

Тема 6. Переходные процессы в электрических цепях

Лекция 12. Возникновение переходных процессов. Законы коммутации и начальные условия. Принужденный и свободный режимы. Переходные процессы в цепях первого порядка.

Учебные вопросы

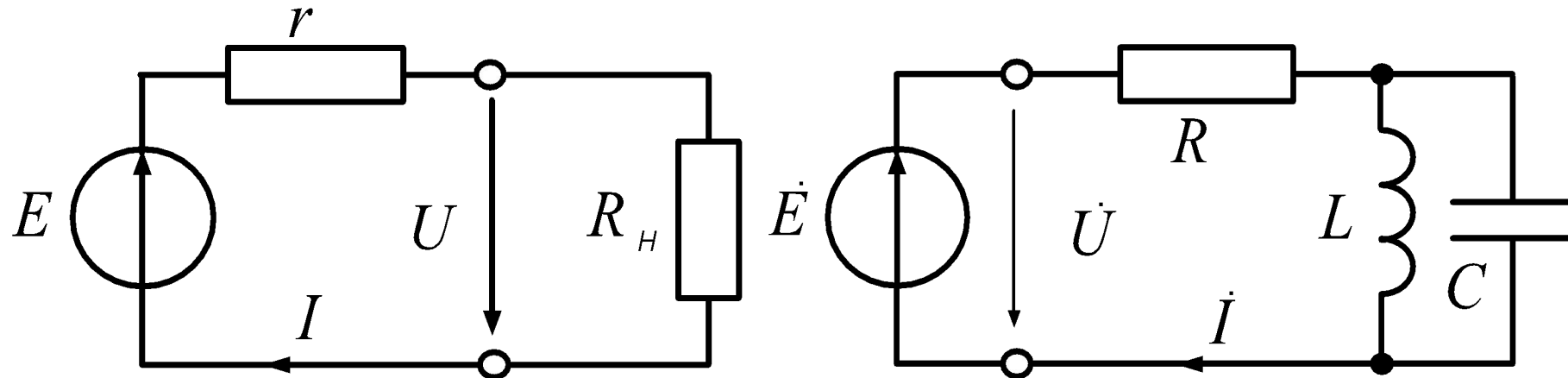
1. Возникновение переходных процессов. Законы коммутации и начальные условия.
2. Принужденный и свободный режимы.
3. Переходные процессы в цепях первого порядка.

Вопрос № 1

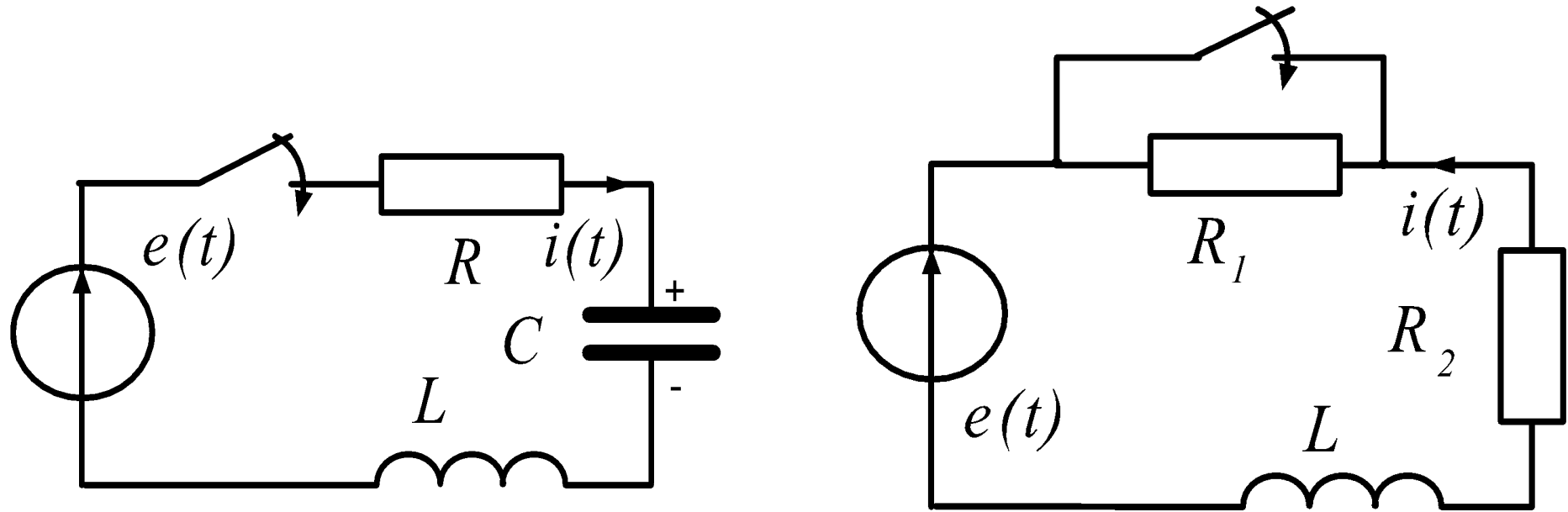
Возникновение переходных процессов. Законы коммутации и начальные условия

Различают два режима работы цепи:
установившийся (стационарный);
переходный (нестационарный).

Установившимся называют такой режим, при котором токи, напряжения и ЭДС в цепи являются постоянными, или периодическими функциями времени.

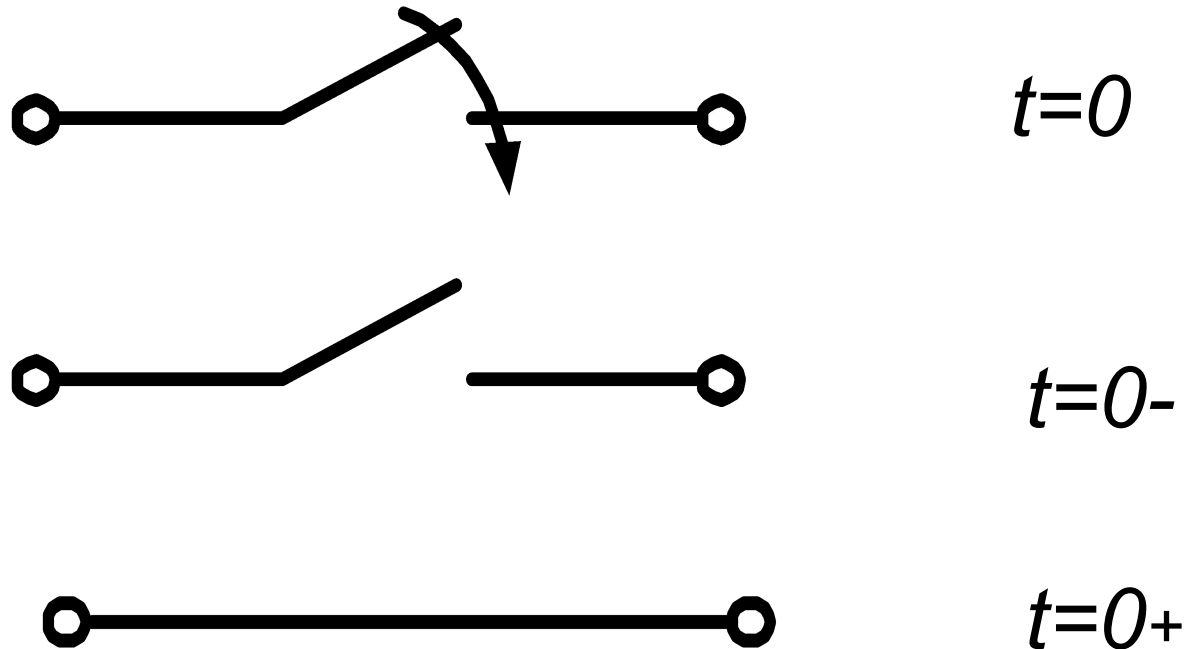


Переходным режимом называют процесс, возникающий в цепи при переходе от одного установившегося режима к другому.



