Тема 6. Переходные процессы в электрических цепях

Лекция 12. Возникновение переходных процессов. Законы коммутации и начальные условия. Принужденный и свободный режимы. Переходные процессы в цепях первого порядка.

Учебные вопросы

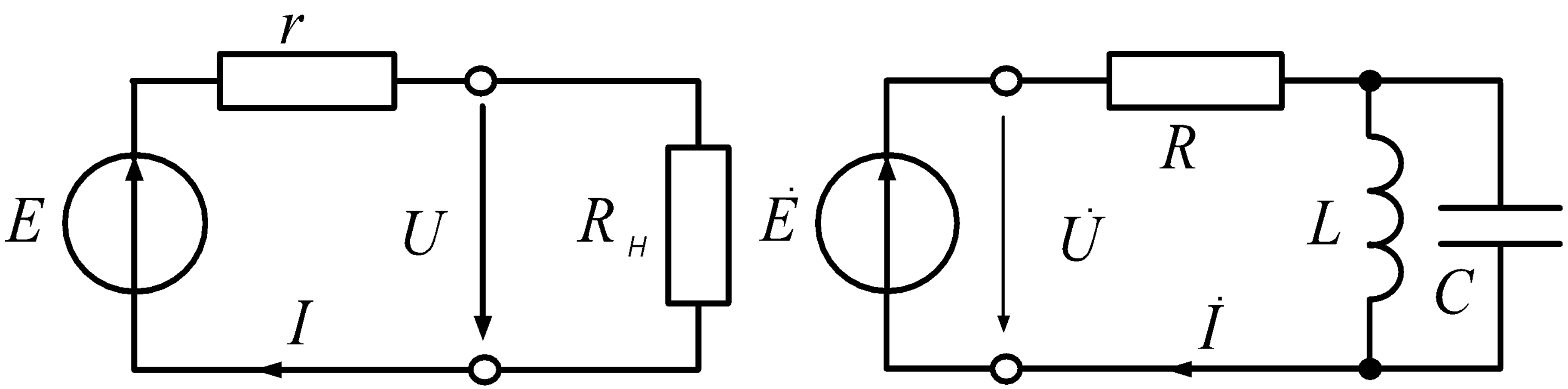
1. Возникновение переходных процессов. Законы коммутации и начальные условия.
2. Принужденный и свободный режимы.
3. Переходные процессы в цепях первого порядка.

Вопрос № 1

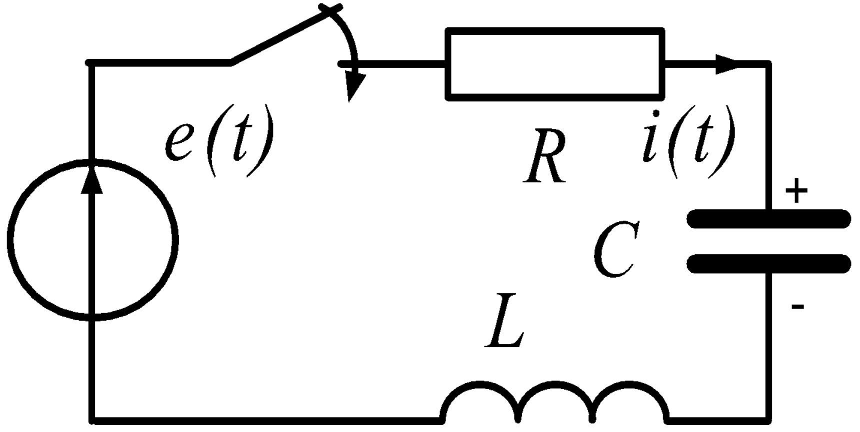
Возникновение переходных процессов. Законы коммутации и начальные условия

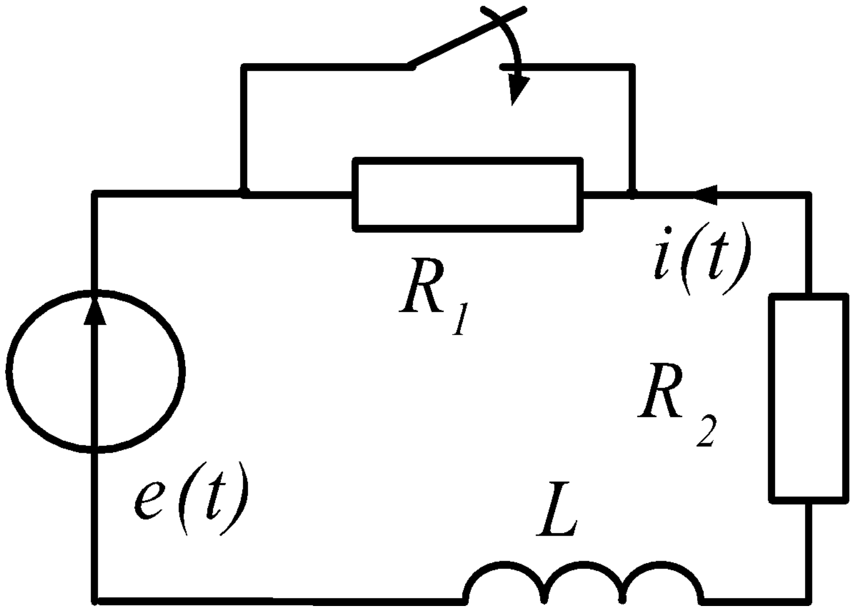
Различают <u>два режима работы цепи</u>:
установившийся (стационарный);
переходный (нестационарный).

Установившимся называют такой режим, при котором <u>токи, напряжения и ЭДС</u> в цепи являются постоянными, или периодическими функциями времени.



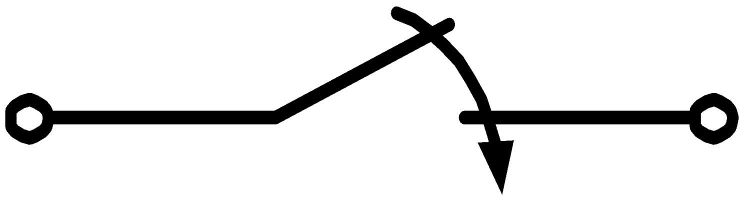
Переходным режимом называют процесс, возникающий в цепи при переходе от одного установившегося режима к другому.



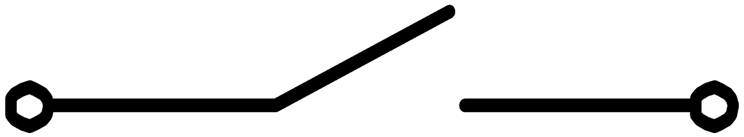


Этот процесс возникает при подключении или отключении источников, а также при скачкообразном изменении схемы.

