

МЧС РОССИИ
АКАДЕМИЯ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ПРОТИВОПОЖАРНОЙ СЛУЖБЫ МИНИСТЕРСТВА РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ ПО ДЕЛАМ ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ, ЧРЕЗВЫЧАЙНЫМ СИТУАЦИЯМ И
ЛИКВИДАЦИИ ПОСЛЕДСТВИЙ СТИХИЙНЫХ БЕДСТВИЙ

Дисциплина: Прикладная механика

Тема 1-5: «Установочная лекция»

Литература:

1. Ильин В.Н., Полянин В.Д. Прикладная механика. Часть I. Механика недеформируемого твердого тела. Учебное пособие. - М.: Академия ГПС МЧС России, 2008, - 90 с.
2. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. - 14-е изд., стер. - М.: Высш.шк., 2004. - 416 с.

1. Выбор исходных данных.

Вариант задания определяется совокупностью трех цифр, условно обозначаемой буквами АБВ.

Группа 3117Пз - 1кблет:

1.	Агальцов Игорь Александрович	АБВ = 993
2.	Ан Владислав Олегович	АБВ = 145
3.	Ахмедов Абдулла Ахмедович	АБВ = 703
4.	Бирюкова Анастасия Андреевна	АБВ = 317
5.	Бокарев Никита Павлович	АБВ = 700
6.	Бондарев Виктор Викторович	АБВ = 508
7.	Бороздина Мария Вячеславовна	АБВ = 342
8.	Брехов Иван Дмитриевич	АБВ = 152
9.	Вепренцев Иван Иванович	АБВ = 376
10.	Герасимов Сергей Алексеевич	АБВ = 684
11.	Грязнов Андрей Геннадьевич	АБВ = 406
12.	Даудов Арсанали Ширазутдинович	АБВ = 169
13.	Еремеев Сергей Владимирович	АБВ = 728
14.	Ефремов Дмитрий Викторович	АБВ = 082
15.	Жемчугина Дарья Николаевна	АБВ = 978
16.	Зуев Максим Игоревич	АБВ = 210
17.	Ивонтьев Михаил Андреевич	АБВ = 100

1. Выбор исходных данных.

Группа 3117Пз - 1кблет:

18. Карпов Денис Анатольевич	АБВ = 203
19. Корченкин Олег Юрьевич	АБВ = 153
20. Кудряшов Алексей Павлович	АБВ = 909
21. Леонов Андрей Петрович	АБВ = 008
22. Луценко Даниил Андреевич	АБВ = 384
23. Макеев Глеб Борисович	АБВ = 309
24. Мартиросян Олеся Суреновна	АБВ = 306
25. Махнач Валентина Алексеевна	АБВ = 184
26. Назукин Николай Алексеевич	АБВ = 804
27. Нестеров Артур Игоревич	АБВ = 404
28. Нургалиева Наталья Раисовна	АБВ = 138
29. Почуев Александр Сергеевич	АБВ = 268
30. Стратулат Диана Игоревна	АБВ = 485
31. Турченков Александр Олегович	АБВ = 604
32. Чесных Станислав Геннадьевич	АБВ = 707
33. Шумейкин Владимир Леонидович	АБВ = 824

1. Выбор исходных данных.

Вариант задания определяется совокупностью трех цифр, условно обозначаемой буквами АБВ.

Группа 3217Пз - 1кблет:

1.	Абубакиров Ильнур Иршатович	АБВ = 273
2.	Арзязев Георгий Андреевич	АБВ = 004
3.	Бакалаев Сергей Викторович	АБВ = 117
4.	Башкиров Иван Геннадьевич	АБВ = 665
5.	Биристюкова Анастасия Ивановна	АБВ = 713
6.	Воропай Юрий Юрьевич	АБВ = 308
7.	Гацкан Денис Владимирович	АБВ = 942
8.	Герасимов Антон Михайлович	АБВ = 174
9.	Горькова Алена Ивановна	АБВ = 556
10.	Должиков Иван Викторович	АБВ = 684
11.	Дудаев Мурад Аюбович	АБВ = 087
12.	Едемский Андрей Юрьевич	АБВ = 040
13.	Жигула Сергей Викторович	АБВ = 381
14.	Иванов Иван Иванович	АБВ = 777
15.	Клиимар Эдуард Эдуардович	АБВ = 206
16.	Кузнецов Антон Валерьевич	АБВ = 509

1. Выбор исходных данных.