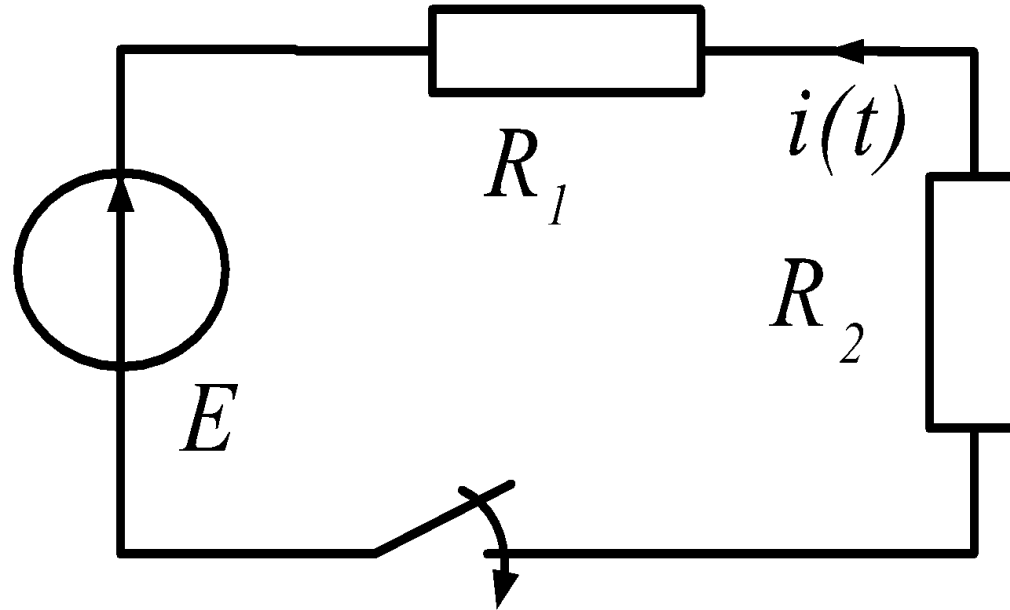
Этот процесс возникает при подключении или отключении источников, а также при скачкообразном изменении схемы.

- Момент коммутации принимают за начало отсчета времени ($t = 0$).
- Момент времени, предшествующий коммутации, обозначают $t = -0$ или $t = 0^-$.
- Момент времени непосредственно за моментом коммутации обозначают $t = +0$ или $t = 0^+$.



**В цепях, не содержащих *энергоемких элементов* (L, C),
новый установившийся режим наступает
непосредственно за моментом коммутации.**

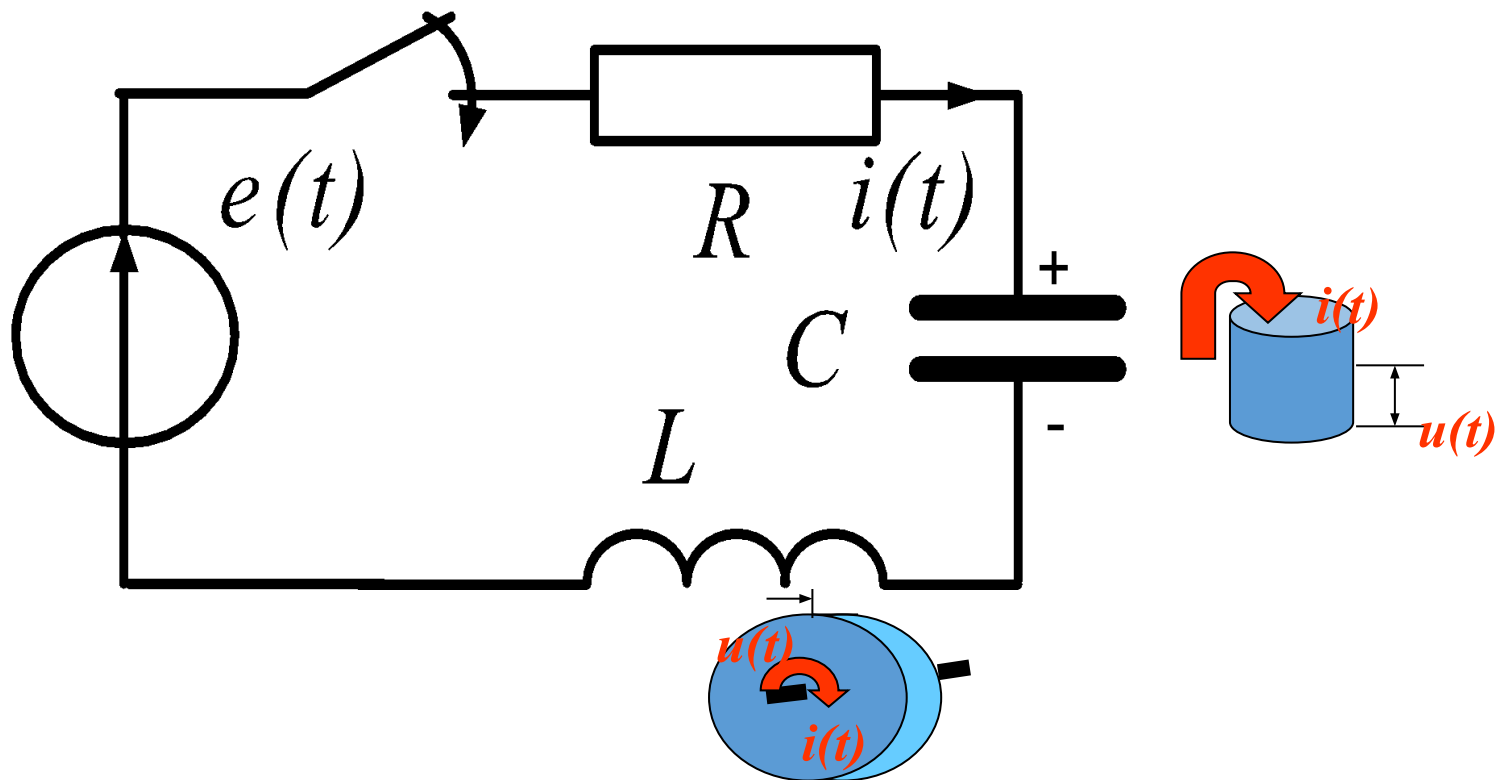
**Поэтому считают, что в таких цепях переходные
процессы отсутствуют.**



В цепях с энергоемкими элементами (L , C) переходные процессы продолжаются некоторое время, так как энергия

**(электрических полей конденсаторов $W_C = CU^2/2$
и магнитных полей индуктивных катушек $W_L = LI^2/2$)**

не может изменяться скачком.