- ***Момент коммутации принимают за начало отсчета времени (t = 0).***
- ***Момент времени, предшествующий коммутации, обозначают t = -0 или t = 0- .***
- ***Момент времени непосредственно за моментом коммутации обозначают t = +0 или t = 0+ .***



t=0

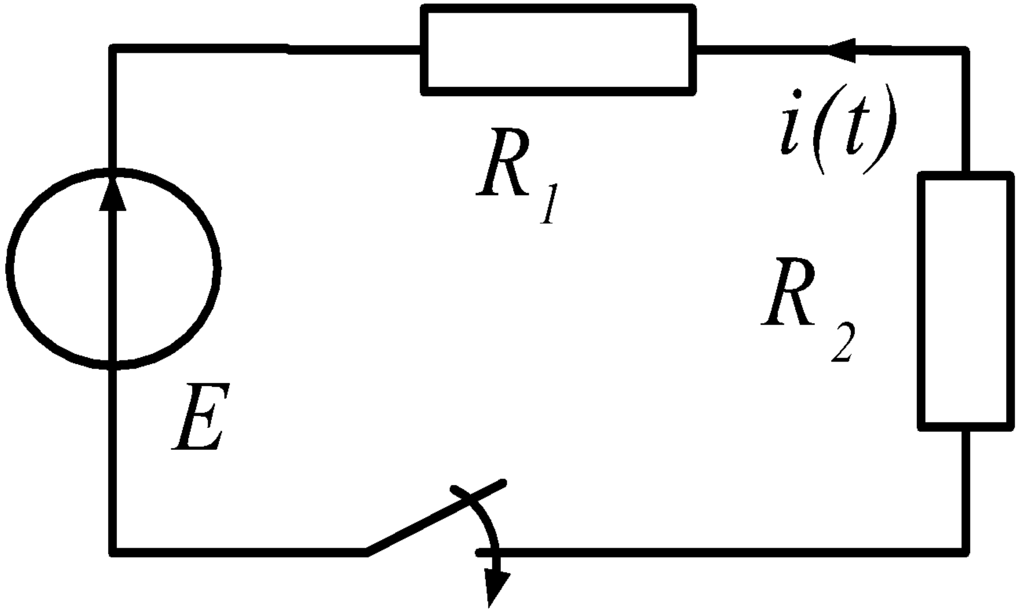


t=0-

t=0+

В цепях, не содержащих энергоемких элементов (L, C), новый установившийся режим наступает непосредственно за моментом коммутации.

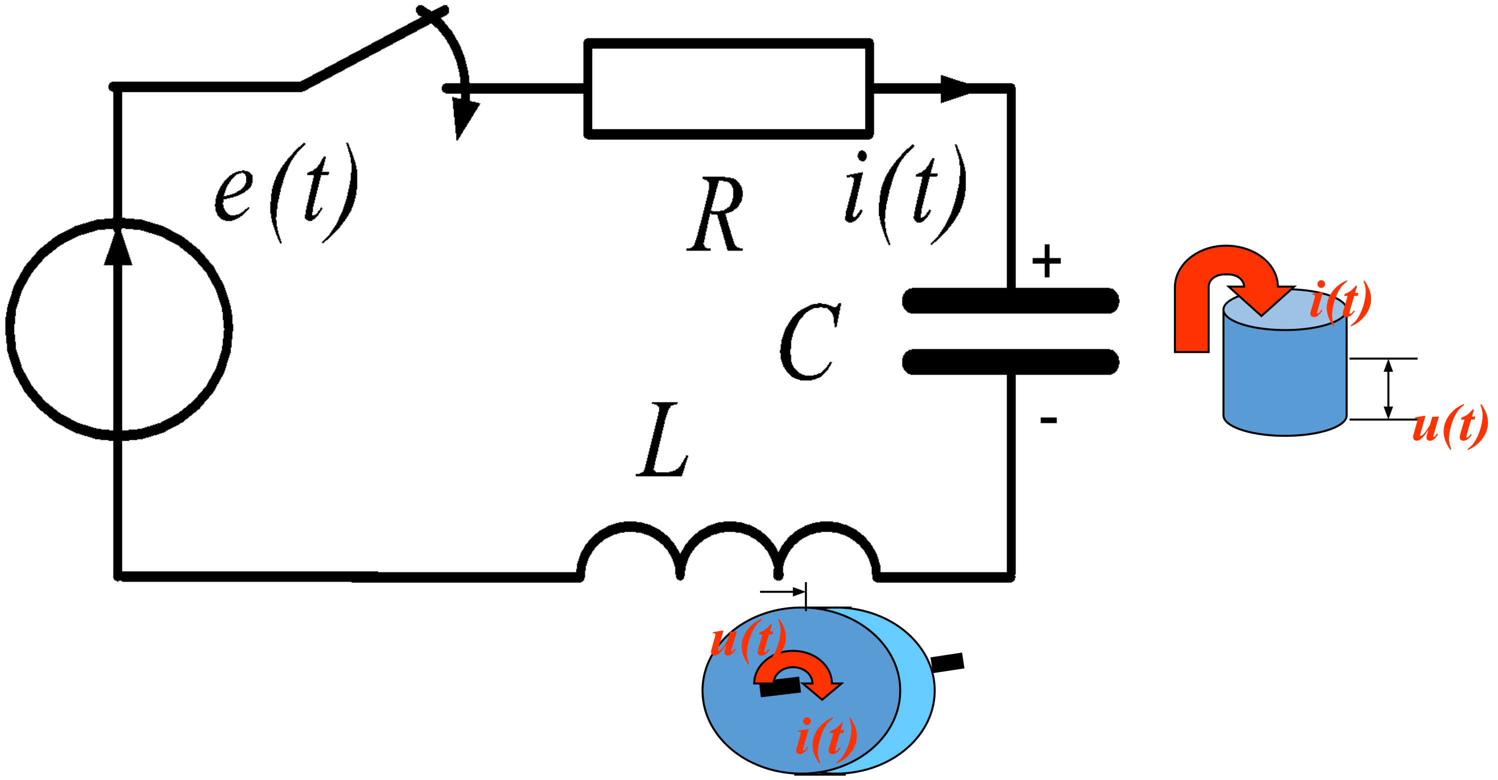
Поэтому считают, что в таких цепях переходные процессы отсутствуют.



В цепях с энергоемкими элементами (L, C) переходные процессы продолжаются некоторое время, так как **энергия**

(электрических полей конденсаторов $W_C = CU^2/2$
и магнитных полей индуктивных катушек $W_L = LI^2/2$)

не может изменяться скачком.

