

1) Автомат обрабатывает целое число N ($0 \le N \le 255$) по следующему алгоритму:
   1) Строится восьмибитная двоичная запись числа N.
   2) Все цифры двоичной записи заменяются на противоположные (0 на 1, 1 на 0).
   3) Полученное число переводится в десятичную запись.
   4) Из нового числа вычитается исходное, полученная разность выводится на экран.

   Какое число нужно ввести в автомат, чтобы в результате получилось 45?

2) Автомат обрабатывает целое число N ($0 \le N \le 255$) по следующему алгоритму:

1) Строится восьмибитная двоичная запись числа N.

2) Все цифры двоичной записи заменяются на противоположные (0 на 1, 1 на 0).

3) Полученное число переводится в десятичную запись.

4) Из нового числа вычитается исходное, полученная разность выводится на экран.

Какое число нужно ввести в автомат, чтобы в результате получилось «–21»?

3) Автомат обрабатывает натуральное число N по следующему алгоритму:

1) Строится двоичная запись числа N.
2) Запись «переворачивается», то есть читается справа налево. Если при этом появляются ведущие нули, они отбрасываются.
3) Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.

Какое наибольшее число, не превышающее 500, после обработки автоматом даёт результат 13?

4) Автомат обрабатывает натуральное число N по следующему алгоритму:

1) Строится двоичная запись числа N.
2) Запись «переворачивается», то есть читается справа налево. Если при этом появляются ведущие нули, они отбрасываются.
3) Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.

Какое наибольшее число, не превышающее 500, после обработки автоматом даёт результат 13?

5) Автомат обрабатывает натуральное число N (0≤N≤255) по следующему алгоритму:
1) Строится восьми битная двоичная запись числа N.
2) **Удаляются средние 4 цифры**.
3) Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.
Какое **наименьшее число, большее 130**, после обработки автоматом даёт результат 10?

6) Автомат обрабатывает натуральное число N (0≤N≤255) по следующему алгоритму:
1) Строится восьми битная двоичная запись числа N.
2) **Удаляются средние 4 цифры**.
3) Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.
Какое **наибольшее число, меньшее 110**, после обработки автоматом даёт результат 7?

7) Автомат обрабатывает натуральное число N < 256 по следующему алгоритму:
1) Строится восьмибитная двоичная запись числа N.
2) **Инвертируются все разряды исходного числа, кроме последней единицы и стоящих за ней нулей (0 заменяется на 1, 1 на 0).**
3) Полученное число переводится в десятичную систему счисления.
Чему равен результат работы алгоритма для N = 211?

8) Автомат обрабатывает натуральное число N по следующему алгоритму:
1) Строится двоичная запись числа N.
2) **Удаляются две последние цифры.**
3) Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.
Сколько разных значений будет показано на экране автомата при последовательном вводе всех натуральных чисел от 20 до 600?

ОТВЕТЫ

№1- 105

№2 - 138

№3 - 352

№4 - 112

№5 - 134

№6 – 107

№7 – 45

№8 – 146

№1. Автомат обрабатывает трёхзначное натуральное число N по следующему алгоритму.

1. Из цифр, образующих десятичную запись N, строятся наибольшее и наименьшее возможные двузначные числа (числа не могут начинаться с нуля).
2. На экран выводится разность полученных двузначных чисел.

Пример. Дано число N = 351. Алгоритм работает следующим образом.

1. Наибольшее двузначное число из заданных цифр – 53, наименьшее – 13.
2. На экран выводится разность 53 – 13 = 40.

Чему равно количество чисел N на отрезке [100; 200], в результате обработки которых на экране автомата появится число 30?

Решение:
Пусть исходное число записывалось как abc (a*100 + b*10 + c). Предположим, что a >= b >= c. Тогда наибольшее двузначное число, которое можно составить, выглядит как ab (a*10 + b), а вот наименьшее – либо cb (если c <> 0), либо b0 (если c = 0), либо a0 (если и b, и c равны 0). Т.к. разность равна 30, наименьшее число выглядит как cb.

(a*10 + b) - (c*10 + b) = 30
a - c = 3

Возможные варианты:
a = 9, c = 6 (6 <= b <= 9, 4 варианта)
a = 8, c = 5 (5 <= b <= 8)
a = 7, c = 4 (4 <= b <= 7)
a = 6, c = 3 (3 <= b <= 6)
a = 5, c = 2 (2 <= b <= 5)
a = 4, c = 1 (1 <= b <= 4)
a = 3, c = 0 - вариант невозможен, т.к. в таком случае cb - не двузначное число
В исходном числе a, b и c могут стоять в любом порядке.
Т.к. исходное число должно принадлежать отрезку [100; 200], подходит только последний вариант: a = 4, c = 1 (1 <= b <= 4). Первой цифрой будет 1 (т.е. c), a и b могут меняться местами. Всего 4 варианта, когда a стоит на втором месте (14*), и 4 варианта, когда a стоит на 3-м месте (1*4), но число 144 повторяется дважды, поэтому на самом деле общее количество вариантов не 4+4=8, а 7.
Ответ: 7

Самостоятельно

№1. Автомат обрабатывает трёхзначное натуральное число N по следующему алгоритму.

1. **Из цифр, образующих десятичную запись N, строятся наибольшее и наименьшее возможные двузначные числа (числа не могут начинаться с нуля).**
2. **На экран выводится разность полученных двузначных чисел.**

Пример. Дано число N = 351. Алгоритм работает следующим образом.

1. Наибольшее двузначное число из заданных цифр – 53, наименьшее – 13.
2. На экран выводится разность 53 – 13 = 40.

Чему равно **количество трёхзначных чисел N**, в результате обработки которых на экране автомата появится число 35?

Ответ: 4
Решение: сперва рассмотрим только числа abc, a>= b >= c. Остальные числа получим перестановкой a, b, c.
Наибольшее число будет равно ab, а вот наименьшее – либо cb (если c <> 0), либо b0 (если c = 0), либо a0 (если и b, и c равны 0).
Разность равна 35, единственный вариант, который подходит – это bc.

(a*10 + b) – (b*10 + 0) = 35
(a-b)*10 + b = 35
b = 5, a = 8, c = 0

0 в начале числа стоять не может, поэтому получаем только следующие комбинации:
850, 805, 580, 508

Всего 4 числа.

Самостоятельно

Автомат обрабатывает трёхзначное натуральное число N по следующему алгоритму.

1. **Из цифр, образующих десятичную запись N, строятся наибольшее и наименьшее возможные двузначные числа (числа не могут начинаться с нуля).**
2. **На экран выводится разность полученных двузначных чисел.**

Пример. Дано число N = 351. Алгоритм работает следующим образом.

1. Наибольшее двузначное число из заданных цифр – 53, наименьшее – 13.
2. На экран выводится разность 53 – 13 = 40.

Чему равно **наибольшее возможное трёхзначное число N**, в результате обработки которого на экране автомата появится число 50?

Ответ: 994