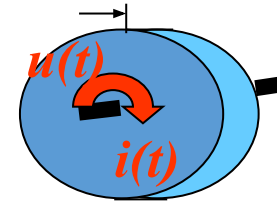


Известны два закона коммутации

1. Ток в индуктивности скачком измениться не может

(токи перед коммутацией $i_L(0-)$, в момент коммутации $i_L(0)$ и после коммутации равны $i_L(0+)$.)

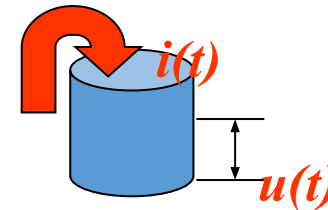
$$i_L(-0) = i_L(0) = i_L(0+),$$



2. Напряжение на емкости скачком измениться не может

(напряжения перед коммутацией $U_C(0-)$, в момент коммутации $U_C(0)$ и после коммутации $U_C(0+)$ равны)

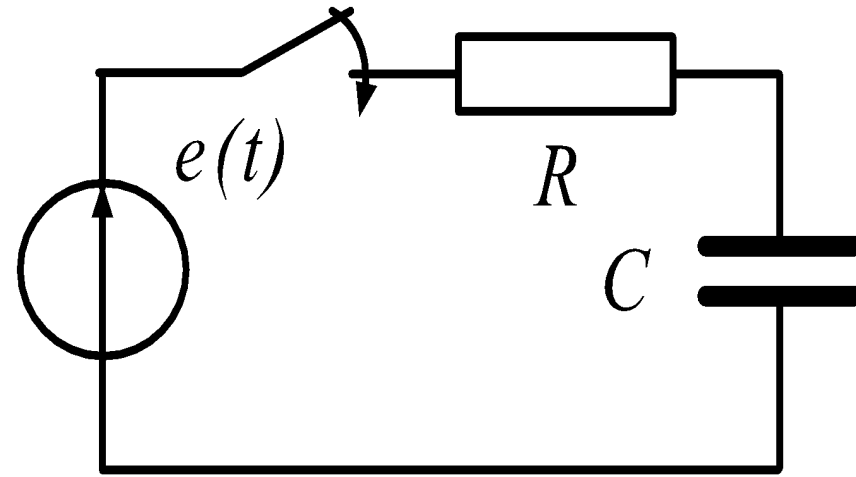
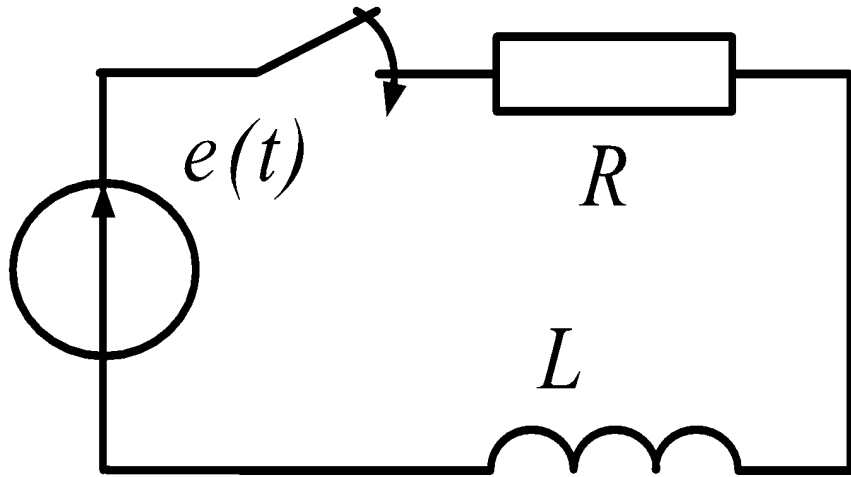
$$u_C(-0) = u_C(0) = u_C(0+).$$



Начальные условия в цепи могут быть нулевыми или ненулевыми.

Нулевые начальные условия - если в момент коммутации

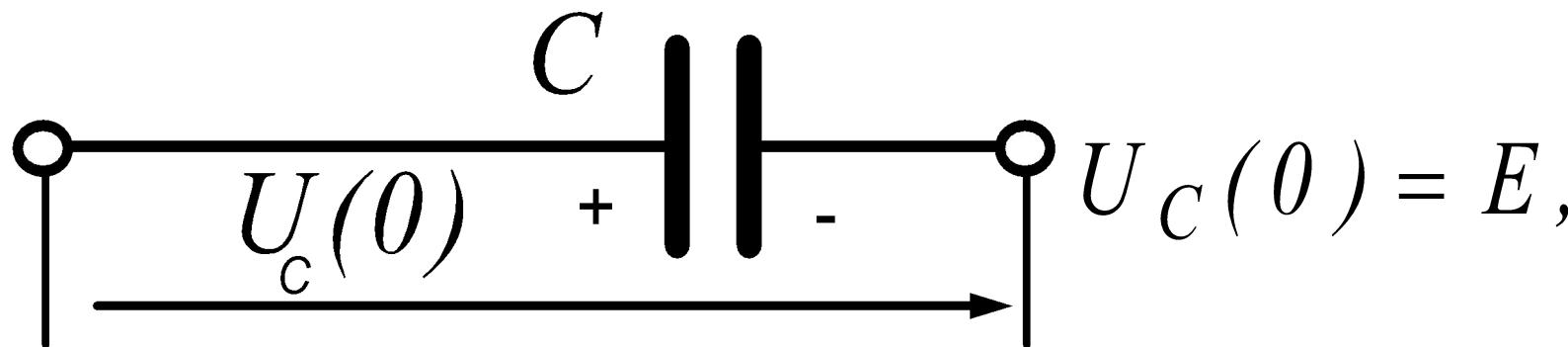
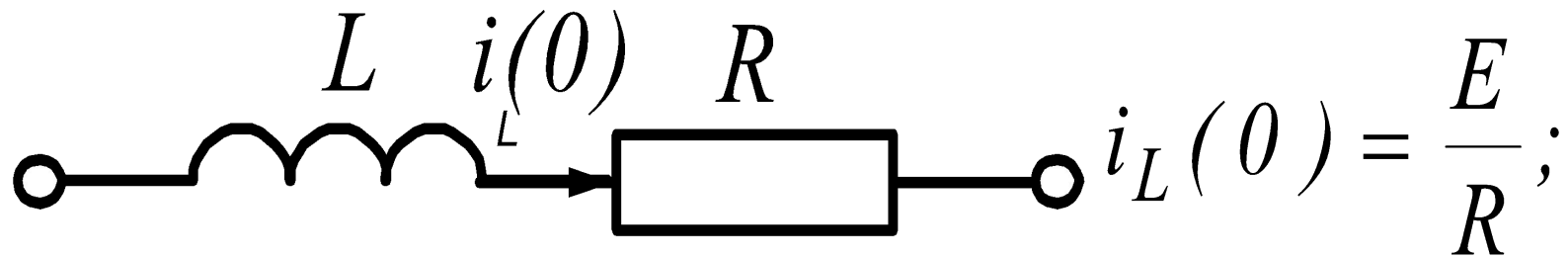
$$i_L(0)=0, u_C(0)=0$$



Это соответствует:

