

# Тема 1.4.1. Балочные системы. Определение реакций опор.

## Иметь представление:

О видах опор и возникающих реакциях в опорах.

## Знать:

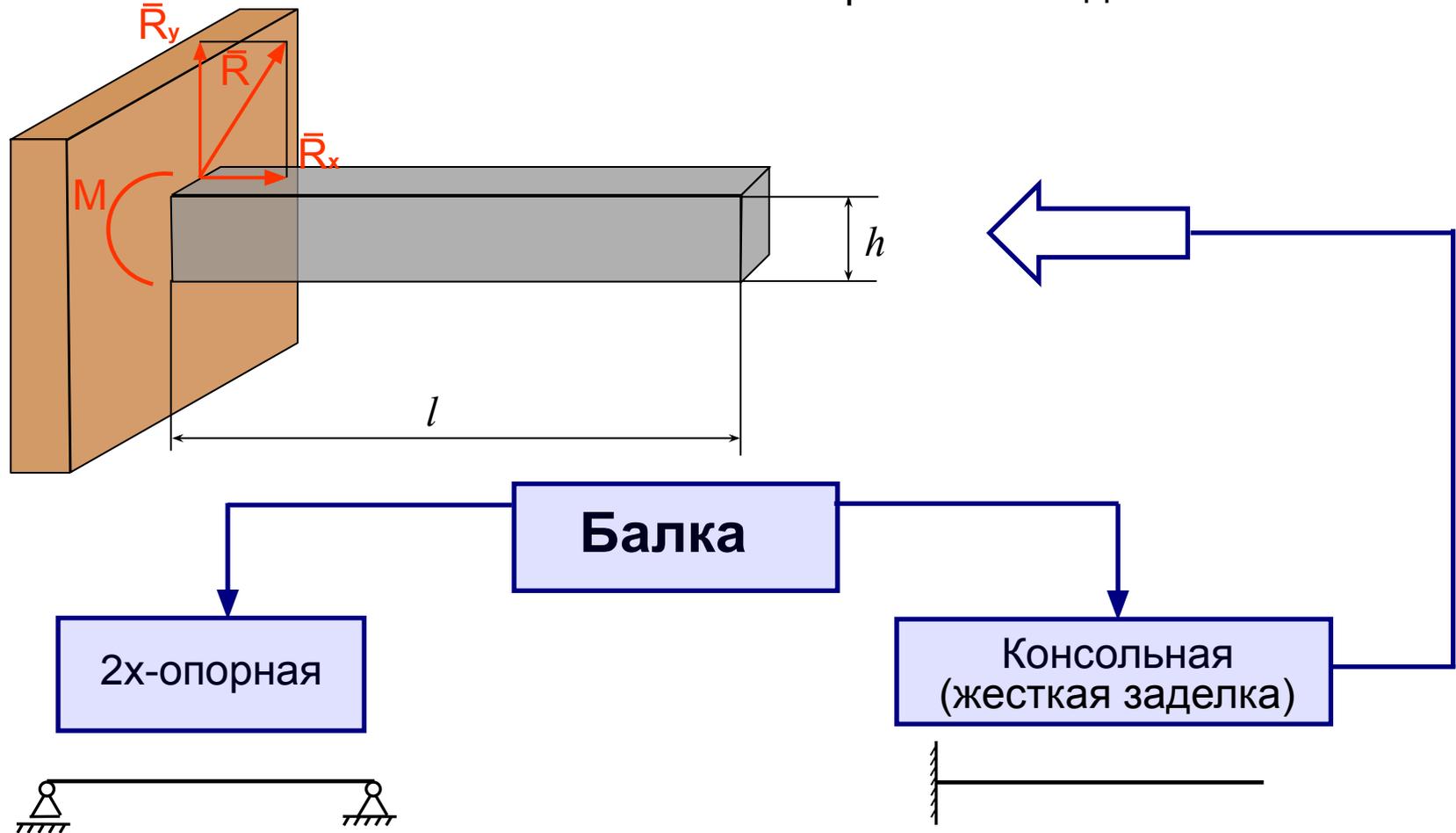
Три формы уравнений равновесия.

