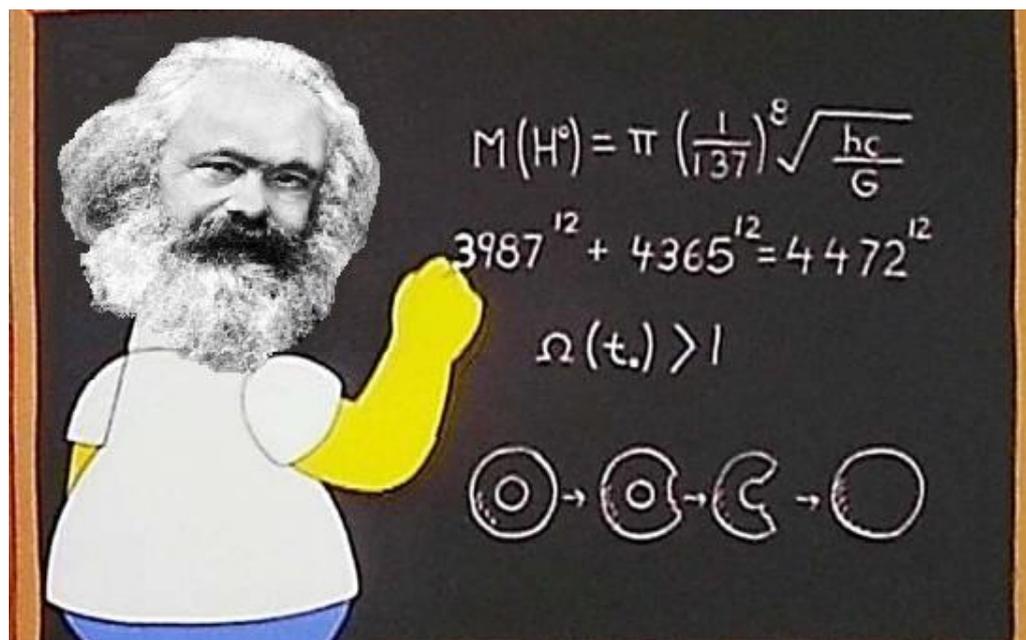


# Математика для марксистов

Обзор избранных результатов "буржуазных" и околomarксистских экономических теорий

*Кирилл Барышников – barysh.1989@gmail.com*



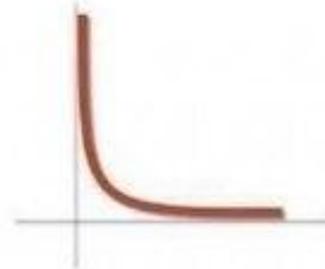
# Вопросы

---

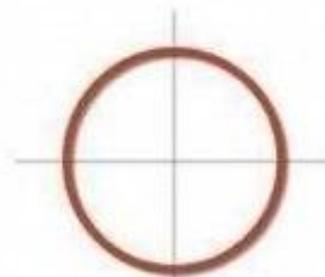
1. Что такое экономика и зачем ей математика?
2. Какие языки нужно знать?
3. Что наша жизнь? – Игра
4. Когда выгодно разделение труда?
5. Плюсуем доход или процент? При чем здесь классы?

# ALL YOU NEED IS

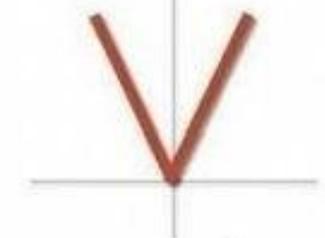
$$y = \frac{1}{x}$$



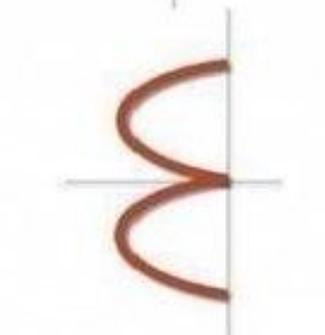
$$x^2 + y^2 = 9$$



$$y = |-2x|$$



$$x = -3|\sin y|$$



# Что такое экономика?

---

Курс И.А. Кима (ВШЭ) «Экономика для не экономистов»

[https://www.youtube.com/watch?v=vgUwHs-vK-Q&index=1&list=PLpmpdicfeBju0Jj5SPdBr3GMe\\_Kq2nn3-](https://www.youtube.com/watch?v=vgUwHs-vK-Q&index=1&list=PLpmpdicfeBju0Jj5SPdBr3GMe_Kq2nn3-)

## Экономика:

- Правило ведения домашнего хозяйства  
(букв. пер. с др.греч.)
- Народное хозяйство (Economy)
- **Экономическая теория**  
**(Economics)**



# Экономика и Математика

---

Экономика – общественная наука (гуманитарная – изучает человека и общество).

Но в экономике больше чем в других общественных науках используются продвинутые математические методы.

Это и естественно, так как для экономики исчислимость результатов на первый взгляд более очевидна, чем, например, для физики.

История развития математики тесно связана с историей экономики



# Математика – это язык

Какие языки надо знать?

- Русский
- Английский
- Математику (общие представления + логику, т.е. каркас математики)



# Наука Логика

Проблема в том, что марксисты часто противопоставляют формальную логику якобы более продвинутой – диалектической логике.

Человек обучается словечкам из словаря диаматиков а-ля «развитие через отрицание», «диалектическое единство» и т.п.

При этом легко можно встать на позицию всезнайки, который постиг «суть».

На самом деле, подобная софистика никогда не может сказать ничего полезного о предмете обсуждения, поскольку всегда есть возможность избежать точных формулировок и подменить понятия (т.е. такие рассуждения не могут быть опровергнуты априори).



# Наука Логика

---

Как мы знаем, Маркс перевернул Гегеля с ног на голову...

Тем не менее марксисты, начиная с Энгельса и Ленина, всегда яростно отстаивали **диалектический материализм**.  
Зачем?..

Борьба на два фронта:

- против **эмпиризма**,
- против **метафизики**.