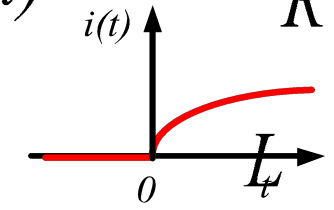
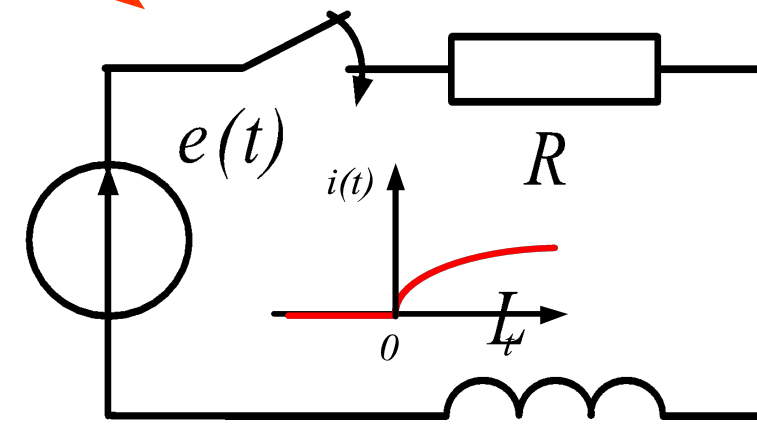
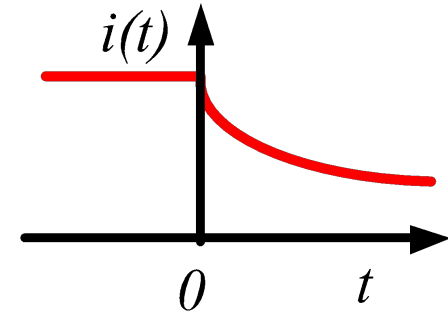
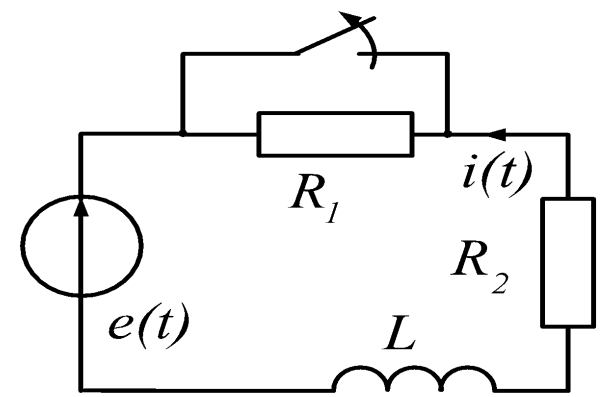
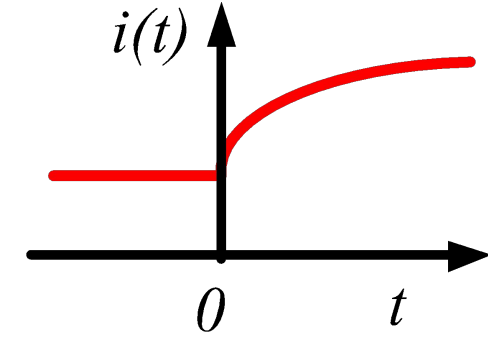
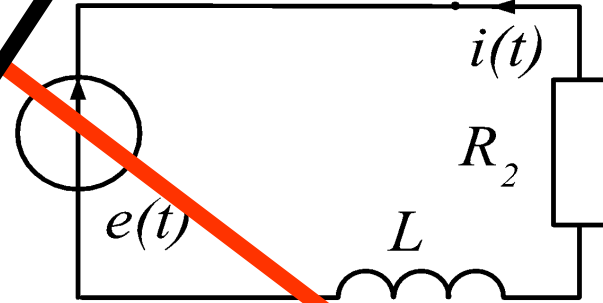
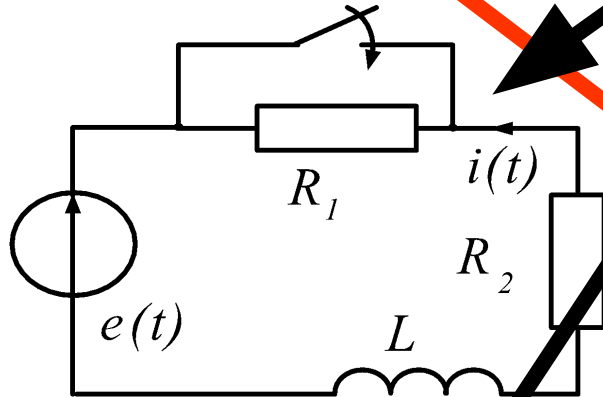
**индуктивность L равносильна разрыву цепи;
емкость C - короткому замыканию.**

Если в момент коммутации по индуктивности L протекал ток $i_L(0)$, или на емкости C было напряжение $u_C(0)$, то имеют место **ненулевые начальные условия**.

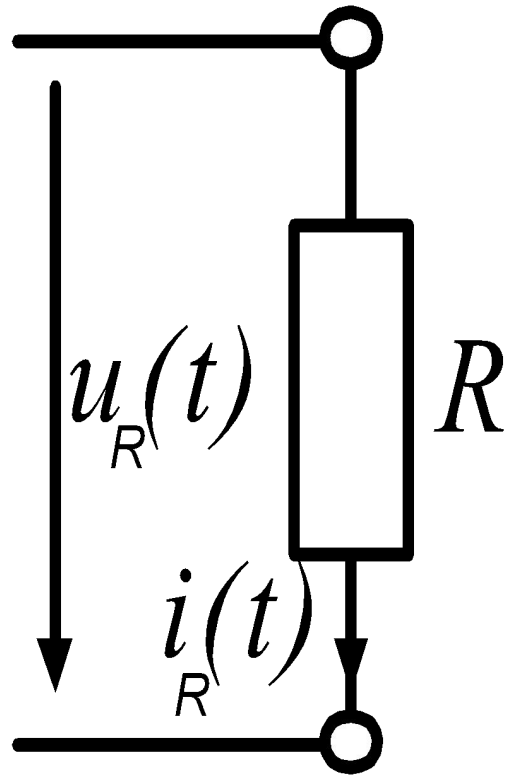


Напряжение на индуктивности L и ток через емкость C в момент коммутации могут изменяться скачком!

Нулевые или ненулевые начальные условия в цепи?