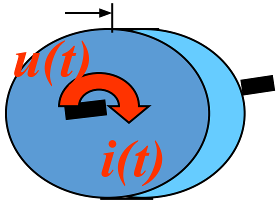


Известны два закона коммутации

1. Ток в индуктивности скачком измениться не может

(токи перед коммутацией $i_L(0-)$, в момент коммутации $i_L(0)$ и после коммутации равны $i_L(0+)$,)

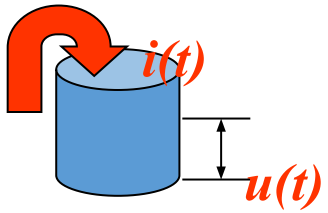
$$\boxed{i_L(-0) = i_L(0) = i_L(0+),}$$



2. Напряжение на емкости скачком измениться не может

(напряжения перед коммутацией Uc(0-), в момент коммутации Uc(0) и после коммутации Uc(0+) равны)

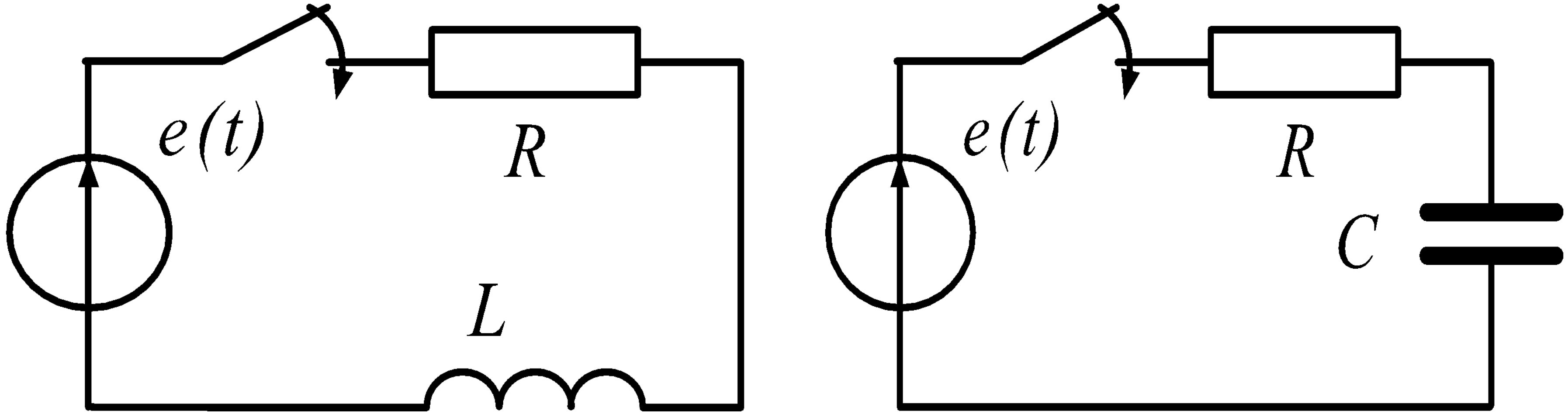
$$\boxed{u_C(-0) = u_C(0) = u_C(0+).}$$



Начальные условия в цепи могут быть **нулевыми** или **ненулевыми**.

Нулевые начальные условия - если в момент коммутации

$$i_L(0)=0,\ u_C(0)=0$$

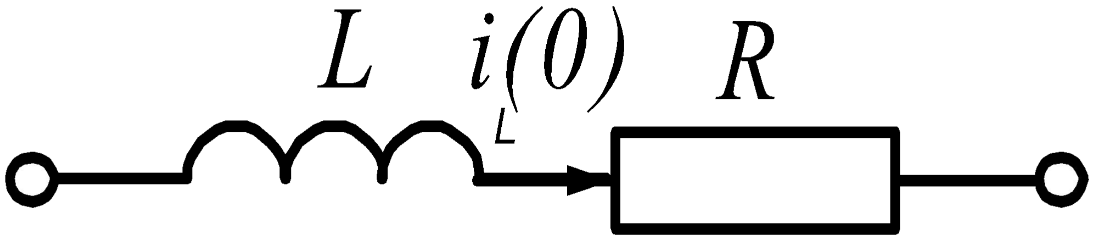


Это соответствует:

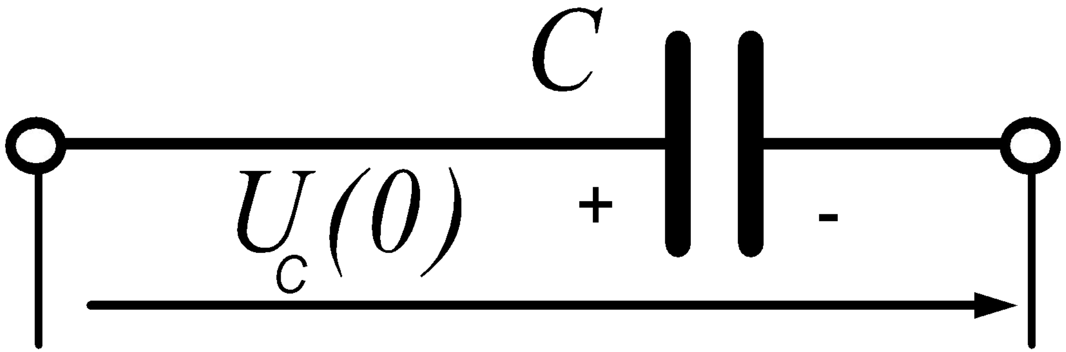
индуктивность L равносильна разрыву цепи;

емкость C - короткому замыканию.

Если в момент коммутации по индуктивности L протекал ток $i_L(0)$, или на емкости C было напряжение $u_C(0)$, то имеют место ненулевые начальные условия.