Группа 3217Пз - 1кблет:

17. Лебедев Евгений Андреевич	АБВ = 302
18. Лепихов Илья Эдуардович	АБВ = 148
19. Лучков Владимир Андреевич	АБВ = 222
20. Мандрик Алексей Григорьевич	АБВ = 669
21. Маткасымов Данияр Мурзаевич	АБВ = 109
22. Набиулин Константин Маратович	АБВ = 507
23. Никиткин Александр Анатольевич	АБВ = 987
24. Павлов Илья Игоревич	АБВ = 859
25. Плотников Родион Андреевич	АБВ = 376
26. Римиханов Магомед Ифратович	АБВ = 684
27. Сибгатуллин Артур Рамилевич	АБВ = 082
28. Смолякова Ксения Юрьевна	АБВ = 090
29. Сташенок Илья Олегович	АБВ = 308
30. Татаринов Михаил Борисович	АБВ = 099
31. Туманов Максим Андреевич	АБВ = 001
32. Шевченко Игорь Валерьевич	АБВ = 310
33. Шубина Юлия Владимировна	АБВ = 002

1. Выбор исходных данных.

Вариант задания определяется совокупностью трех цифр, условно обозначаемой буквами АБВ.

Группа 3317Пз - 1кблет:

1.	Алиева Карина Камильевна	АБВ = 229
2.	Базаев Руслан Максудович	АБВ = 444
3.	Балюк Александр Анатольевич	АБВ = 813
4.	Безниско Сергей Игоревич	АБВ = 106
5.	Брагин Виктор Сергеевич	АБВ = 904
6.	Гаджигереев Арсен Махдиевич	АБВ = 527
7.	Генина Татьяна Андреевна	АБВ = 342
8.	Глушко Евгений Алексеевич	АБВ = 512
9.	Гудзь Александр Михайлович	АБВ = 006
10.	Дорохов Никита Вадимович	АБВ = 003
11.	Елсуков Михаил Павлович	АБВ = 004
12.	Иванов Артур Николаевич	АБВ = 079
13.	Исаев Станислав Александрович	АБВ = 099
14.	Колдомов Виталий Алексеевич	АБВ = 888
15.	Лаптев Александр Геннадьевич	АБВ = 300
16.	Леонов Дмитрий Игоревич	АБВ = 008

1. Выбор исходных данных.

Группа 3317Пз - 1кблет:

17. Лосев Дмитрий Алексеевич	АБВ = 288
18. Лысов Алексей Андреевич	АБВ = 845
19. Матвеев Эдуард Камилевич	АБВ = 111
20. Матусевич Адам Адамович	АБВ = 677
21. Нестеров Илья Сергеевич	АБВ = 404
22. Николаев Максим Тимофеевич	АБВ = 627
23. Першина Анастасия Павловна	АБВ = 107
24. Рамазанов Хизримагомед Ахмедович	АБВ = 999
25. Салимова Мария Сейружевна	АБВ = 684
26. Сказин Юрий Алексеевич	АБВ = 964
27. Сочеев Игорь Юрьевич	АБВ = 414
28. Степанов Сергей Витальевич	АБВ = 800
29. Типикин Максим Игоревич	АБВ = 675
30. Чернышов Игорь Алексеевич	АБВ = 544
31. Шевчук Денис Сергеевич	АБВ = 022
32. Эртуев Тимур Халитович	АБВ = 083

Разбор задания №1 «Кинематика точки»:

1. Выбор исходных данных.
2. Определение уравнения траектории и построение её на чертеже.
3. Для заданного момента времени t , определение:
 - 3.1. Положения точки на траектории.
 - 3.2. Вектора полной скорости.
 - 3.3. Векторов касательного, нормального и полного ускорений.
 - 3.4. Радиуса кривизны траектории.
4. Выводы.