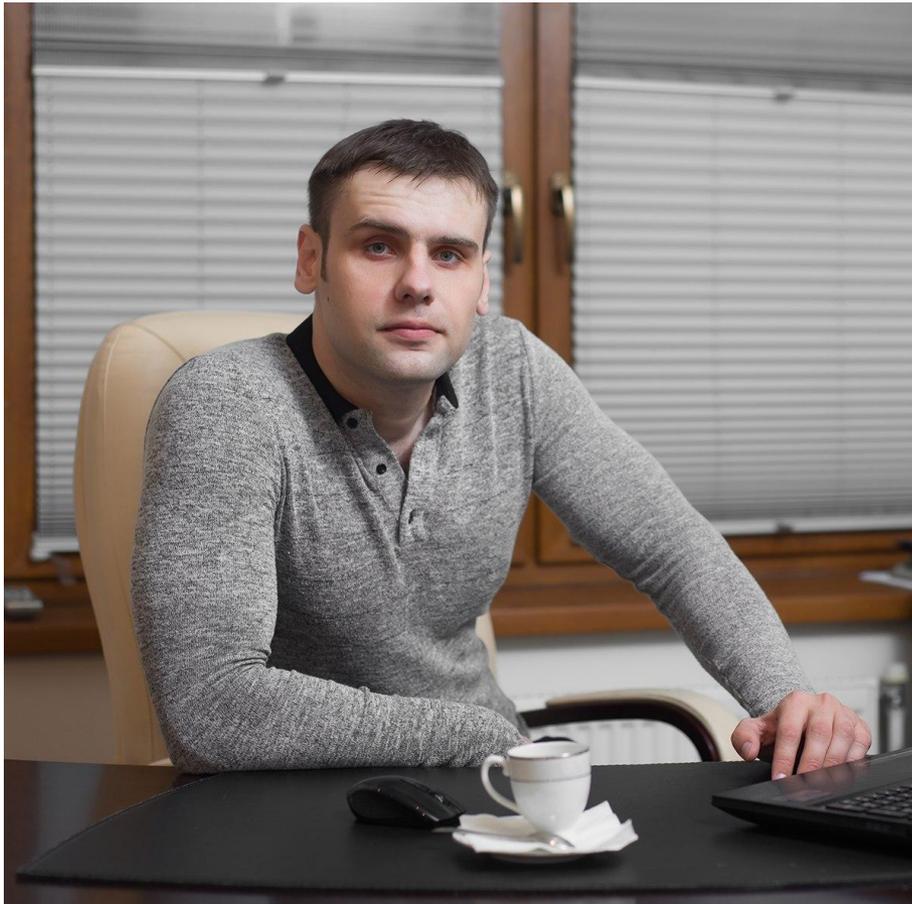
Цикл лекций Лекса Кравецкого «Научный метод»

[https://www.youtube.com/watch?v=i6hKeiALKZ4&list=PLm5qn0QJdrWbO7RINPdsW5v23QT\\_0L8c3](https://www.youtube.com/watch?v=i6hKeiALKZ4&list=PLm5qn0QJdrWbO7RINPdsW5v23QT_0L8c3)



## Философский трактат Владимира Гаптова «Диалектика - миф»

[https://www.youtube.com/watch?v=d2XxWjD\\_UVE](https://www.youtube.com/watch?v=d2XxWjD_UVE)



# Наука Логика

Вывод: диалектику можно использовать, только как эффективную метафору, подчеркивающую принципиальное значение развития объекта исследования (его принципиальную нестационарность).



# Всё-таки Аристотель?

Фреска Рафаэля «Афинская школа» в парадном зале дворца в Ватикане



## Аристотель неплох, но математика лучше

Мозаика справа от входа в собор Св. Павла в Реджо-ди-Калабрия, Италия

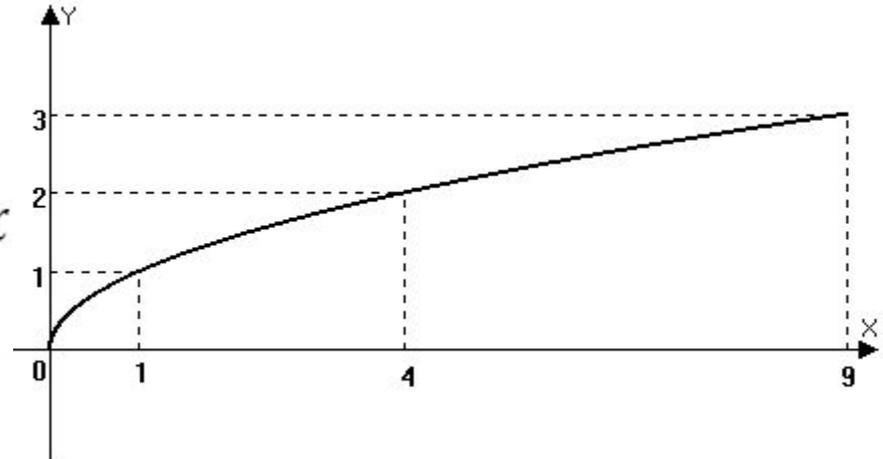




# Что изучает экономика?

Распределение ограниченных ресурсов

$$f_1(x_1) + f_2(x_2) + f_3(x_3) \rightarrow \max$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq Z$$
$$\Rightarrow x_i^*$$



$$\exists p: f_i(x_i) - px_i \rightarrow \max$$

$$\Rightarrow x_i^e$$

$$x_i^e = x_i^*$$

# Оптимальность и равновесие

---

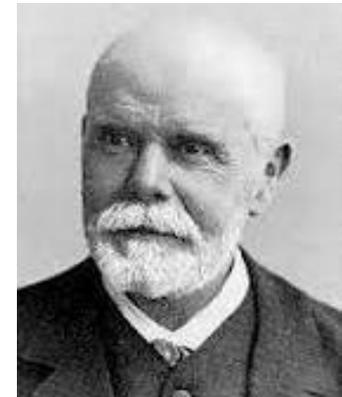
## Оптимальное распределение по Парето:

Распределение благ, при котором уже не существует такого передела, который строго улучшил бы достаток (полезность) хоть кого-то, не ухудшив положения других.