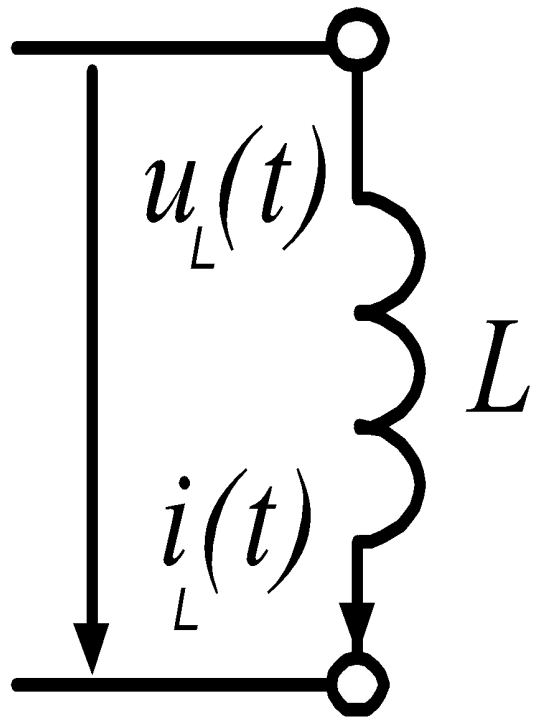
Соотношения между токами и напряжениями на R



$$i_R(t) = \frac{u_R(t)}{R},$$

$$u_R(t) = i_R(t)R.$$

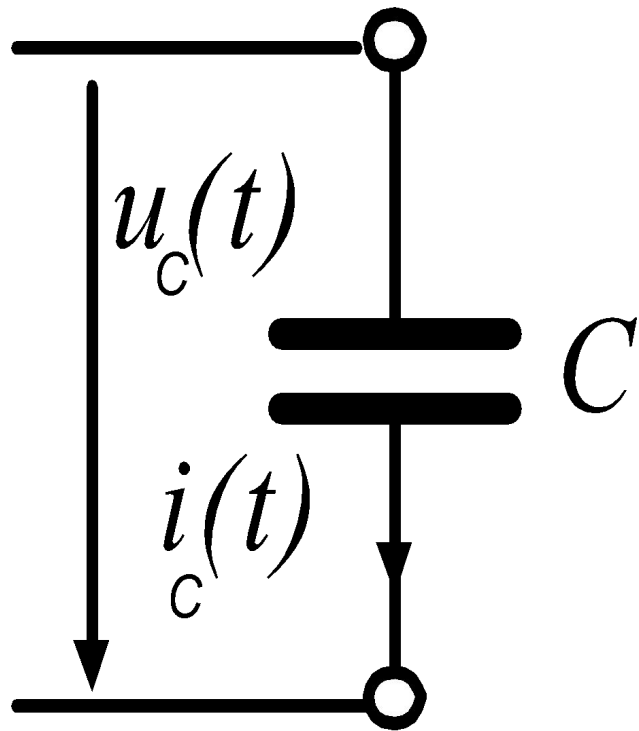
Соотношения между токами и напряжениями на L



$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt},$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u_L(t) dt.$$

Соотношения между токами и напряжениями на C



$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt},$$

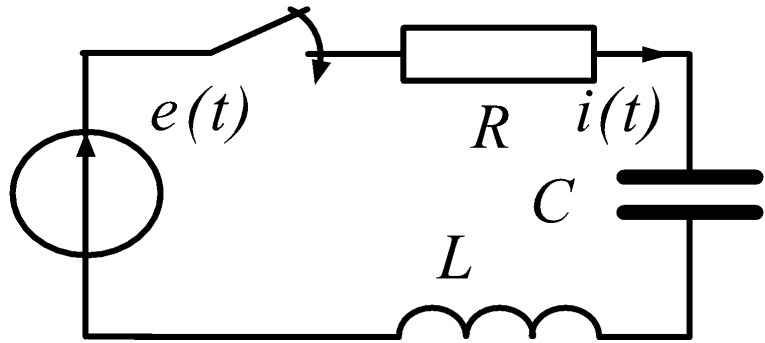
$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t) dt.$$

Вопрос № 2

Принужденный и свободный
режимы

Пусть цепь, содержащих R , L и C .

Пример



1. По 2-му закону Кирхгофа

$$u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) = e(t)$$

2. Подставляем соотношения между токами и напряжениями

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = e(t),$$

3. Дифференцируем уравнение и получаем линейное неоднородное дифференциальное уравнение (ЛНДУ) с постоянными коэффициентами:

$$L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{C} = e(t)$$

4. Решаем это уравнение и находим искомый ток $i(t)$

Его решение имеет вид

$$i(t) = i_{np}(t) + i_{св}(t),$$

где $i_{св}(t)$ - свободная составляющая –
общее решение однородного ДУ
(с нулевой правой частью);

$i_{np}(t)$ - принужденная составляющая – частное
решение уравнения
(с ненулевой правой частью).

Свободная составляющая
характеризует процесс изменения токов и напряжений.

Принужденная составляющая характеризует токи и
напряжения в цепи после окончания переходных
процессов.

- Во время переходного процесса токи и напряжения могут быть разложены на слагающие **принужденного** режима и **свободного** процесса

$$i = i_{\text{пр}} + i_{\text{св}}$$

$$U_R = U_{R\text{пр}} + U_{R\text{св}}$$

$$U_L = U_{L\text{пр}} + U_{L\text{св}}$$

$$U_C = U_{C\text{пр}} + U_{C\text{св}}$$

- Пусть цепь **до коммутации** находилась в произвольном режиме

$$i_{L1} \quad U_{C1}$$

- В соответствии с **законами коммутации** в момент $t = 0$

$$i_{L1} = i_{Lпр} + i_{Lсв}$$

$$U_{C1} = U_{Cпр} + U_{Cсв}$$

ИЛИ

$$i_{Lсв} = i_{L1} - i_{Lпр}$$

$$U_{Cсв} = U_{C1} - U_{Cпр}$$

- Если цепь до коммутации находилась в спокойном состоянии $i_{L1} = 0$, $U_{C1} = 0$ то

$$i_{L_{св}} = -i_{L_{пр}}$$

$$U_{C_{св}} = -U_{C_{пр}}$$

Таким образом **законы коммутации** позволяют определить **начальные условия**, т.е. значения токов в индуктивностях и напряжений на емкостях **при $t=0$** .

Вопрос № 3

Переходные процессы в цепях
первого порядка

3.1. Короткое замыкание в цепи r, L

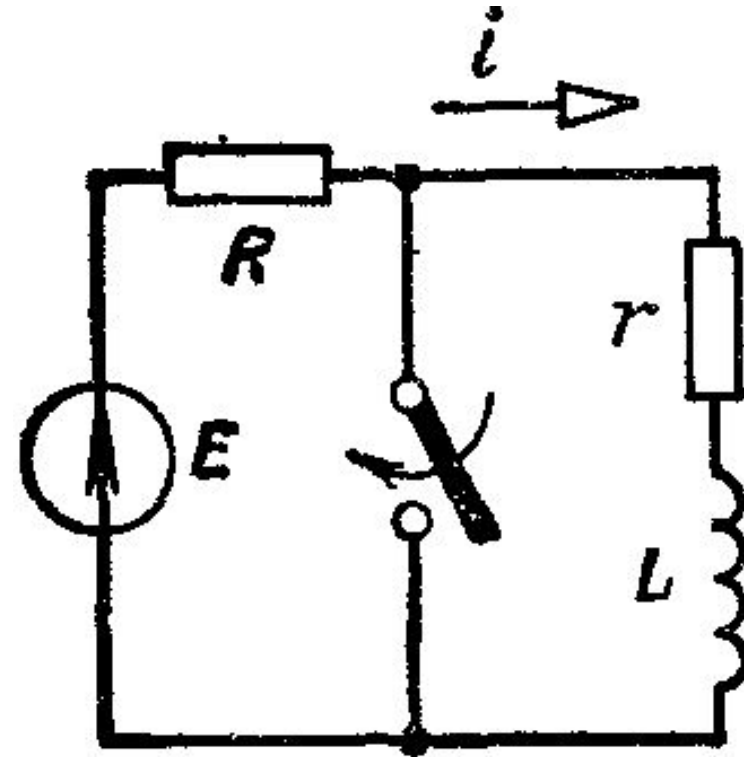
- При $t > 0$ $i_{Lпр} = 0$
- Тогда $i_{L1} = i_{Lсв}$