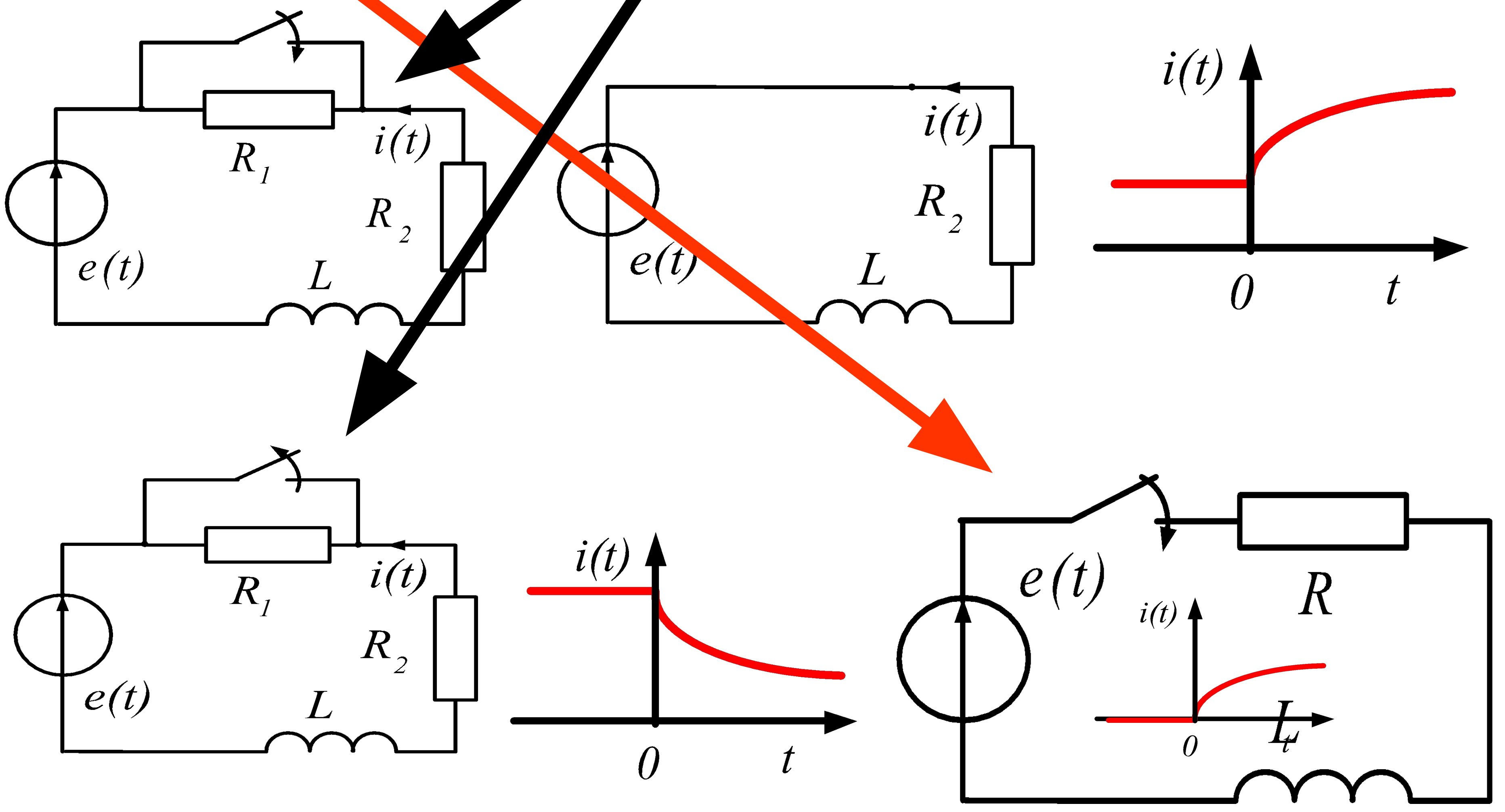
$$i_L(0) = \frac{E}{R};$$



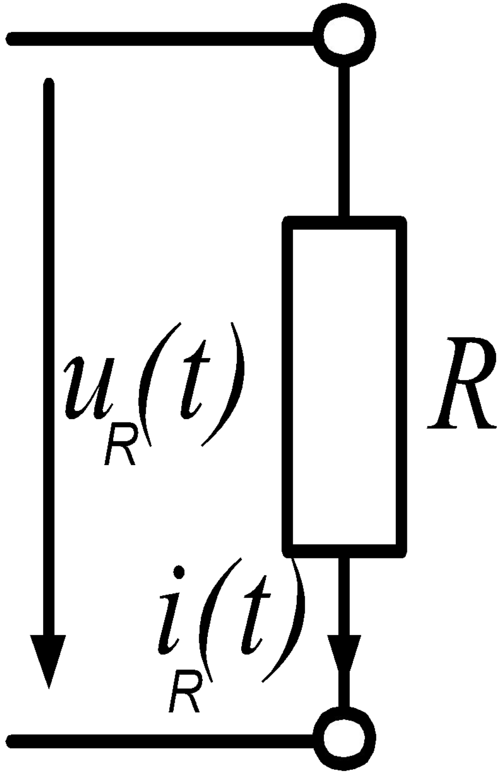
$$U_C(0) = E;$$

Напряжение на индуктивности L и ток через емкость C в момент коммутации могут изменяться скачком!

Нулевые или ненулевые начальные условия в цепи?



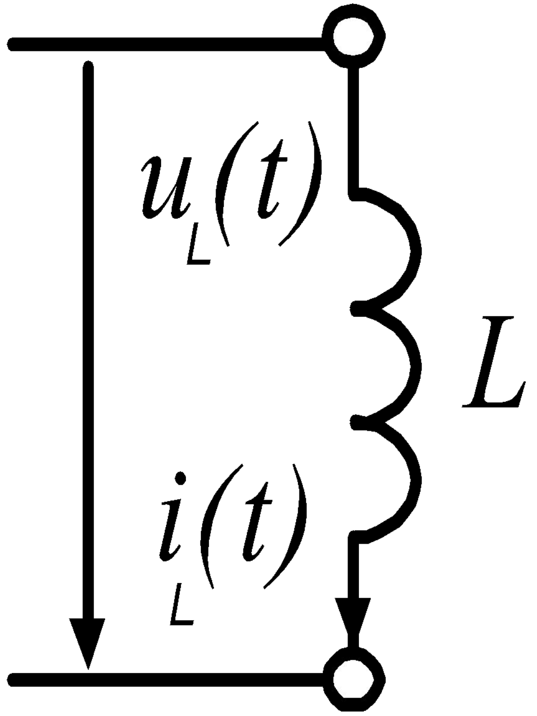
Соотношения между токами и напряжениями на R



$$i_R(t) = \frac{u_R(t)}{R},$$

$$u_R(t) = i_R(t)R.$$

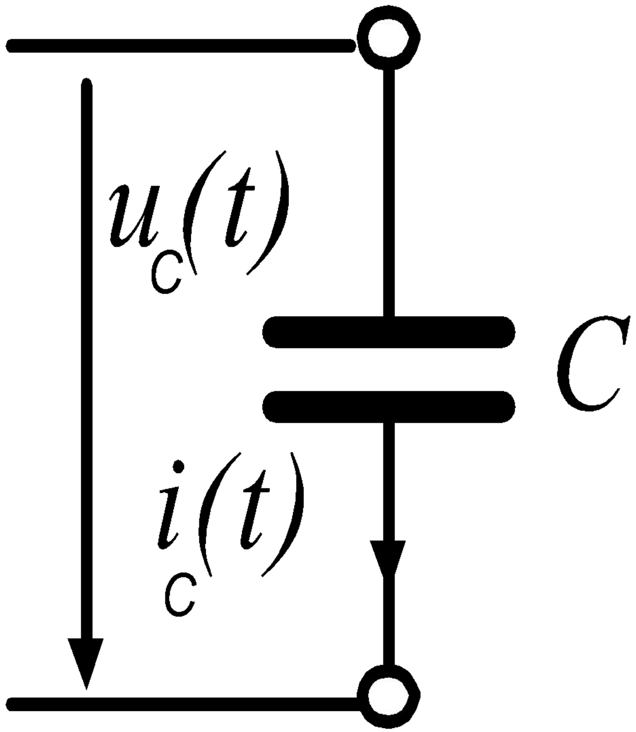
Соотношения между токами и напряжениями на L



$$u_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt},$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_0^t u_L(t)dt.$$

Соотношения между токами и напряжениями на С



$$i_C(t) = C\,\frac{du_C(t)}{dt},$$

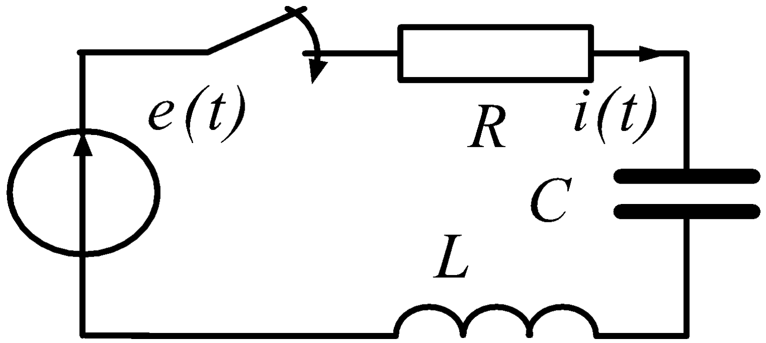
$$u_C(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i_C(t)\,dt.$$

Вопрос № 2

Принужденный и свободный режимы

Пусть цепь, содержащих R, L и C.