## Равновесие по Вальрасу:

Распределение благ, которое устанавливается само, когда даём торговать агентам по установленным «свыше» (невидимой рукой рынка) ценам. При этом суммарная стоимость всех благ при данных ценах в процессе торговли не меняется.

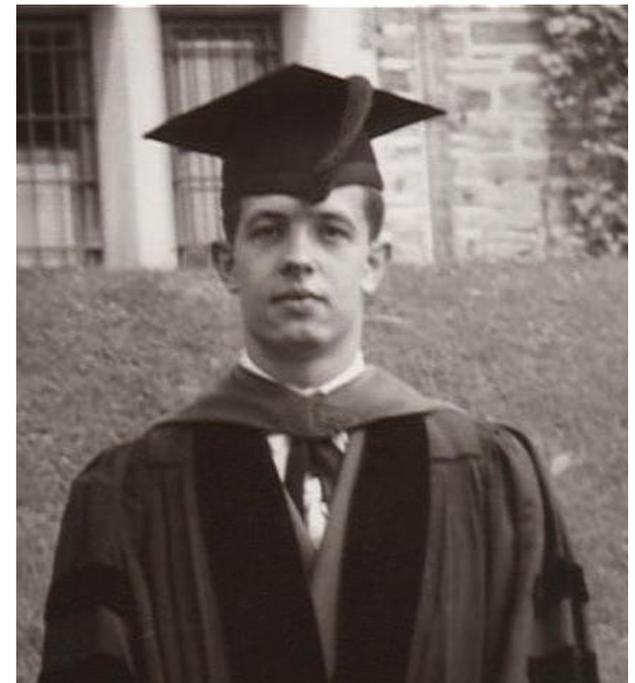
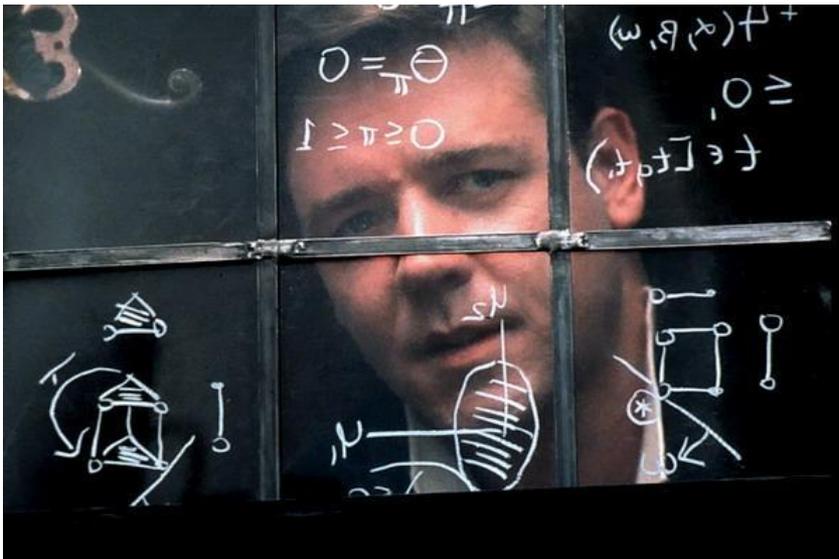


# Игры разума

---

## Равновесие по Нэшу:

Такой набор стратегий участников экономического взаимодействия, когда ни один участник не может увеличить свой выигрыш, при условии, что остальные участники уже играют свои равновесные стратегии.



# Наша жизнь игра?

## Дилемма заключенного



## Алексей Савватеев: Дуэль трёх лиц

<https://www.youtube.com/watch?v=PoTvO4MH7-s>



# Базис и надстройка

---

## Модель Янга

(Xiaokai Yang, Incomplete Contingent Labor Contract, Asymmetric Residual Rights, and the Theory of the Firm, 2001)

$$U = (x + kx_{\text{спрос}})(y + ky_{\text{спрос}}) \rightarrow \max$$

$$x + x_{\text{предлож.}} = l_x^a$$

$$y + x_{\text{предлож.}} = l_y^a$$

Коэффициент  
транзакционных издержек

$$0 \leq k \leq 1$$

$$a > 1$$

Коэффициент, отражающий  
возрастающую отдачу от  
масштаба производства

$$l_x + l_y = 1 \quad \text{– ограничение по затратам времени на производство}$$

$$p_x x_{\text{предлож.}} + p_y y_{\text{предлож.}} = p_x x_{\text{спрос}} + p_y y_{\text{спрос}}$$

– равенство стоимостей спроса и предложения  
(отвечает за определение пропорций обмена)

# Разделение труда

## Модель Янга

(Xiaokai Yang, Incomplete Contingent Labor Contract, Asymmetric Residual Rights, and the Theory of the Firm, 2001)

### Два варианта действий

#### Специализация

$$\begin{aligned} x, x_{\text{предлож.}} > 0, x_{\text{спрос}} &= 0 \\ y, y_{\text{предлож.}} = 0, y_{\text{спрос}} > 0 \end{aligned} \quad U_x = \frac{kp_x}{4p_y}$$

$$\begin{aligned} y, y_{\text{предлож.}} > 0, y_{\text{спрос}} &= 0 \\ x, x_{\text{предлож.}} = 0, x_{\text{спрос}} > 0 \end{aligned} \quad U_y = \frac{kp_y}{4p_x}$$

