УРОК НА ТЕМУ:
ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА.

Что сделать?

1. Просмотрите решение примеров
2. По этому образцу выполните примеры для самостоятельного решения.
3. Прислать только решение примеров для самостоятельной работы

Показательные уравнения.

Определение. Уравнения вида:

$$\boxed{a^{f(x)} = a^{g(x)} (a > 0, a \neq 1)}$$

называются показательными уравнениями.

Теорема. **Показательное уравнение**

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} (a > 0, a \neq 1)$$

равносильно уравнению

f(x)=g(x).

Показательные уравнения.

Пример. Решить уравне

а) $3^{3x-3} = 27$ $\quad (\frac{2}{3})^{2x+0.2} = (\sqrt[5]{\frac{2}{3}})$ $\quad 5^{x^2-6x} = 5^{-3x+18}$

Решение.

а) Мы хорошо знаем $27 = 3^3$

Перепишем наше уравнение: $3^{3x-3} = 3^3$

Воспользовавшись теоремой выше, получаем, что наше уравнение сводится к уравнению 3x-3=3, решив это уравнение, получим x=2

Ответ: x=2.

б)

$$\sqrt[5]{\frac{2}{3}} = (\frac{2}{3})^{\frac{1}{5}}$$

Тогда наше уравнение можно переписать: $(\frac{2}{3})^{2x+0.2} = (\frac{2}{3})^{\frac{1}{5}} = (\frac{2}{3})^{0,2}$

2x+0,2=0,2

x=0

Ответ: x=0

в) Исходное уравнение равносильно уравнению:

$x^2 - 6x = -3x + 18$ $\quad x^2 - 3x - 18 = 0$ $\quad (x-6)(x+3) = 0$ $\quad x_1 = 6$ и $x_2 = -3$

Ответ: $x_1 = 6$ и $x_2 = -3$

Показательные уравнения.

Пример. Решить уравнение

$$9^x + 3^{x+2} - 36 = 0$$

Решение:

Перепишем наше уравнение:

$$(3^2)^x + 9 \cdot 3^x - 36 = 0$$

$$(3^x)^2 + 9 \cdot 3^x - 36 = 0$$

Давайте сделаем замену переменных пусть $a = 3^x$

В новых переменных уравнение примет вид:

$a^2 + 9a - 36 = 0$ $(a+12)(a-3) = 0$ $a_1 = -12$ и $a_2 = 3$

Выполним обратную замену переменных:

$$3^x = -12 \text{ и } 3^x = 3$$

Первое уравнение не имеет решений, так как на прошлом уроке мы узнали, что показательные выражения могут принимать только положительные значения, вспомните график. Во втором уравнении у нас одно решение x=1.

Ответ: x=1.

Показательные уравнения.

Давайте **составим памятку способов решения показательных уравнений:**

1. Графический метод. Представляем обе части уравнения в виде функций и строим их графики, находим точки пересечений графиков. (Этим методом мы пользовались на прошлом уроке).

2. Принцип равенства показателей. Принцип основан на том, что два выражения с одинаковыми основаниями равны, тогда и только тогда когда равны степени (показатели) этих оснований.

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} <=> f(x) = g(x)$$

3. Метод замены переменных. Данный метод стоит применять когда уравнение при замене переменных упрощает свой вид, и его становится гораздо легче решить.

Показательные неравенства

Перейдем к неравенствам, *при решение неравенств стоит обратить особое внимание на основание степени, тут возможны два варианта развития событий при решении неравенства.*

Теорема.

Если a>1, то показательное неравенство

$$\boxed{a^{f(x)} > a^{g(x)}}$$

равносильно неравенству f(x)>g(x).

Если 0<a<1, то показательное неравенство

$$\boxed{a^{f(x)} > a^{g(x)}}$$

равносильно неравенству f(x)<g(x). (Знак неравенства меняется на противоположный).

Показательные неравенства.

Пример. Решить неравенство:

а) $3^{2x+3} > 81$в) $(\frac{1}{4})^{2x-4} < \frac{1}{16}$ $0{,}3^{x^2+6x} \le 0{,}3^{4x+15}$

Решение.

а) $3^{2x+3} > 81$ $3^{2x+3} > 3^4$

Наше неравенство равносильно неравенству:

$$2x + 3 > 4$$
$$2x > 1$$
$$x > 0.5$$

Ответ: (0,5;+∞)

б) $(\frac{1}{4})^{2x-4} < (\frac{1}{4})^2$

Основание при степени, в нашем уравнении, меньше единицы, тогда при замене неравенства на эквивалентное надо не забыть поменять знак.

$$2x - 4 > 2$$
$$x > 3$$

Ответ: (3; ;+∞)

Показательные уравнения и неравенства.

Задачи для самостоятельного решения.

1.Решить уравнение

а) $4^{5x-2} = 64$ в) $(\frac{2}{3})^{3x-0.2} = (\sqrt[7]{\frac{2}{3}})$ $3^{x^2-6x} = 3^{-7x+6}$

2. Решить уравнение: $\frac{(0,5)^{2x-0.3}}{\sqrt{2}} = 16 \cdot (0.25)^{3x+1}$

3. Решить уравнение $16^x + 4^{x+2} - 80 = 0$

5. Решить неравенство:

а) $2^{5x-8} > 64$ в $(\frac{1}{3})^{3x-4} < \frac{1}{81}$ $0,3^{x^2-9x} \geq 0,3^{-7x+35}$

6. Решить неравенство:

$$\frac{2 \cdot 2^x - 5}{2^{x+2} - 1} < 1$$