1. Выбор исходных данных (продолжение)

Если, например, АБВ = 301, то из таблицы исходных данных:

Таблица 1

Номер строки	$f_1(t)$, см	$f_2(t)$, см			t_1 , с
0	$2-3 \cos(\pi t/6)$	$12 \sin(\pi t/6)$	$2t^2+2$	$4 \cos(\pi t/6)-2$	1,25
1	$6 \cos(\pi t/6)-3$	$-4-6 \cos(\pi t/3)$	$8 \sin(\pi t/4)$	$14-16 \cos^2(\pi t/6)$	1,45
2	$4 \cos(\pi t/6)$	$-3 \sin^2(\pi t/6)$	$(2+t)^2$	$4 \cos(\pi t/3)$	1,65
3	$2-t$	$9 \sin(\pi t/6)-4$	$2t^3$	$-10 \cos(\pi t/6)$	1,85
4	$2t$	$3 \cos(\pi t/3)-2$	$2+2 \cos(\pi t/4)$	$-4 \cos^2(\pi t/6)$	2,05
5	$t-4$	$-10 \sin(\pi t/6)$	$2-3t^2$	$8-12 \cos(\pi t/3)$	2,25
6	$4-2t$	$2-6 \sin^2(\pi t/6)$	$2-2 \sin(\pi t/4)$	$3 \cos(\pi t/6)$	2,45
7	$12 \sin(\pi t/6)$	$2 \sin(\pi t/6)-2$	$(t+1)^3$	$6-8 \cos(\pi t/3)$	2,65
8	$4-6 \sin(\pi t/6)$	$9 \cos(\pi t/3)+5$	$2-t^3$	$9 \cos(\pi t/6)-3$	2,85
9	$8 \sin(\pi t/6)-2$	$3-8 \sin(\pi t/6)$	$4 \cos(\pi t/4)$	$-6 \cos(\pi t/3)$	3,05
	А	Б для А=0, 1, 2	Б для А=3, 4, 5, 6	Б для А=7, 8, 9	В

$$x = 2-t \text{ (см)}$$

$$y = 2t^2+2 \text{ (см)}$$

$t_1=1,45$ (с) для упрощения расчетов принимаем $t_1=1$ (с)

2. Определение уравнения траектории и построение её на чертеже.

Уравнение траектории получаем, исключением t из уравнений движения:

$$x = 2 - t \text{ (см)}$$

$$t = 2 - x$$

$$y = 2t^2 + 2 \text{ (см)}$$

$$y = 2(2-x)^2 + 2 = 2x^2 - 8x + 10$$

x	0	1	2	3	-1
y					

Замечание: если уравнения движения содержат \sin или \cos , то для нахождения уравнения траектории необходимо использовать формулы: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2\alpha$$

