Минорлар және алгебралық анықтауыштар.

Калыбекова Жанар Абдыхалиевна

Анықтама

$n \times n$ өлшемді матрицаға сәйкес келетін, Δ немесе $|A|$ таңбасымен белгіленген, кез келген сандар кестесіне белгілі бір заңдылықпен сәйкес қойылатын қандай да бір сан n-ші ретті **анықтауыш** деп аталады.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

n-ші ретті анықтауыштың a_{ij} элементінің *миноры* M_{ij} деп осы элемент тұрған i-ші жол мен j-ші бағанды сызып тастағанда қалған элементтерден құрылған (n-1)-ші ретті анықтауышты айтады.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad M_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Анықтауыштың a_{ij} элементінің миноры M_{ij} арқылы белгіленеді

Анықтауыштың алгебралық толықтауышы **деп осы элементтің (-1)$^{i+j}$ көбейтілген минорын айтамыз, мұндағы i - элементтің орналасқан жолы ал j– осы элементтің орналасқан бағаны.**

$$A_{ij} = \left(-1\right)^{i+j} M_{ij}, \quad i, j = 1,2,3,$$

Алгебралық толықтауышы:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & \boxed{a_{22}} & \boxed{a_{23}} \\ a_{31} & \boxed{a_{32}} & \boxed{a_{33}} \end{vmatrix}$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = M_{11}$$

Мысалы: ***Миноры***

$$A=\begin{bmatrix}-2 & 1 & 4\\ 6 & 2 & -8\\ 0 & 3 & 6\end{bmatrix}, \qquad M_{23}=\begin{vmatrix}-2 & 1\\ 0 & 3\end{vmatrix}=(-2)\cdot 3-1\cdot 0=-6$$

Алгебралық толықтауышы

$$A_{23}=(-1)^{2+3}\,M_{23}=(-1)(-6)=6.$$

Лаплас формуласы:

$$|A| = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + a_{i3}A_{i3}, \qquad i = 1,2,3$$

$$\left(|A| = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + a_{3j}A_{3j}, \quad j = 1,2,3\right).$$

Лаплас формуласын қолданып, анықтауышты 3-ші жолының элементтері бойынша жіктейік:

$$|A| = a_{31}A_{31} + a_{32}A_{32} + a_{33}A_{33},$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & 4 \\ 6 & 2 & -8 \\ 0 & 3 & 6 \end{vmatrix} = 0 \cdot (-1)^{3+1} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -8 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^{3+2} \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 6 & -8 \end{vmatrix} +$$

$$+ 6 \cdot (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = 0 + 3 \cdot (-1) \cdot ((-2) \cdot (-8) - 4 \cdot 6) +$$

$$+ 6 \cdot 1 \cdot ((-2) \cdot 2 - 1 \cdot 6) = 0 + (-3) \cdot (-8) + 6 \cdot (-10) = 24 - 60 = -36.$$

Анықтауыштардың қасиеттері.

1 ^{o}. Анықтауышты транспонерлегеннен анықтауыштың мәні өзгермейді, яғни $|A|=|A^{T}|$.

2 ^{o}. Анықтауыштың кез келген екі жолын (бағанын) ауыстырғаннан оның таңбасы қарама-қарсыға өзгереді.

3 ^{o}. Егер анықтауыштың кез келген бір жолының (бағанының) элементтері толығымен нөлге тең болса, онда анықтауыштың мәні де нөлге тең.

4 ^{o}. Анықтауыштың кез келген бір жолының (бағанының) ортақ көбейткішін оның алдына шығаруға болады,

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

5°. Анықтауыштың кез келген екі жолының (бағанының) сәйкес элементтері өзара тең немесе прапорционал болса, ол анықтауыштың мәні нөлге тең.

6°. Егер анықтауыштың кез келген і-жолының (j-бағанының) барлық элементтері қосыдыдан тұратын болса, онда анықтауыштың мәні қосылғыштардың қосындысына тең:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33} \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

7°. Анықтауыштың кез келген бір жолының (бағанының) элементтерін
бірдей санға көбейтіп, басқа жолдың (бағанның) сәйкес элементтеріне
қосқаннан анықтауыштың мәні өзгермейді,

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} + ka_{31} & a_{12} + ka_{32} & a_{13} + ka_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = |A| + k \cdot 0 = |A|$$

8 ⁰. Кез келген жолдың (бағанның) элементтері мен, сол элементтерге сәйкес алгебралық толықтауыштарының көбейтінділерінің қосындысы берілген анықтауыштың мәніне тең,

$$|A| = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + a_{i3}A_{i3}, \qquad i = 1,2,3$$
$$\left(|A| = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + a_{3j}A_{3j}, \quad j = 1,2,3\right).$$

Бұл теңдіктерді анықтауышты кез келген і-жол (j-баған) элементтері бойынша жіктеу немесе үшінші ретті анықтауыш үшін **Лаплас формуласы** деп аталады.

1. Екінші және үшінші ретті анықтауыштар дегеніміз не?
2. Анықтауыштың қандай қасиеттері бар?
3. Анықтауыштың миноры дегеніміз не? Алгебралық толықтауыш дегеніміз не?
4. Жоғарғы ретті анықтауыштар қандай әдіспен есептеледі?
5. Матрица дегеніміз не? Матрицаның өлшемі дегеніміз не?
6. Тікбұрышты, квадратты, бірлік матрицалар дегеніміз не?
7. Қандай матрицалар өзара тең болады?
8. Транспорленген матрица дегеніміз не?
9. Матрицаларға сызықтық амалдар қалай орындалады?
10. Матрицаларға қолданылатын сызықтық амалдардың қандай қасиеттері бар?
11. Бірлік матрицаның қандай қасиеті бар?

Назарларыңызға рахмет!!!