## Уметь:

Использовать три формы уравнений равновесия для определения реакций в опорах балочных систем, выполнять проверку правильности решения.

**Балка** - конструктивная деталь в виде прямого бруса, закрепленная на опорах и изгибаемая приложенной к ней нагрузкой.

Высота сечения балки  $h$  незначительно по сравнению с длиной  $l$



**Жесткая заделка (защемление)** – эта опора не допускает перемещений и поворотов. Заделку заменяют реакцией  $\bar{R}$ , которую раскладывают на 2 составляющие  $\bar{R}_x$  и  $\bar{R}_y$  и реактивным моментом  $M$ .

Для определения этих неизвестных удобно использовать систему уравнений в виде

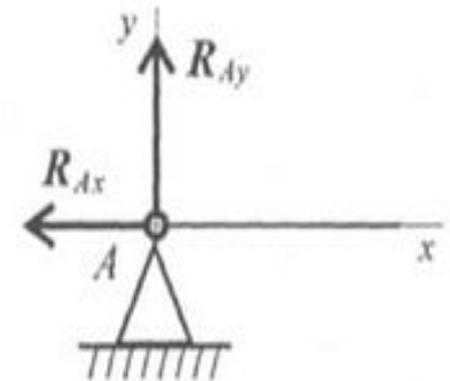
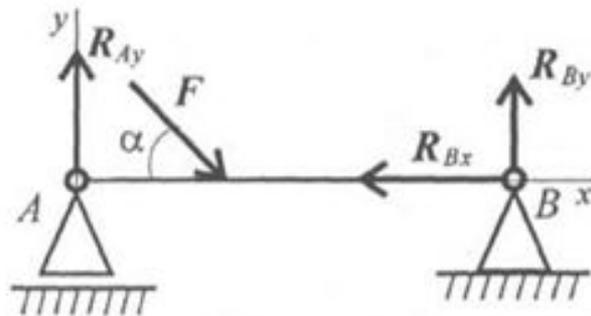
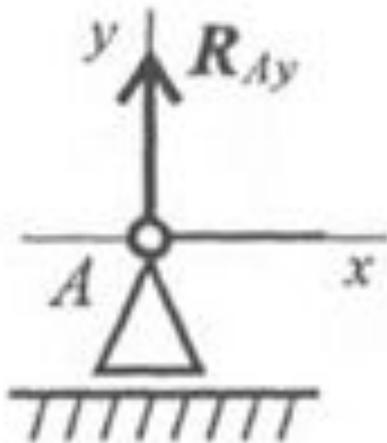
$$\sum_o^n F_{kx} = 0;$$

$$\sum_o^n F_{ky} = 0;$$

$$\sum_o^n m_{kA} = 0.$$

- Шарнирно-подвижная опора Опора допускает поворот вокруг шарнира и перемещение вдоль опорной поверхности. Реакция направлена перпендикулярно опорной поверхности.