$$U_r + U_L = 0$$

$$L \frac{di_{св}}{dt} + ri_{св} = 0$$

Решение имеет вид

$$i_{св} = Ae^{-\frac{r}{L}t}$$



• При $t = 0$ определим A

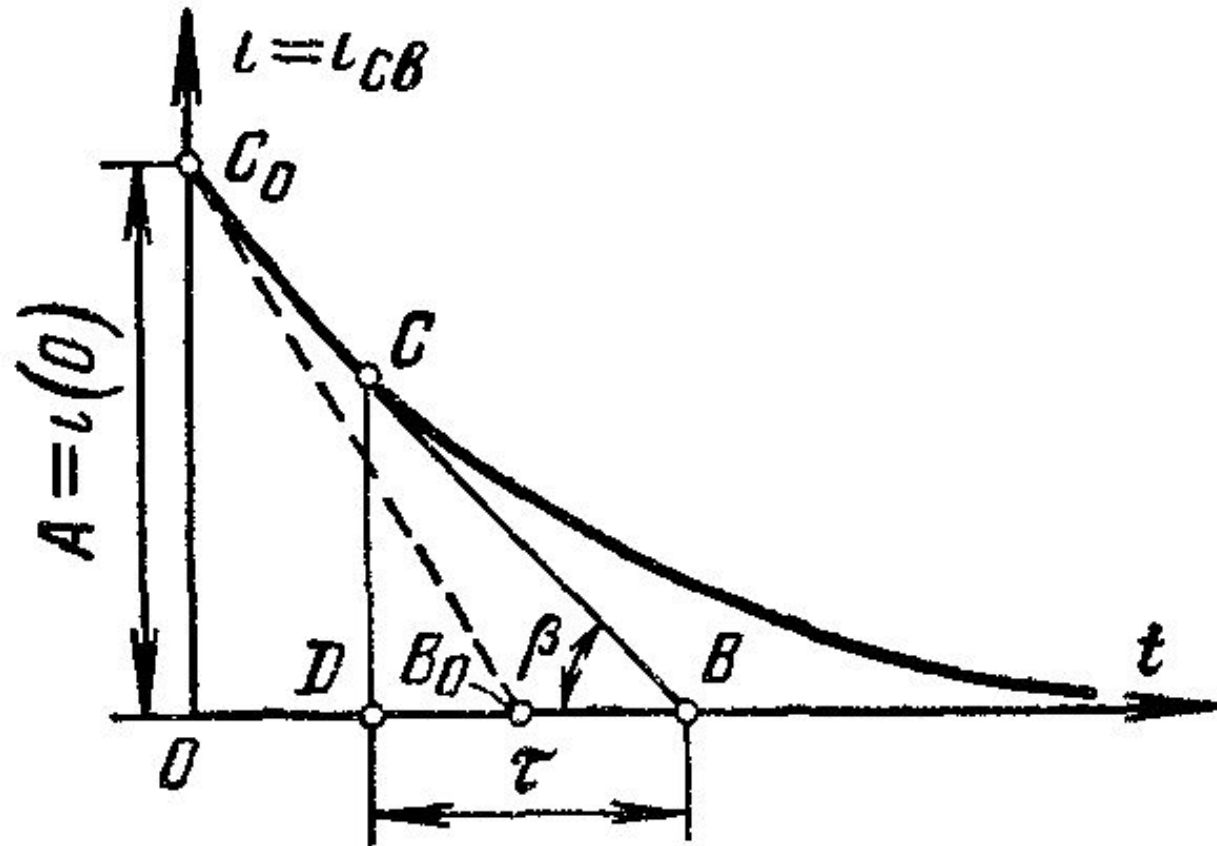
$$i_{LCB}(0) = i_{L1}(0) = A = \frac{E}{R + r}$$

$$i_{LCB} = \frac{E}{R + r} e^{-\frac{r}{L}t}$$

Постоянная времени $\tau = \frac{L}{r}$

$$i_{LCB} = \frac{E}{R + r} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- График i_{LCB}



- Длительность переходного процесса равна $t_{пер} = (3 \dots 5)\tau$

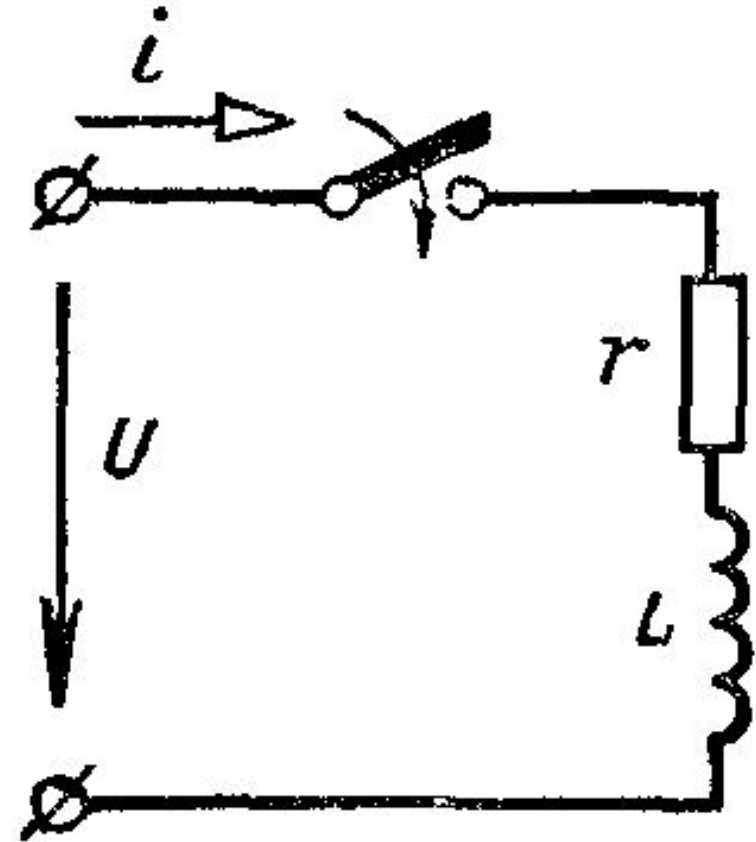
3.2. Включение r, L на постоянное напряжения