#### Автаркия

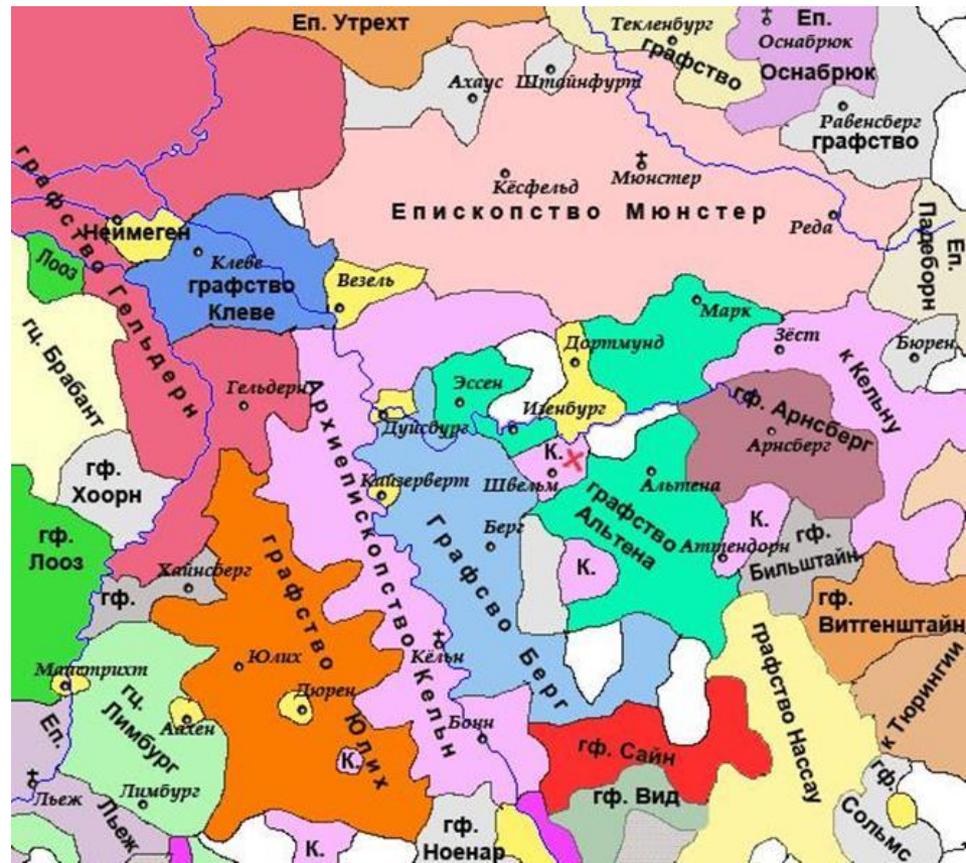
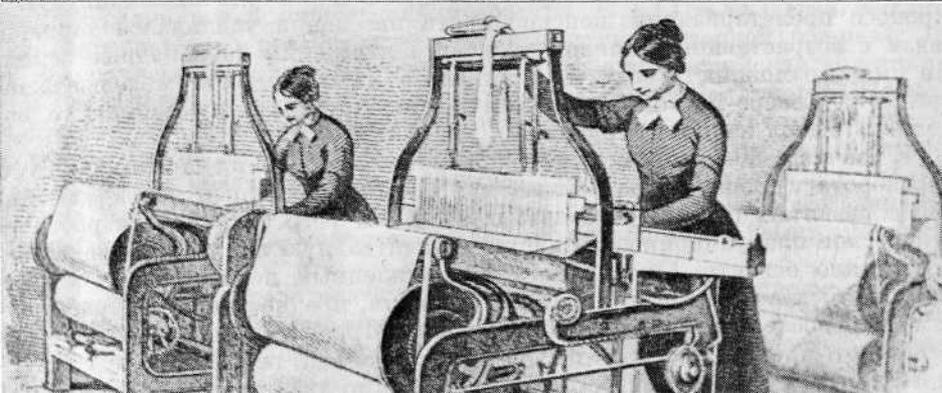
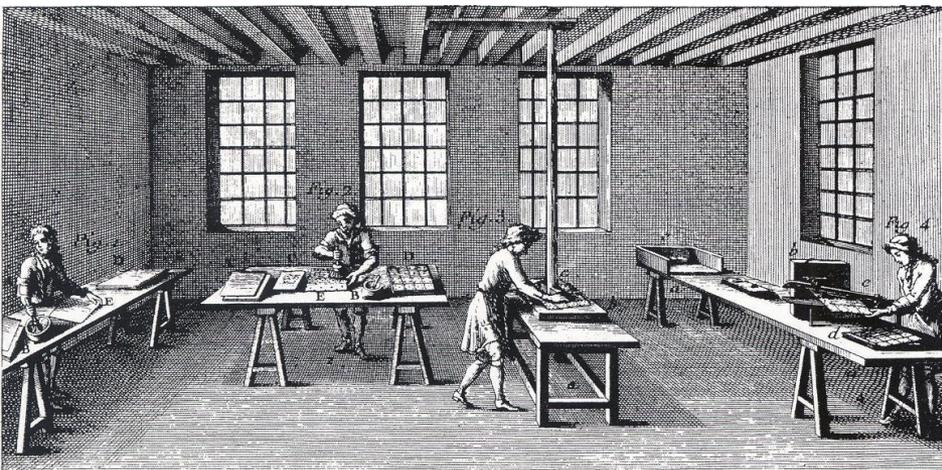
$$\begin{aligned} x, y > 0 \\ x_{\text{спрос}}, x_{\text{предлож.}} &= 0 \\ y_{\text{спрос}}, y_{\text{предлож.}} &= 0 \end{aligned}$$

$$U_A = \frac{1}{4a}$$

# Сначала $a$ – потом $k$

$$\begin{cases} U_A > U_x \\ U_A > U_y \end{cases} \Leftrightarrow k4^{a-1} < \frac{p_x}{p_y} < \frac{1}{k4^{a-1}}$$