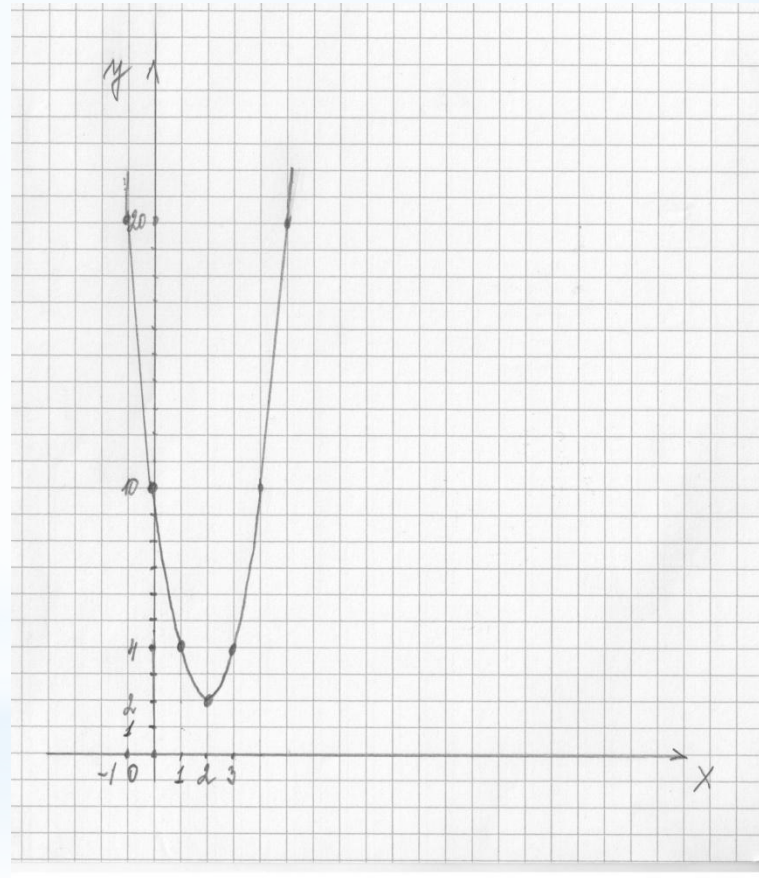
$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2\alpha - 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha .$$

2. Определение уравнения траектории и построение её на чертеже (продолжение)

Строим по точкам уравнение траектории в координатных осях Oxy :

x	0	1	2	3	-1
y	10	4	2	4	20



3.1. Определение положения точки на траектории.

Подставляем значение момента времени $t_1=1$ с (в общем случае берется из исходных данных, например, для АВВ = 301 $t_1=1,45$ с) в уравнения движения:

$$x(1) = 2 - t = 2 - 1 = 1 \text{ (см)}$$

$$y(1) = 2t^2 + 2 = 2 \cdot 1^2 + 2 = 4 \text{ (см)}$$

Точка лежит на траектории, значит уравнение траектории найдено верно!

3.2. Определение полного вектора скорости.

Проекция вектора полной скорости на ось x - V_x :