При $t = 0$

$$i_{L1} = i_{Lпр} + i_{Lсв} = 0$$

$$i_{Lпр} = \frac{U}{r}$$

$$i_{Lсв}(0) = -\frac{U}{r}$$

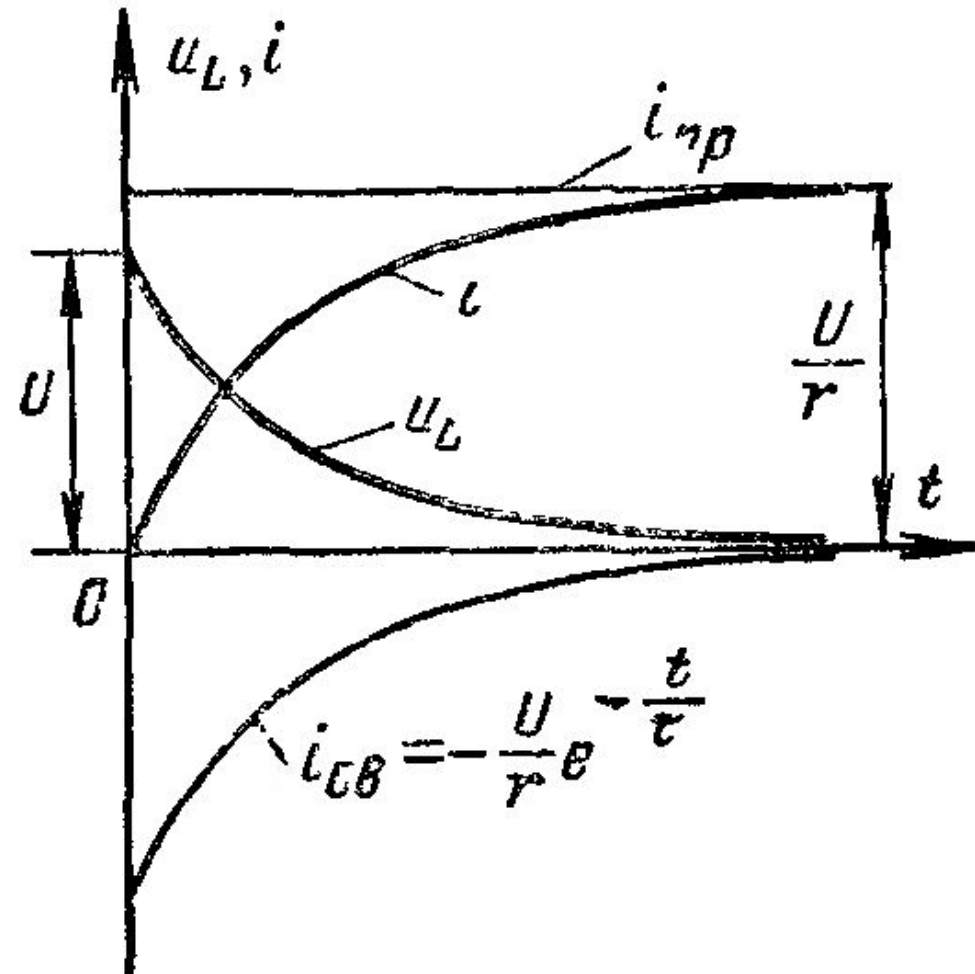


При $t > 0$

$$i_{LCB} = -\frac{U}{r} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L = i_{Lпр} + i_{LCB} = \frac{U}{r} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$U_L = U_{LCB} = L \frac{di_L}{dt} = U e^{-\frac{t}{\tau}}$$



3.3. Короткое замыкание в цепи r, C

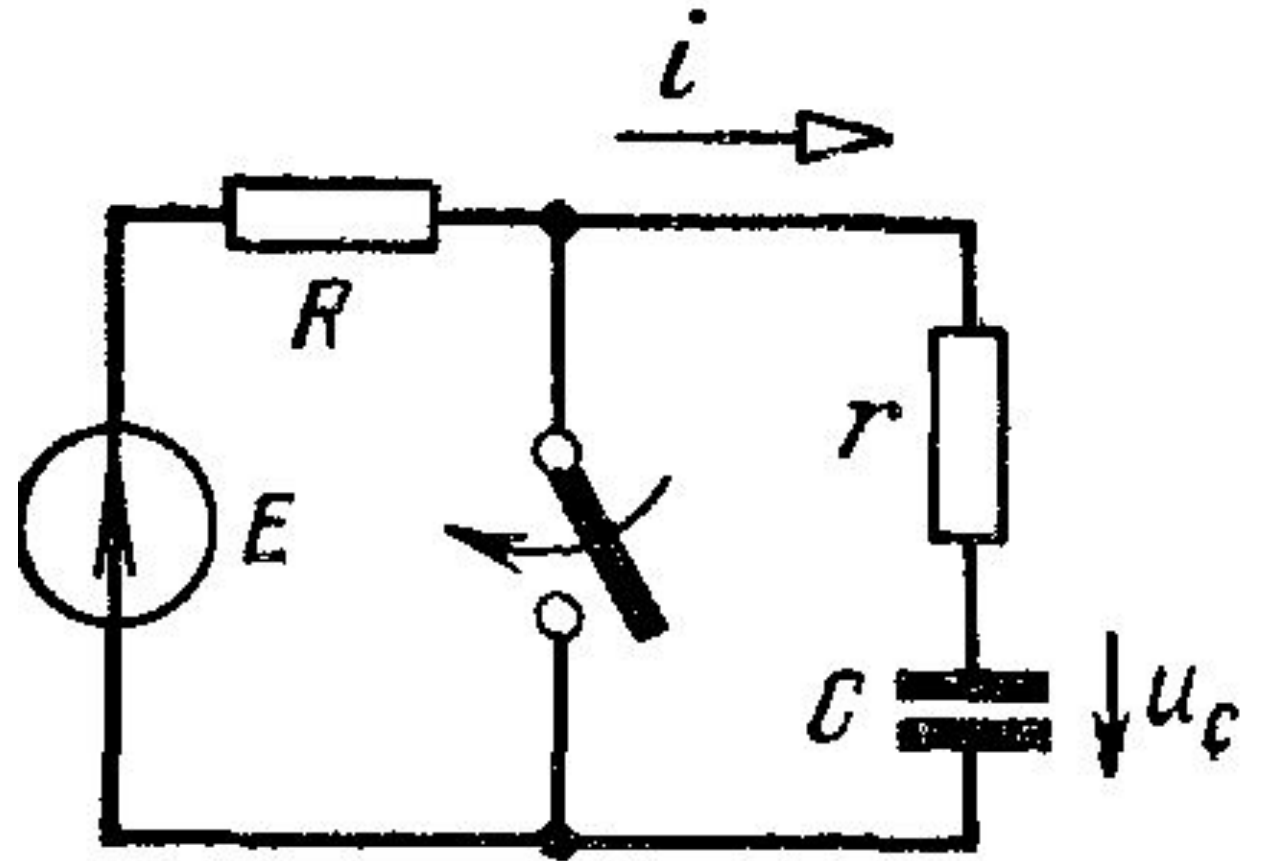
- При $t > 0$ $U_{Cпр} = 0$
- Тогда $U_{C1} = U_{Cсв}$