Пример



1. По 2-му закону Кирхгофа

$$u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) = e(t)$$

2. Подставляем соотношения между токами и напряжениями

$$Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt = e(t),$$

3. Дифференцируем уравнение и получаем линейное неоднородное дифференциальное уравнение (ЛНДУ) с постоянными коэффициентами:

$$L\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R\frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{C} = e(t)$$

4. Решаем это уравнение и находим искомый ток $i(t)$

Его решение имеет вид

$$\boxed{i(t) = i_{пр}(t) + i_{св}(t),}$$

где $i_{св}(t)$ - свободная составляющая – общее решение однородного ДУ (с нулевой правой частью);

$i_{пр}(t)$ - принужденная составляющая – частное решение уравнения (с ненулевой правой частью).

Свободная составляющая характеризует процесс изменения токов и напряжений.

Принужденная составляющая характеризует токи и напряжения в цепи после окончания переходных процессов.

- Во время переходного процесса токи и напряжения могут быть разложены на слагающие принужденного режима и свободного процесса

$$i = i_{\text{пр}} + i_{\text{св}}$$

$$U_R = U_{R\text{пр}} + U_{R\text{св}}$$

$$U_L = U_{L\text{пр}} + U_{L\text{св}}$$

$$U_C = U_{C\text{пр}} + U_{C\text{св}}$$

- Пусть цепь до коммутации находилась в произвольном режиме
  i_{L1} U_{C1}
- в соответствии с законами коммутации в момент $t = 0$

$$i_{L1} = i_{L\text{пр}} + i_{L\text{св}}$$

$$U_{C1} = U_{C\text{пр}} + U_{C\text{св}}$$

или

$$i_{L\text{св}} = i_{L1} - i_{L\text{пр}}$$

$$U_{C\text{св}} = U_{C1} - U_{C\text{пр}}$$

- Если цепь до коммутации находилась в спокойном состоянии $i_{L1} = 0$, $U_{C1} = 0$ то

$$i_{L\text{св}} = -i_{L\text{пр}}$$

$$U_{C\text{св}} = -U_{C\text{пр}}$$

Таким образом законы коммутации позволяют определить начальные условия, т.е. значения токов в индуктивностях и напряжений на емкостях при t=0.

Вопрос № 3

Переходные процессы в цепях первого порядка

3.1. Короткое замыкание в цепи r, L

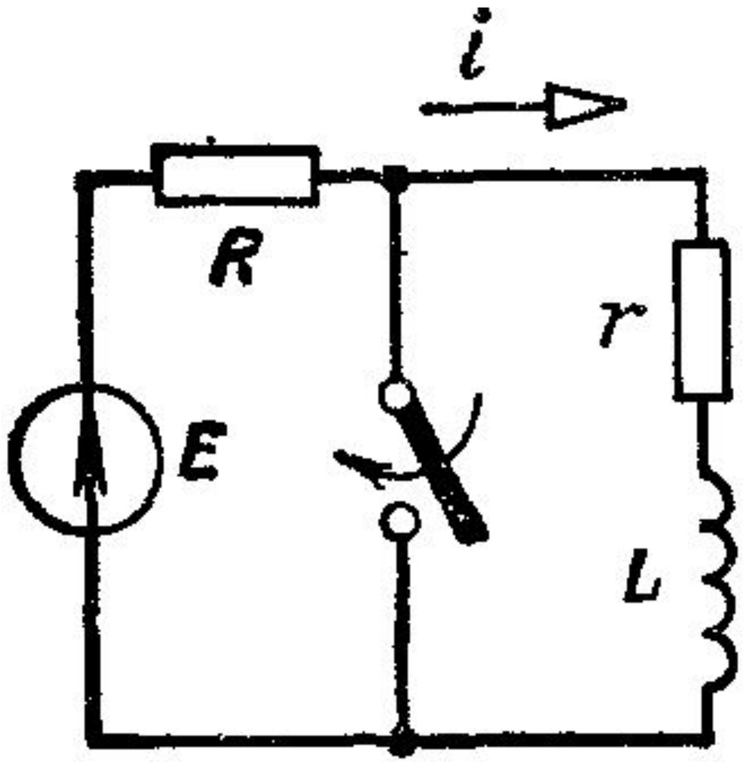
- При $t > 0$ $\quad i_{L\text{пр}} = 0$
- Тогда $\quad i_{L1} = i_{L\text{св}}$

