Свойства числовой функции.

Если даны числовое множество X и правило f, позволяющее каждому элементу x из X поставить в соответствие определенное число y, то говорят, что задана функция $y = f(x)$ с областью определения X.

x – независимая переменная, аргумент

y – зависимая переменная

D(f) –область определения функции.

Это все значения переменной x, при которых функция имеет смысл.

E (f) – область значений функции.

Это все значения, которые принимает зависимая переменная.

Монотонность функции.

- **Функция $y=f(x)$ называется возрастающей на множестве X, если для любых точек x_1 и x_2 множества X, таких, что $X_1 < X_2$ выполняется неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.**
- **Функция $y=f(x)$ называется убывающей на множестве X, если для любых точек x_1 и x_2 множества X, таких, что $X_1 < X_2$ выполняется неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.**

Ограниченность функции.

- **Функцию y =f(x) называют ограниченной снизу на множестве Х, если все значения этой функции на множестве Х больше некоторого числа, т.е. если существует такое число m,что для любого x выполняется неравенство f(x)>m.**

Ограниченность функции.

- **Функцию у =f(x) называют ограниченной сверху на множестве X, если все значения этой функции на множестве X меньше некоторого числа, т.е. если существует такое число М,что для любого х выполняется неравенство f(x)<M.**

Число m называется наименьшим значением функции y=f(x) на

1). во мн-ве X существует такая точка x_0, что

$f(x_0)=m$;

2). Для любого значения x из мн-ва X выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$, т. е.

$f(x) \geq m$.

$y_{наим} = m$

Число М называется наибольшим значением функции $y=f(x)$ на множестве X, если

1).во мн-ве X существует такая точка x_0 , что

$f(x_0)=M$;

2). Для любого значения x из мн-ва X выполняется неравенство $f(x) \le f(x_0)$, т. е.

$f(x) \le M$.

$У_{наиб} = M$

Полезные утверждения:

1). Если у функции существует $y_{наим}$, то она ограничена снизу.

2). Если у функции существует $y_{наиб}$, то она ограничена сверху.

3). Если функция не ограничена снизу, то у нее нет $y_{наим.}$

4). Если функция не ограничена сверху, то у нее нет $y_{наиб.}$

Точки экстремума.

- Точку x_0 называют точкой максимума функции $y=f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой (кроме самой точки x_0) выполняется неравенство $f(x)<f(x_0)$.
- Точку x_0 называют точкой минимума функции $y=f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой (кроме самой точки x_0) выполняется неравенство $f(x)>f(x_0)$.

Экстремумы функции.

- **Максимум функции** – значение функции в точке максимума. (y_{max})

- **Минимум функции** – значение функции в точке минимума. (y $_{min}$)

Непрерывность функции.

- **Функция непрерывна на промежутке X, если её график на данном промежутке не имеет точек разрыва.**

Выпуклость функции.

- стр 73, рис.34

Функцию y=f(x) называют **четной** на множестве D(y), если:

1. D(y) – симметричное множество;
2. f(-x)=f(x).

График симметричен относительно оси Оу.

Функцию y=f(x) называют **нечётной** на множестве D(y), если:

1. D(y) – симметричное множество;
2. f(-x)= -f(x).

График симметричен относительно начала координат.

Определить четность функции:

$$y = x^4 + \frac{2}{x^2}$$

$$y = x^5$$

$$y = \sqrt{x - 9}$$

Перечислить все свойства функции y=f(x) .