$$U_{rсв} + U_{Cсв} = 0$$

$$rC \frac{dU_{Cсв}}{dt} + U_{Cсв} = 0$$

Решение имеет вид

$$U_{св} = Ae^{-\frac{t}{rC}}$$



- При $t = 0$ определим A

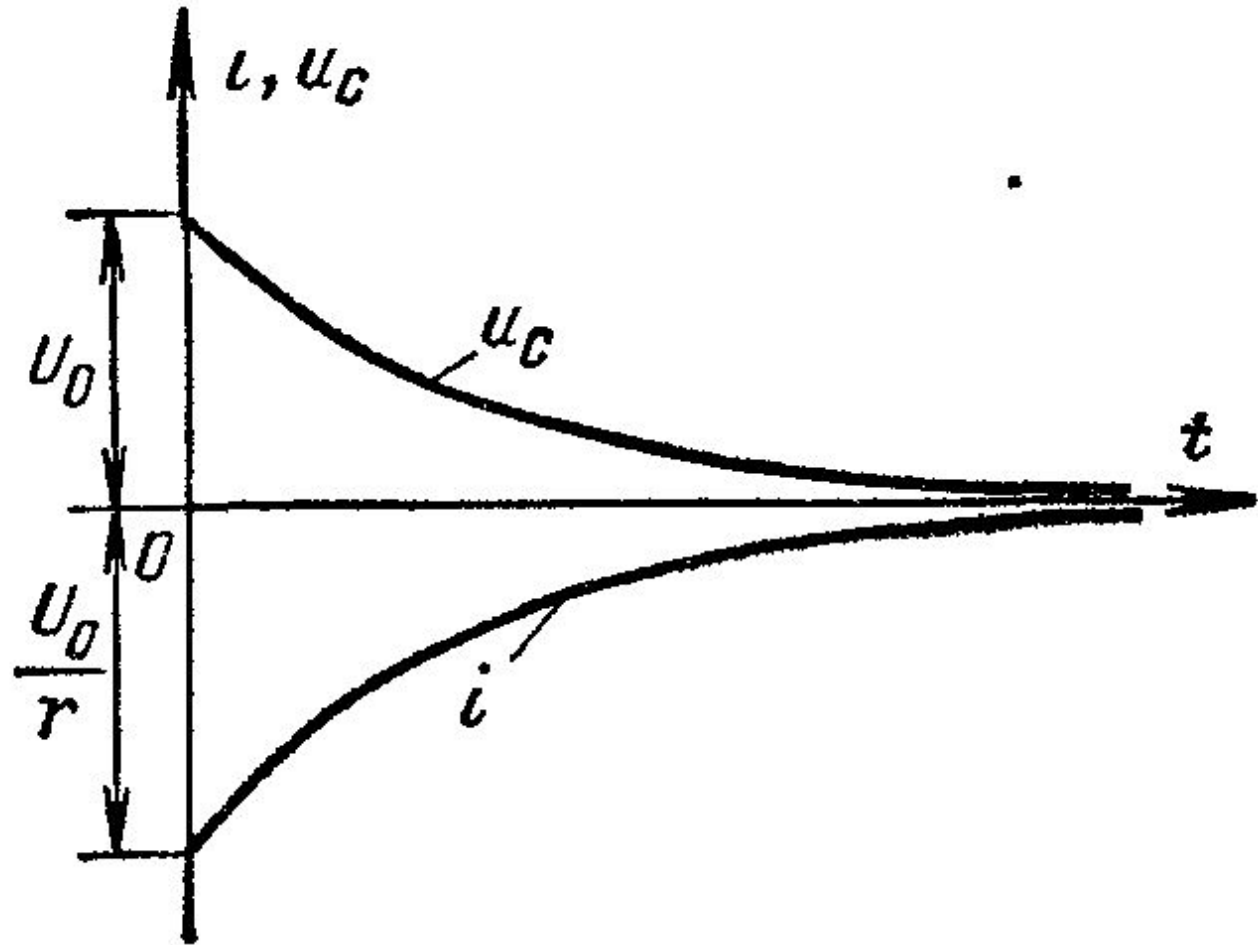
$$U_{C_{CB}}(0) = U_{C_1}(0) = A = U$$

$$U_{C_{CB}} = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Постоянная времени $\tau = rC$

$$i_{CB} = -\frac{E}{r} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- Графики $U_{\text{св}}$ и $i_{\text{св}}$



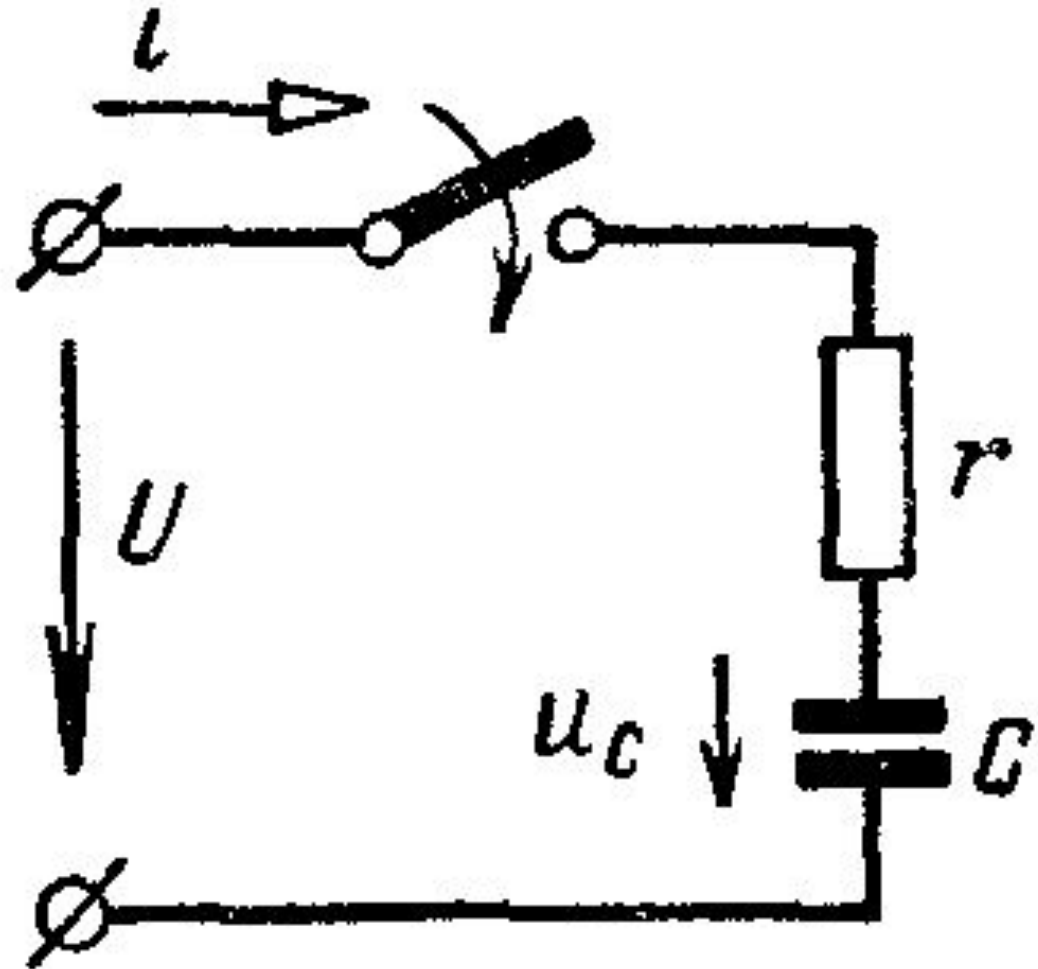
3.4. Включение r, C на постоянное напряжения

При $t = 0$

$$U_{C1} = U_{Cпр} + U_{Cсв} = 0$$

$$U_{Cпр} = U$$

$$U_{Cсв}(0) = -U$$



$$U_{r_{CB}} + U_{C_{CB}} = 0$$

$$rC \frac{dU_{C_{CB}}}{dt} + U_{C_{CB}} = 0$$

Решение имеет вид

$$U_{CB} = Ae^{-\frac{t}{rC}} = -Ue^{-\frac{t}{rC}}$$

$$U_C = U_{C_{пр}} + U_{C_{CB}} = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$i_{CB} = C \frac{dU_{C_{CB}}}{dt} = \frac{U}{r} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- Графики $U_{C_{св}}$ и $i_{св}$ и U_C