$$U_r + U_L = 0$$

$$L\frac{di_{\text{св}}}{dt} + ri_{\text{св}} = 0$$

Решение имеет вид

$$i_{\text{св}} = Ae^{-\frac{r}{L}t}$$



- При $t = 0$ определим А

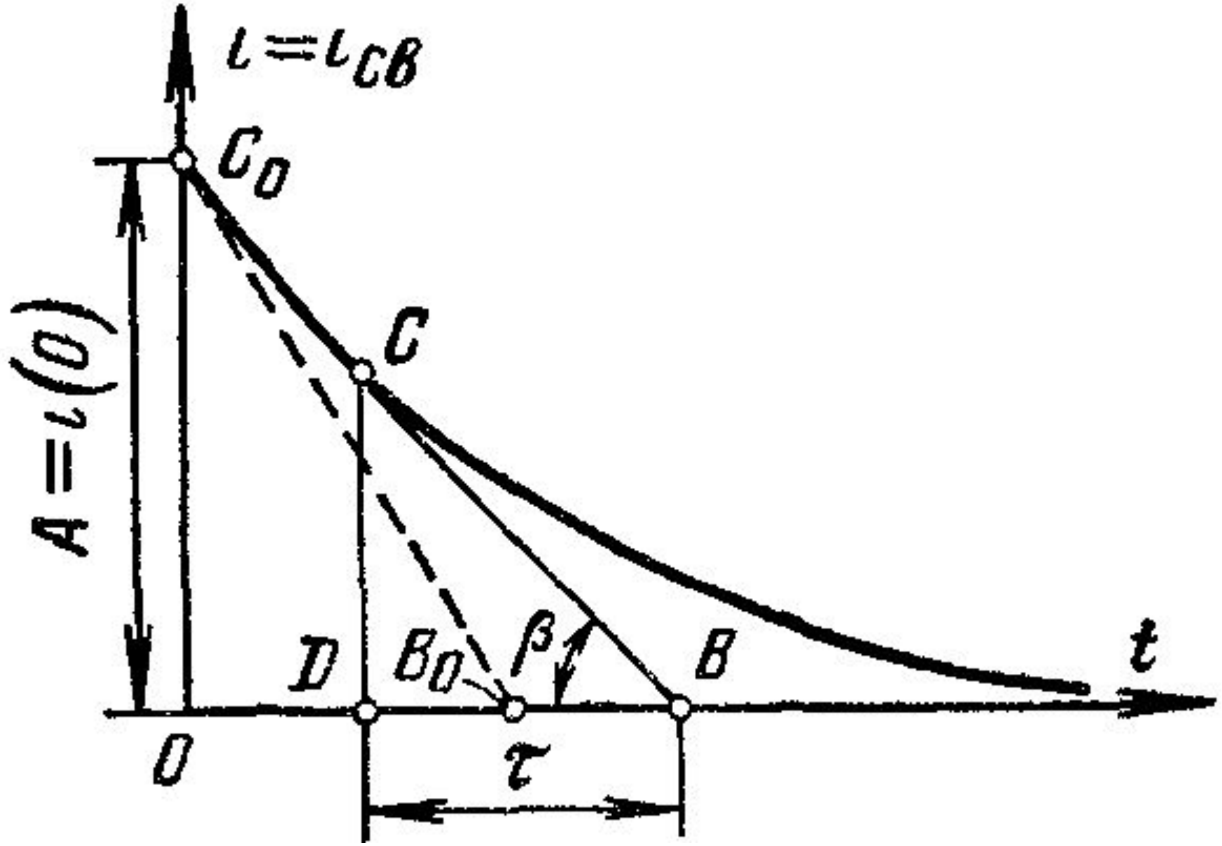
$$i_{L\text{св}}(0) = i_{L1}(0) = \mathrm{A} = \frac{E}{R + r}$$

$$i_{L\text{св}} = \frac{E}{R + r} e^{-\frac{r}{L}t}$$

Постоянная времени $\tau = \frac{L}{r}$

$$i_{L\text{св}} = \frac{E}{R + r} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- График $i_{L\text{св}}$



- Длительность переходного процесса равна $t_{\text{пер}} = (3 \ldots 5)\tau$

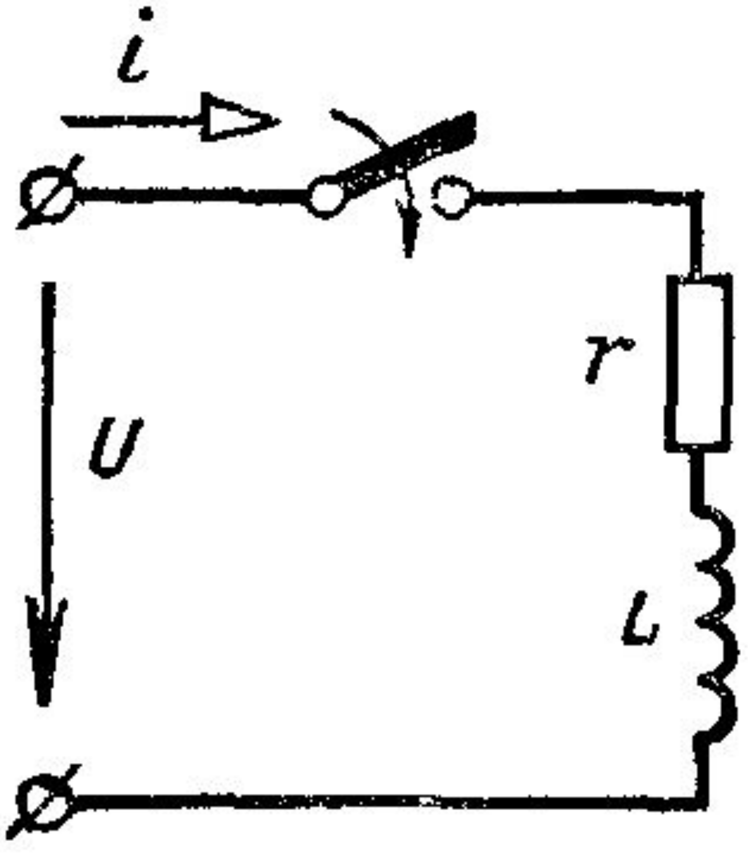
3.2. Включение r, L на постоянное напряжения