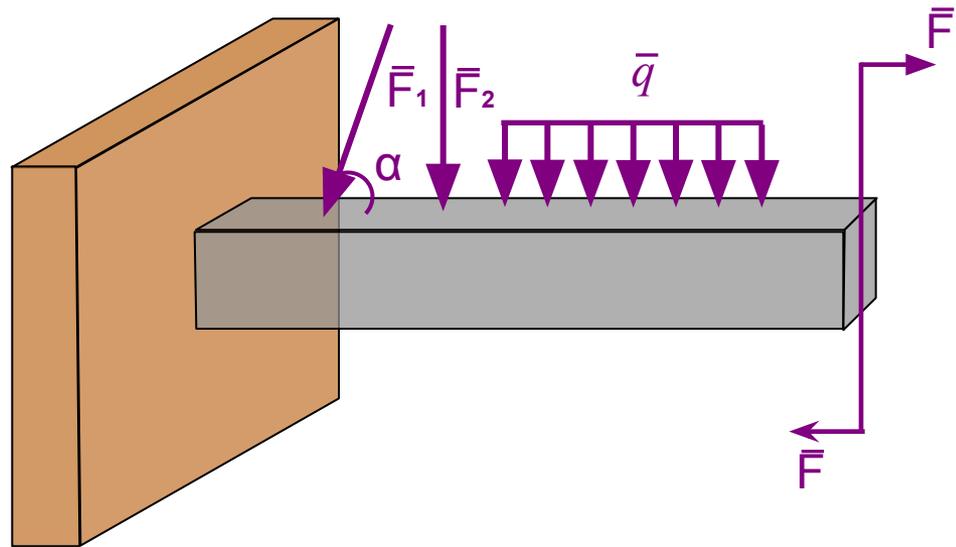
Шарнирно-неподвижная опора Опора допускает поворот вокруг шарнира и может быть заменена двумя составляющими силы вдоль осей координат.



- Не известны три силы, две из них — вертикальные, следовательно, удобнее для определения неизвестных использовать систему уравнений во второй формуле:

$$\sum_o^n m_{kA}(F_k) = 0; \quad \sum_o^n m_{kB}(F_k) = 0; \quad \sum_o^n F_{kx} = 0.$$

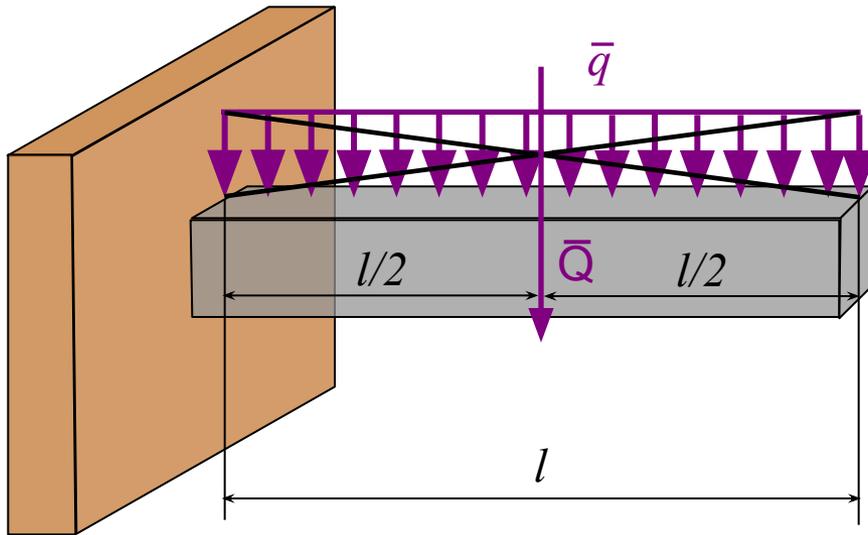
- Составляются уравнения моментов относительно точек крепления балки. Поскольку момент силы, проходящей через точку крепления, равен 0, в уравнении останется одна неизвестная сила.
- Из уравнения  $\sum M_x = 0$  определяется реакция  $R_{bx}$ .
- Из уравнения  $\sum M_y = 0$  определяется реакция  $R_{by}$ .
- Из уравнения  $\sum M_a = 0$  определяется реакция  $R_{ay}$ .



Если передача нагрузки происходит на пренебрежимо малой площадке (в точке), нагрузку называют *сосредоточенной*.

Часто нагрузка распределена по значительной площадке или линии (давление воды на плотину, давление снега на крышу и т.п.), тогда нагрузку считают *равномерно-распределенной*.

*В задачах статики для абсолютно твердых тел распределенную нагрузку заменяют равнодействующей  $\bar{Q}$ .*



Эта равнодействующая приложена в центре участка действия.