$$k < \frac{1}{4^{a-1}}$$



# Эконофизика vs Мейнстрим



Victor Yakovenko: What Causes Inequality? An Econophysics Approach



New Economic Thinking

 Подписаться 24 727

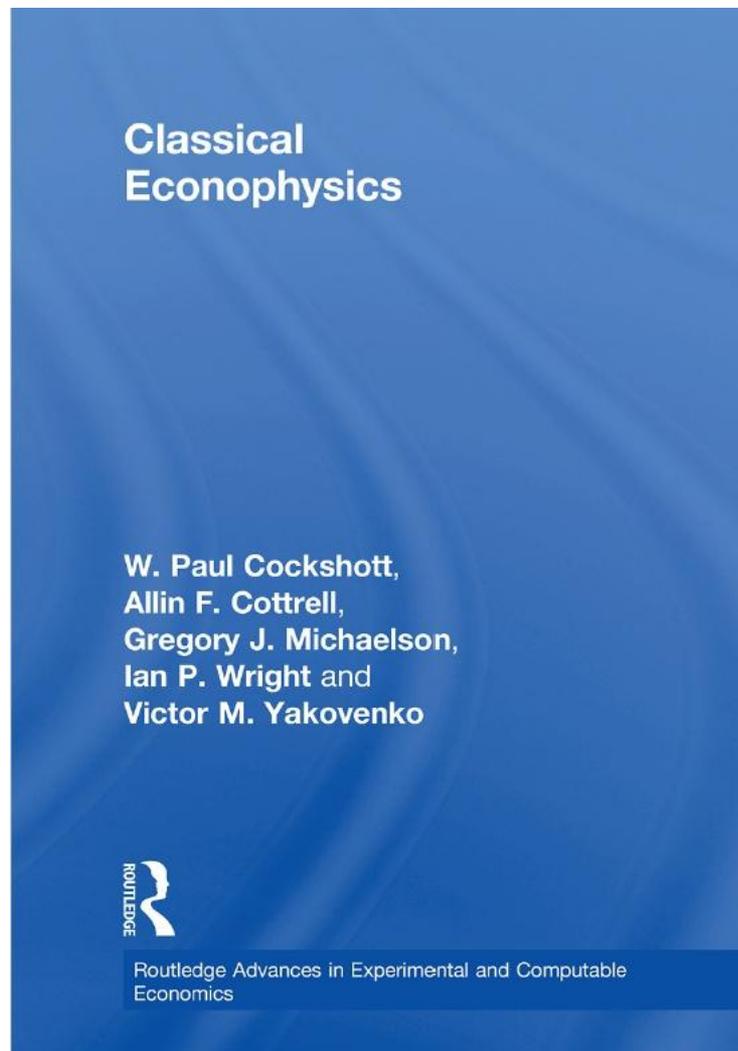
 Скачать ▾

7 541 просмотр

 Добавить в  Поделиться  Ещё

 79  1

# Экономифизика vs Мейнстрим



Обсуждаются проблемы, которые ставила перед собой классическая политэкономия:

Рикардо, Смит, Маркс.

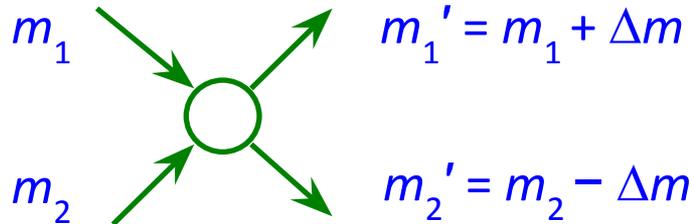
При этом даётся современная их интерпретация на основе новых подходов и знаний, полученных из развития теоретической физики и теоретической информатики за последние сто лет.

Книга 2009 года, поэтому в ней приводятся современные экономические модели с учетом гетерогенности экономических агентов.

# «Деньги – это газ» (Pink Floyd)

Victor M. Yakovenko and J. Barkley Rosser, Jr., Reviews of Modern Physics **81**, 1703 (2009)

Обмен между агентами  
(следим только за деньгами)



Сохранение денег  
при каждом акте обмена

$$m_1 + m_2 = m_1' + m_2'$$

Уравнение детального баланса:

$$w_{12 \rightarrow 1'2'} P(m_1) P(m_2) = w_{1'2' \rightarrow 12} P(m_1') P(m_2')$$