- При $t = 0$

$$i_{L1} = i_{L\text{пр}} + i_{L\text{св}} = 0$$

$$i_{L\text{пр}} = \frac{U}{r}$$

$$i_{L\text{св}}(0) = -\frac{U}{r}$$

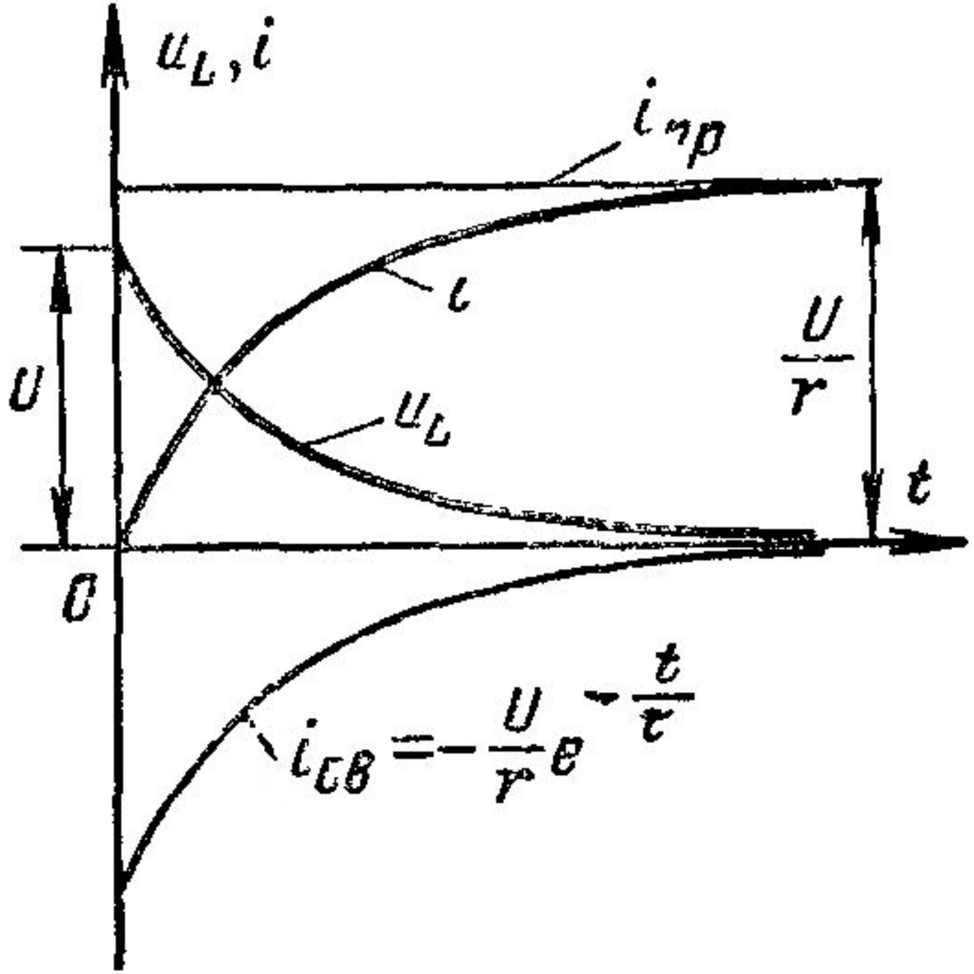


- При $t > 0$

$$i_{L\text{св}} = -\frac{U}{r} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L = i_{L\text{пр}} + i_{L\text{св}} = \frac{U}{r}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$U_L = U_{L\text{св}} == L\frac{di_L}{dt} = Ue^{-\frac{t}{\tau}}$$



3.3. Короткое замыкание в цепи r, C

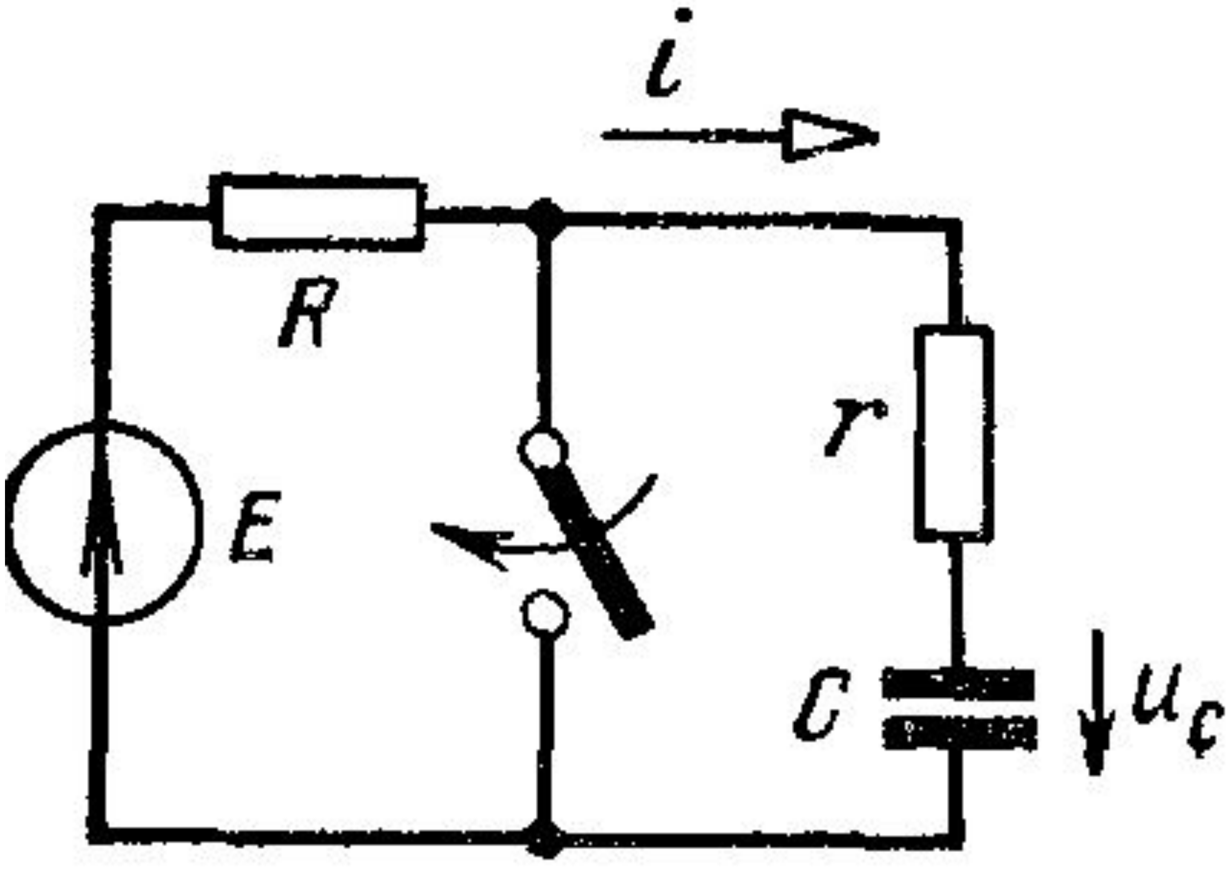
- При $t > 0$ $\quad U_{C\text{пр}} = 0$
- Тогда $\quad U_{C1} = U_{C\text{св}}$