Модуль равнодействующей определится по формуле:

$$Q = q \cdot l, \text{ где}$$

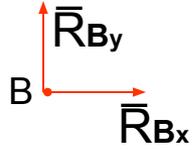
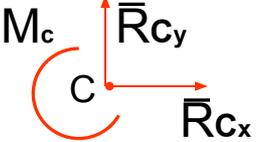
$q$  – интенсивность нагрузки

$l$  – длина участка действия

В зависимости от вида связей и, соответственно, возникающих в них реакциях, задачи статики делятся на статически определимые и статически неопределимые. Сейчас рассматриваем статически определимые задачи.

*Статически определимыми называются задачи, где число неизвестных реакций равно числу уравнений равновесий.*

Для удобства определения реакции опор балки составим следующую таблицу:

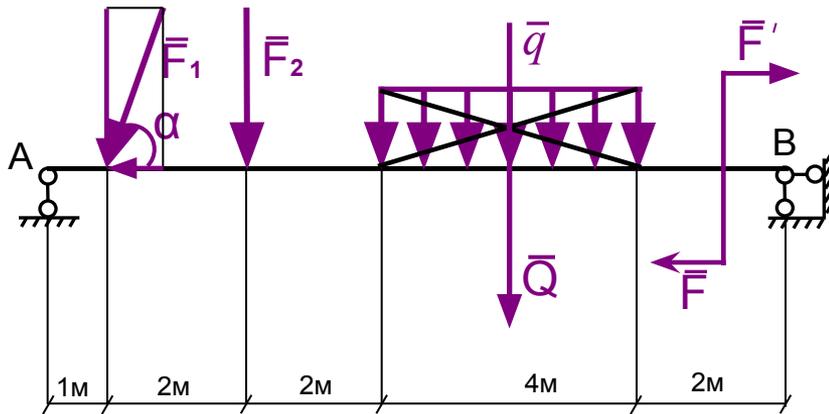
Вид связи	Схематическое изображение	Число неизвестных	Направление реакции
Шарнирно - подвижная опора		1	
Шарнирно - неподвижная опора		2	
Жесткая заделка (защемление)		3	

**Шарнирно – подвижная** опора допускает поворот вокруг шарнира и перемещение вдоль опорной поверхности. Реакция направлена перпендикулярно опорной поверхности.

**Шарнирно - неподвижная** опора допускает поворот вокруг шарнира и может быть заменена 2-мя составляющими силы вдоль осей координат.

В дальнейшем балку будем изображать в виде прямой линии.

## Методика решения задач на определение реакций опор балок.



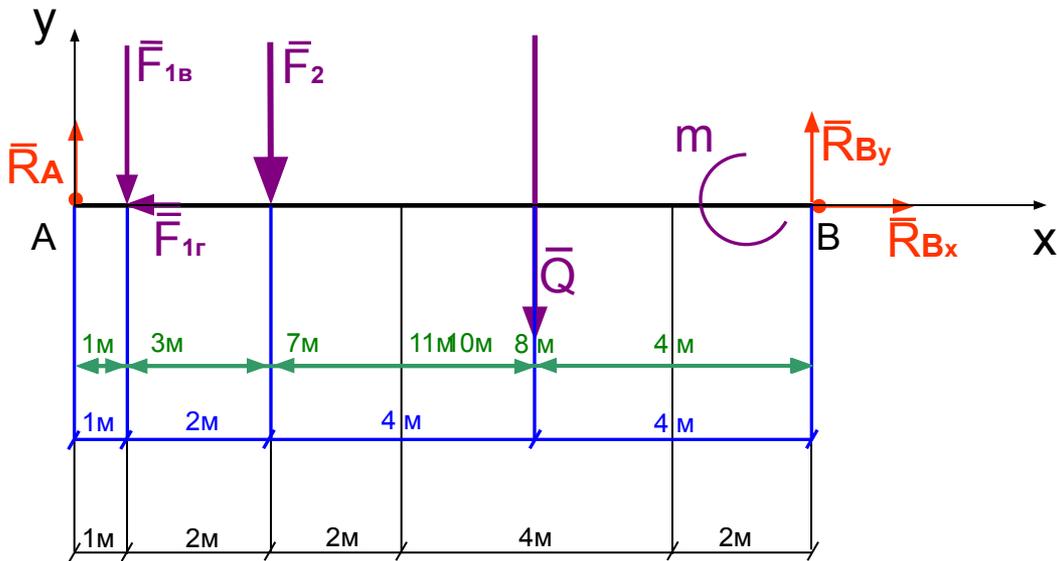
1. Освобождаем балку от связей.  
 2. Отброшенные связи – шарнирно - подвижную опору А и шарнирно - неподвижную опору В заменяем реакциями  $\bar{R}_A, \bar{R}_{By}, \bar{R}_{Bx}$ .