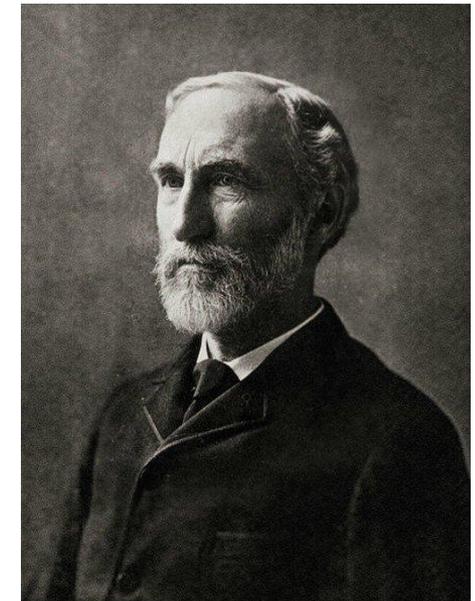
Распределение **Больцмана-Гиббса**

$$P(m) \sim \exp(-m/T)$$

где  $T = \langle m \rangle$  - «температура» денег



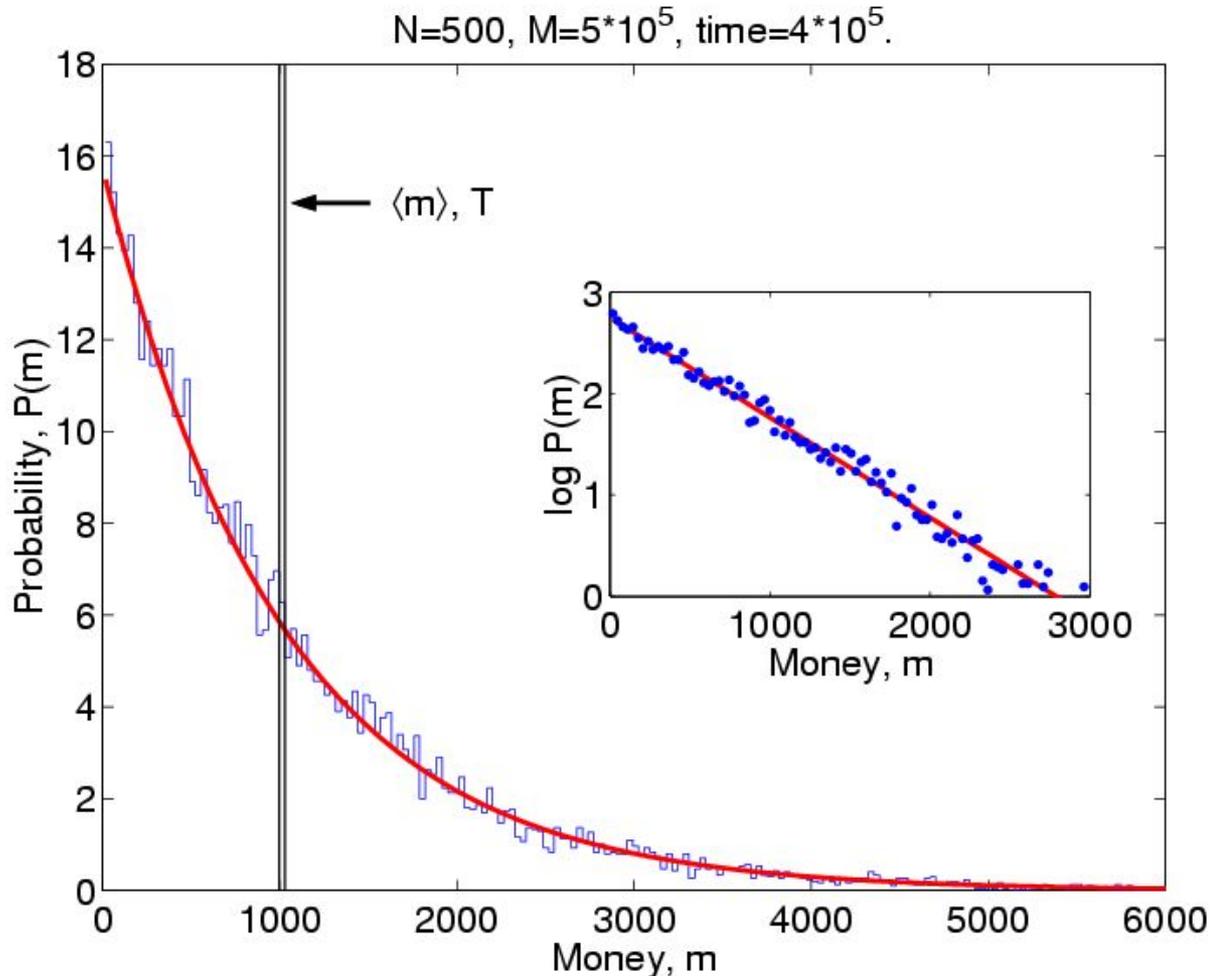
Больцман



Гиббс

# «Деньги – это газ» (Pink Floyd)

Victor M. Yakovenko and J. Barkley Rosser, Jr., Reviews of Modern Physics **81**, 1703 (2009)



Стационарное  
распределение денег  
 $m$  экспоненциально:  
 $P(m) \sim e^{-m/T}$

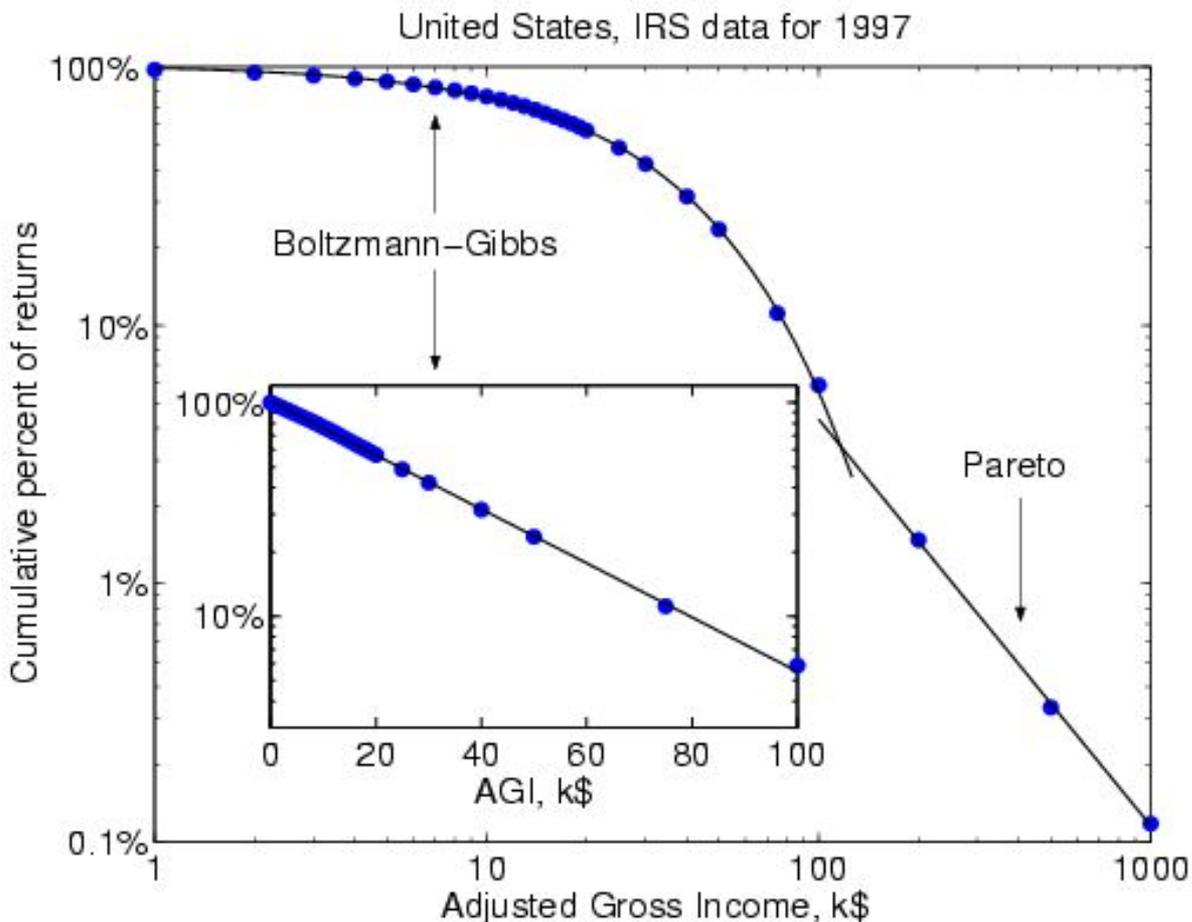
Вычисления на  
компьютере:

- 1)  $\Delta m = 1$
- 2)  $\Delta m = \gamma(m_1 + m_2)/2$   
 $\gamma$  – фиксированная доля
- 3)  $\Delta m = \theta \langle m \rangle$   
 $\theta$  – случайная доля

Dragulescu, Yakovenko,  
European Physical  
Journal B **17**, 723 (2000)

# Общественные классы по источнику дохода

Victor M. Yakovenko and J. Barkley Rosser, Jr., Reviews of Modern Physics **81**, 1703 (2009)



## Высший класс (условная буржуазия)

- Степенное распределение по Парето

- 3% населения, 16% дохода

- источник: процент на капитал

## Нижший класс (условный пролетариат)

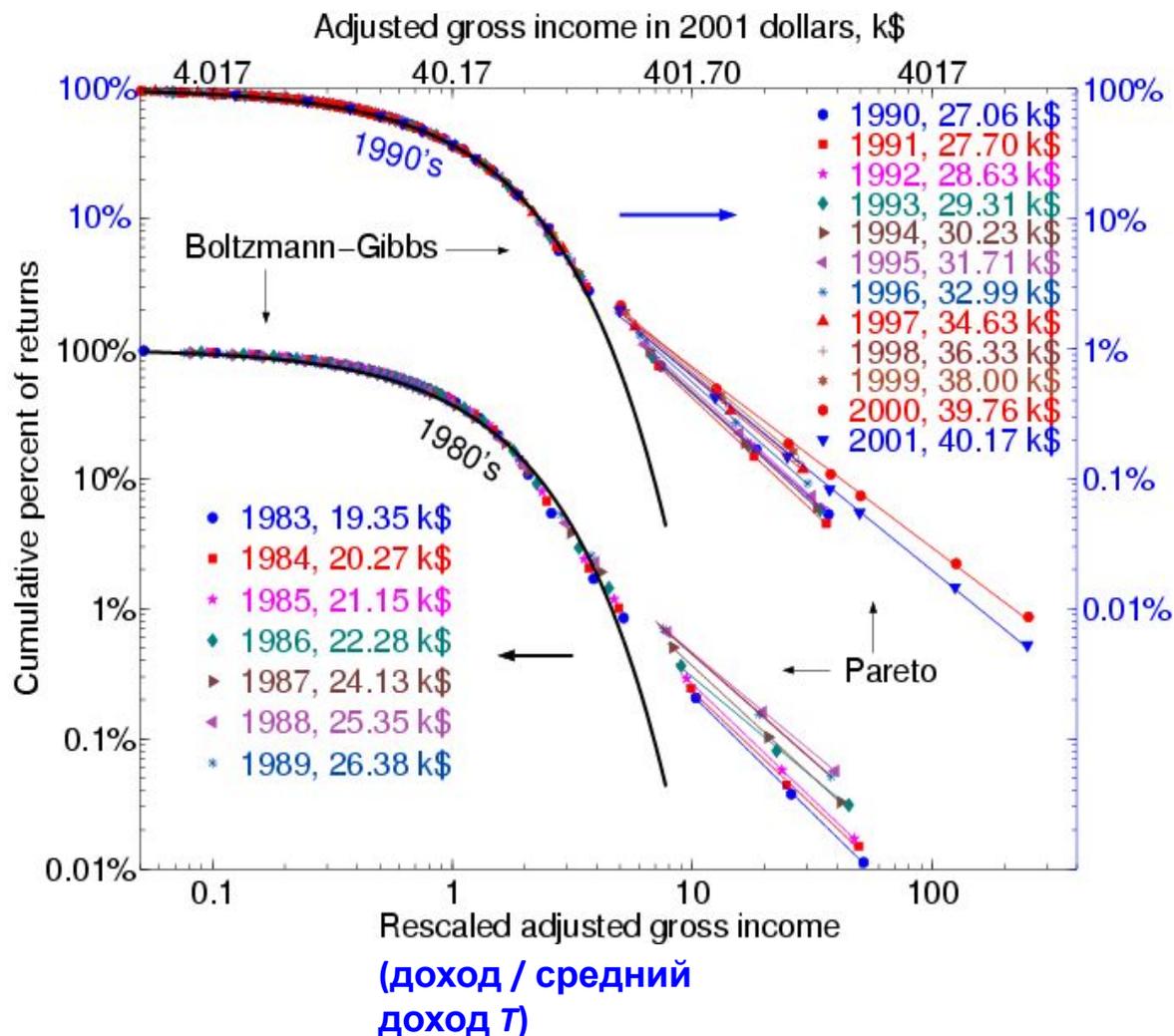
- Экспоненциальное распределение Больцмана-Гиббса