$$U_{r\text{св}} + U_{C\text{св}} = 0$$

$$\mathrm{r}C\frac{dU_{C\text{св}}}{dt} + U_{C\text{св}} = 0$$

Решение имеет вид

$$U_{\text{св}} = Ae^{-\frac{t}{rC}}$$



- При $t = 0$ определим А

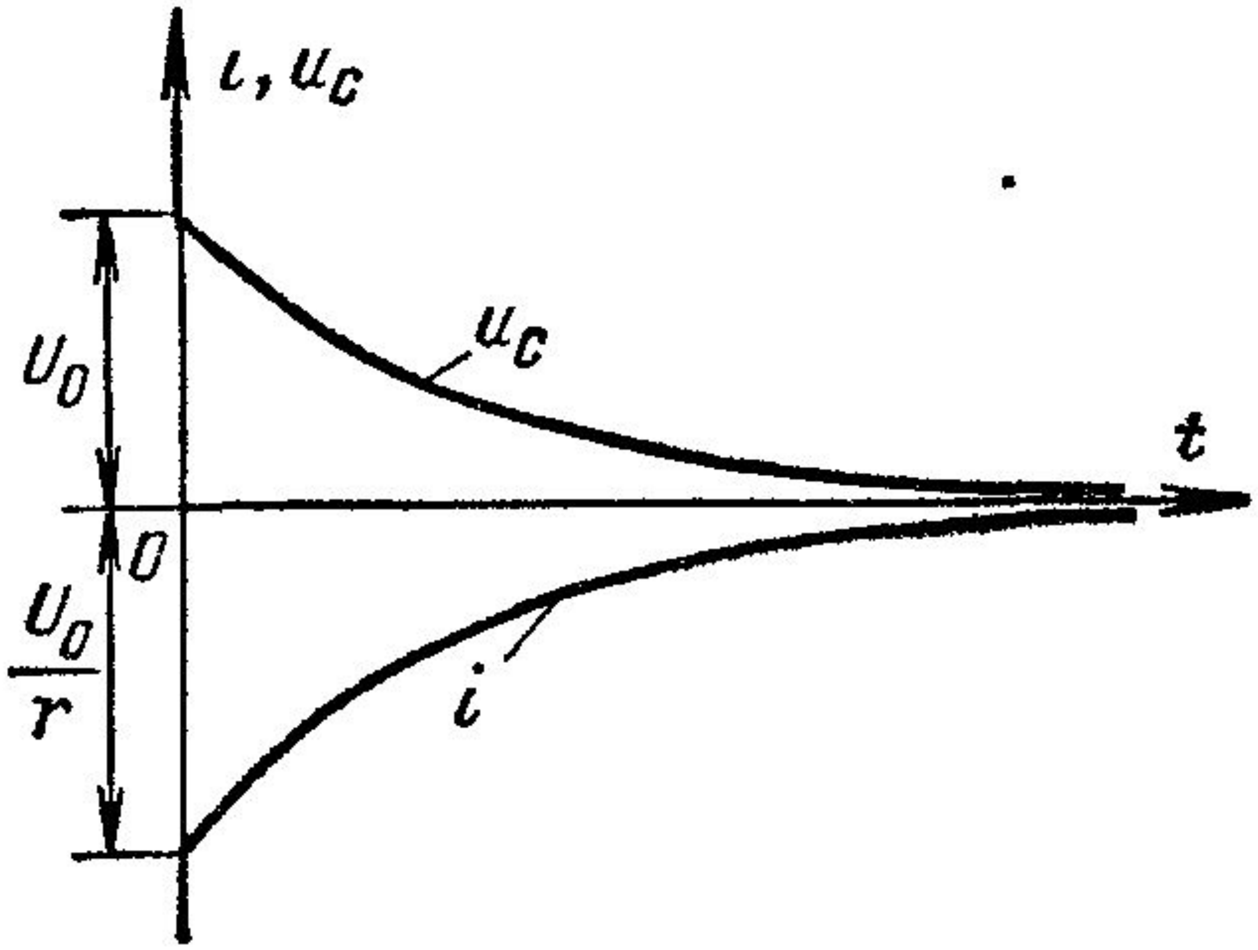
$$U_{C_{\text{св}}}(0) = U_{C1}(0) = \text{А} = U$$

$$U_{C_{\text{св}}} = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

Постоянная времени $\tau = rC$

$$i_{\text{св}} = -\frac{E}{r}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- Графики $U_{C\text{св}}$ и $i_{\text{св}}$



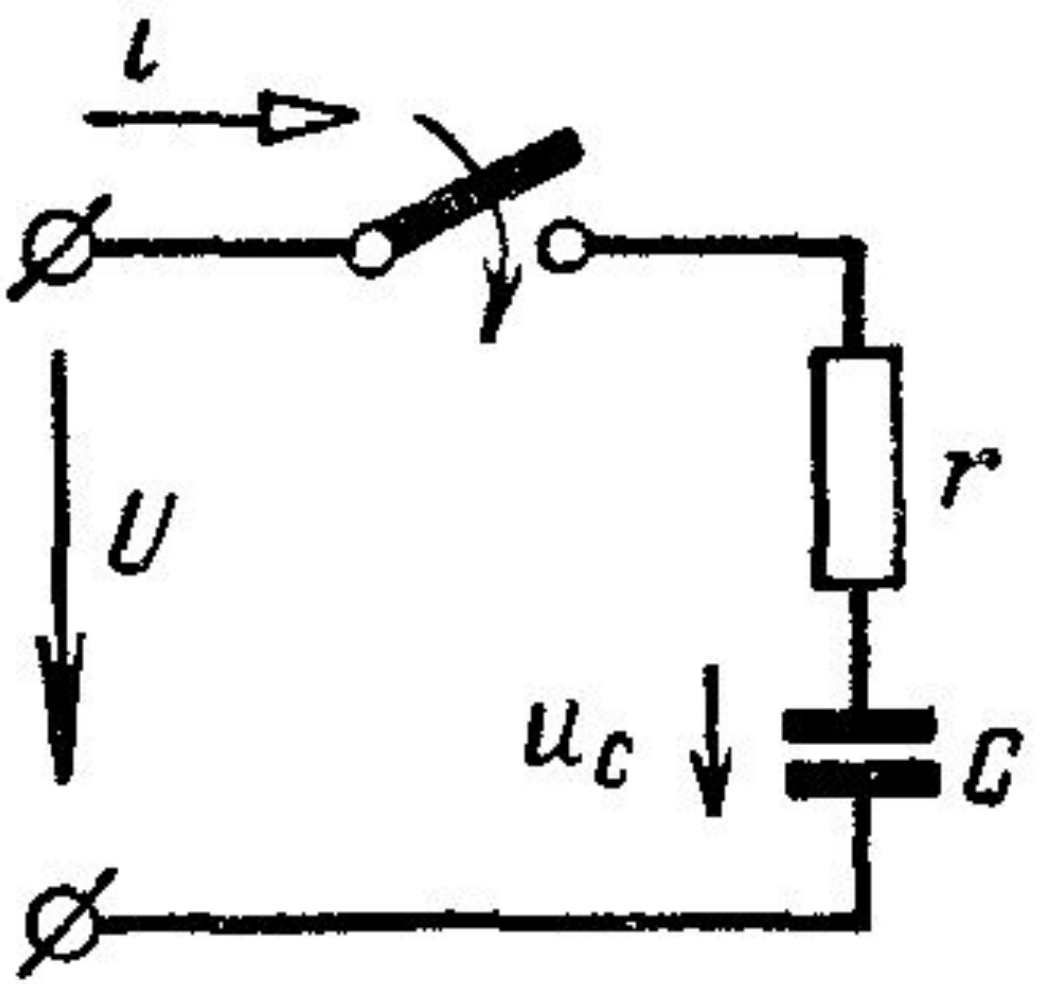
3.4. Включение r, C на постоянное напряжения

При $t = 0$

$$U_{C1} = U_{C\text{пр}} + U_{C\text{св}} = 0$$

$$U_{C\text{пр}} = U$$

$$U_{C\text{св}}(0) = -U$$



$$U_{r\text{св}} + U_{C\text{св}} = 0$$

$$\mathrm{r}C\frac{dU_{C\text{св}}}{dt} + U_{C\text{св}} = 0$$

Решение имеет вид

$$U_{\text{св}} = \mathrm{A}e^{-\frac{t}{rC}} = -Ue^{-\frac{t}{rC}}$$

$$U_C = U_{C\text{пр}} + U_{C\text{св}} = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$i_{\text{св}} = C\frac{dU_{C\text{св}}}{dt} = \frac{U}{r}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- Графики $U_{C\text{св}}$ и $i_{\text{св}}$ и U_C