$$V_x = \dot{x} = (2-t)' = -1 \text{ (см/с)}$$

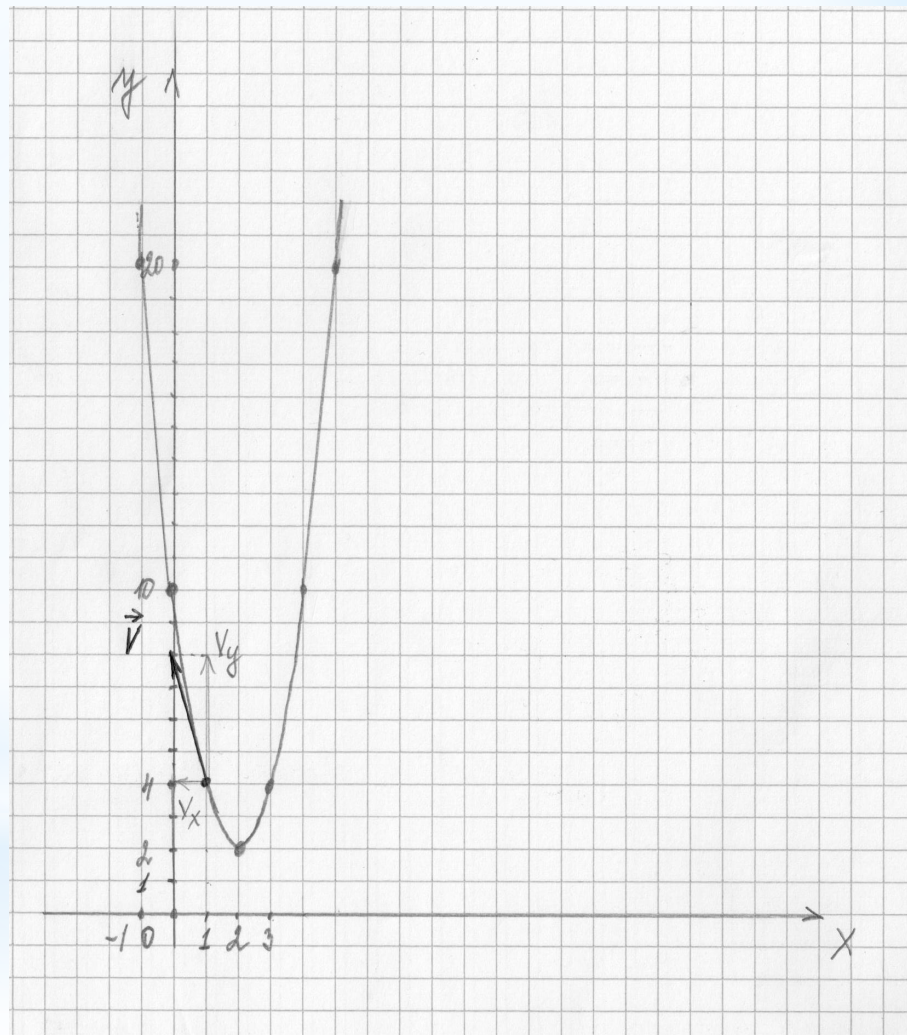
Проекция вектора полной скорости на ось y - V_y :

$$V_y = \dot{y} = (2t^2+2)' = 4t = 4 \text{ (см/с)}$$

Значение полного вектора скорости - V :

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + 4^2} = \sqrt{17} = 4,12 \text{ (см/с)}$$

На чертеже вектор полной скорости изображается по касательной к траектории, как векторная сумма проекций скорости на оси координат.



3.3. Определение векторов касательного, нормального и полного ускорений.

Проекция вектора полного ускорения на ось x - a_x :

$$a_x = \dot{V}_x = (-1)' = 0 \quad (\text{см/с}^2)$$

Проекция вектора полного ускорения на ось y - a_y :

$$a_y = \dot{V}_y = (4t)' = 4 \quad (\text{см/с}^2)$$

Значение полного вектора ускорения - a :

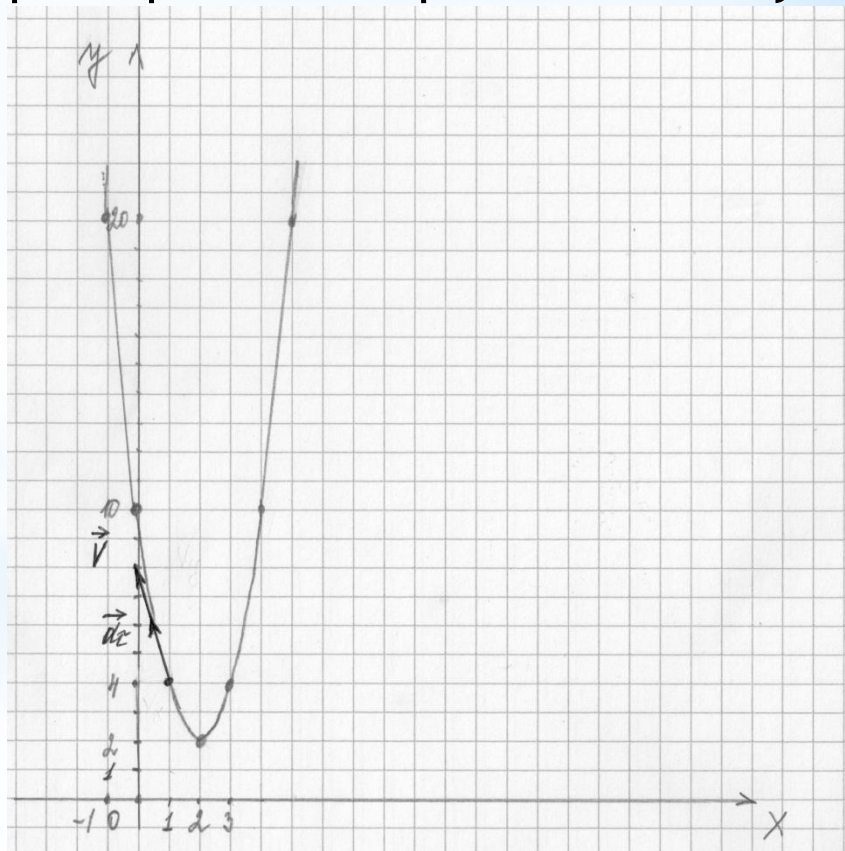
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{4^2} = 4 \quad (\text{см/с}^2)$$