- 97% населения, 84% дохода

- источник: зарплаты

# Общественные классы по источнику дохода

Victor M. Yakovenko and J. Barkley Rosser, Jr., Reviews of Modern Physics **81**, 1703 (2009)



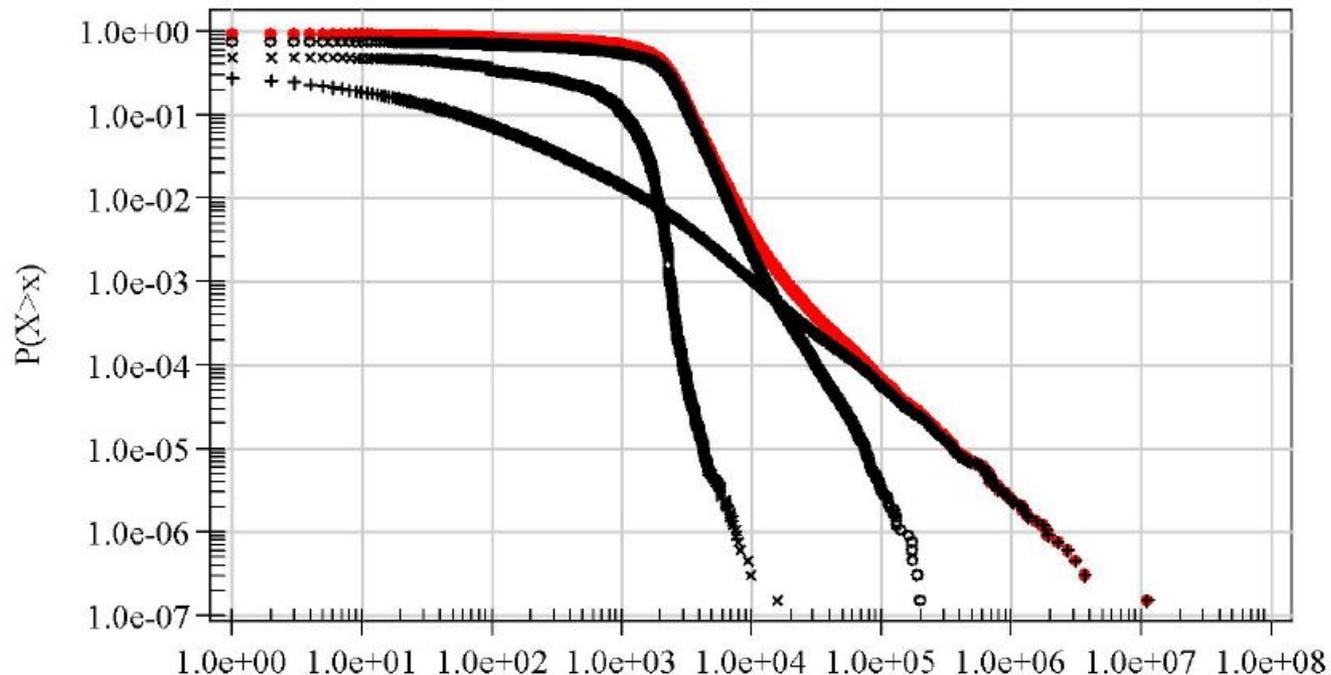
## Распределение доходов

в США, 1983-2001

- Аддитивная диффузия:  
 $\Delta r \sim 1 \Rightarrow$  Случайное блуждание величины дохода  $\Rightarrow$  Больцман-Гиббс

- Мультипликативная диффузия:  
 $\Delta r \sim r \Rightarrow$  Случайное блуждание логарифма дохода, т. е. его прироста  $\Rightarrow$  Парето

## Income distribution in Sweden



The data plot from  
Fredrik Liljeros and Martin Hällsten,  
Stockholm University

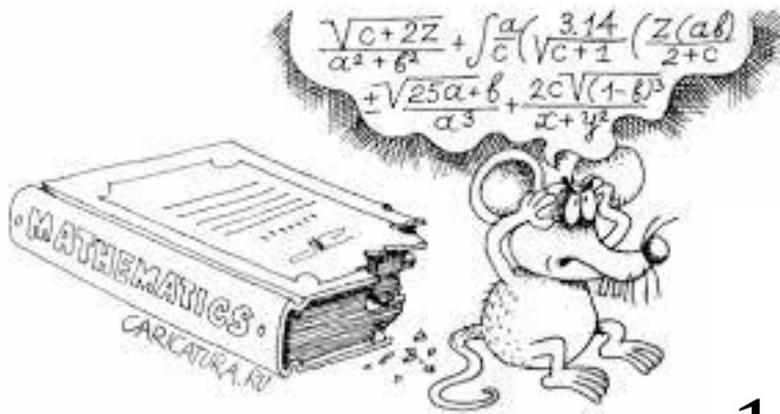
- Total incomes
- Work
- + Capital
- × Social transfers

## Вместо выводов...

Лайфхак 1: знание математики помогает читать карты (и наоборот!).

Лайфхак 2: изучайте математику, чтобы избегать неприятных дилемм.

Лайфхак 3: математика помогает компактно формулировать сложные мысли.



**СПАСИБО ВСЕМ**

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} + \dots$$

**КТО БЫЛ РЯДОМ**

В. Гаппов:

Диалектика «как метод... несостоятельна, ибо нет у нее совокупности приемов или каких-либо действий, применяющихся согласно какому-либо плану.»

«Нельзя сразу в одно и то же время держать в голове объект и обдумывать весь его генезис, все его возможные вариации форм, развития... Поэтому-то... чтобы познать что-то, надо уметь... абстрагировать наиболее существенные признаки предмета от несущественных.»

«Когда у объекта исследования выделены существенные признаки, и он получил свое понятие в голове у человека, то теперь человечество знает, что с этим делать и как дальше использовать. Диалектика же не может, в принципе, выработать понятия, а потому и не применима к познанию мира. ...диалектика своим отрицанием закона тождества одновременно отрицает и какое-либо обобщение.»