3. Прикладываем к балке нагрузку, при этом:

а) равномерно распределенную нагрузку интенсивностью  $q$  заменяем равнодействующей  $Q = q \cdot l = q \cdot 4$ .

б) пару сил  $(\bar{F}', \bar{F})$  заменяем моментом  $m$ , который определится по формуле:  
 $m = F \cdot a$

в) переносим вертикальную силу  $\bar{F}_2$   
 силу  $\bar{F}_1$  раскладываем на вертикальную и горизонтальную составляющие:  
 $\bar{F} = \bar{F}_{1v} + \bar{F}_{1r}$ , где  $F_{1r} = F_1 \cos \alpha$ ,  $F_{1v} = F_1 \sin \alpha$



4) Определяем расстояние между линиями действия сил.

5) К полученной системе сил применяем условия равновесия в форме (А), предварительно выбрав оси координат.

Составляем *3 уравнения равновесия*:

$$; - F_{1r} + R_{Bx} = 0$$

$$; R_{By} \cdot 11 - m - Q \cdot 7 - F_2 \cdot 3 - F_{1B} \cdot 1 = 0 \quad \sum m_A(\bar{F}_k) = 0 \quad (2)$$

$$; - R_A \cdot 11 + F_{1B} \cdot 10 + F_2 \cdot 8 + Q \cdot 4 - m = 0 \quad \sum m_B(\bar{F}_k) = 0 \quad (3)$$

Из каждого уравнения выражаем свои неизвестные:

из (1)  $\Rightarrow R_{Bx} = F_{1r}$

из (2)  $\Rightarrow R_{By} = \frac{m + Q \cdot 7 + F_2 \cdot 3 + F_{1B} \cdot 1}{11}$

из (3)  $\Rightarrow R_A = \frac{F_{1B} \cdot 10 + F_2 \cdot 8 + Q \cdot 4 - m}{11}$

6) Осуществляем проверку правильности решения, составляя уравнение равновесия  $\sum F_{ky} = 0$  ;  $R_A - F_{1B} - F_2 - Q + R_B = 0$

## Примечание:

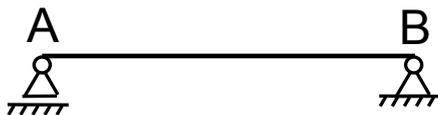
1. Выбирая одну из трех форм условия равновесия, запомнить правило :

а) если балка консольная (т.е. имеет одну связь), то применять основную форму - ту, где используется *одно уравнение моментов*:



$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_{kx}=0 \\ \sum F_{ky}=0 \\ \sum m_A(F_k)=0 \end{array} \right.$$

б) если балка 2х – опорная (т.е. имеет две связи), то применять форму (А) - ту, где используются *два уравнения моментов*:



$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_{kx}=0 \\ \sum m_A(\bar{F}_k)=0 \\ \sum m_B(\bar{F}_k)=0 \end{array} \right.$$

2. В качестве проверочного выбирают возможное неиспользованное уравнение из другой формы:

а) для консольной балки

б) для 2х – опорной балки  $\sum F_{ky}=0$