Замечание: т.к. проекция ускорения на ось x - 0, то положение вектора полного ускорения совпадает с проекцией на ось y , т.е. вектор расположен строго вертикально.

Определим значение вектора касательного ускорения - a_τ :

$$a_\tau = \dot{V} = \frac{V_x a_x + V_y a_y}{V} = \frac{(-1) \cdot 0 + 4 \cdot 4}{4,12} = 3,88 \quad (\text{см/с}^2)$$

На чертеже вектор касательного ускорения изображается по касательной к траектории. Если $a_\tau > 0$, то вектор a_τ сонаправлен с вектором V , если $a_\tau < 0$, то вектор направлен в противоположную сторону.

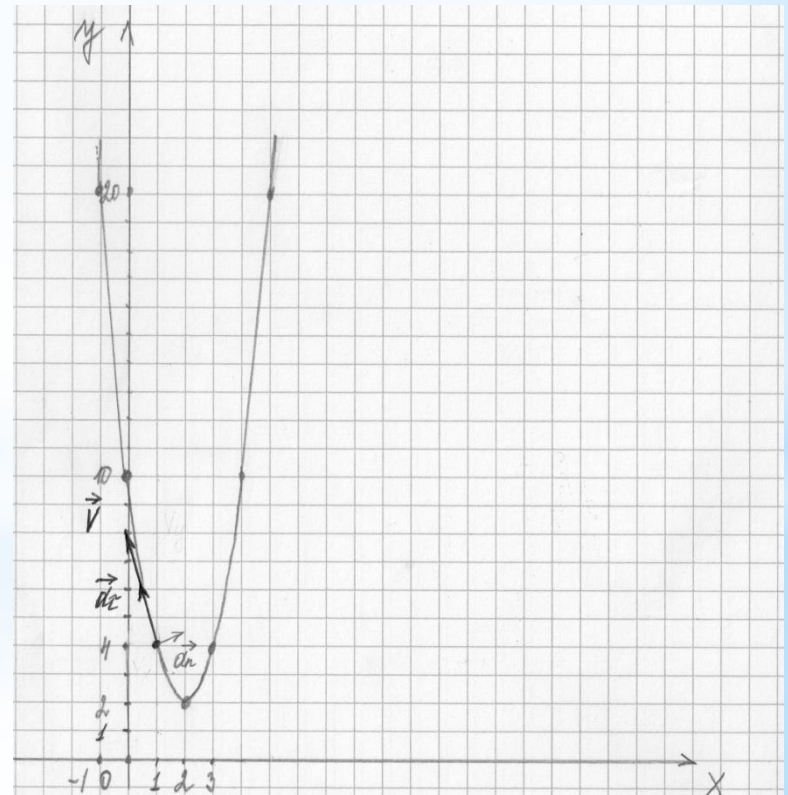


Определим значение вектора нормального ускорения - a_n :

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

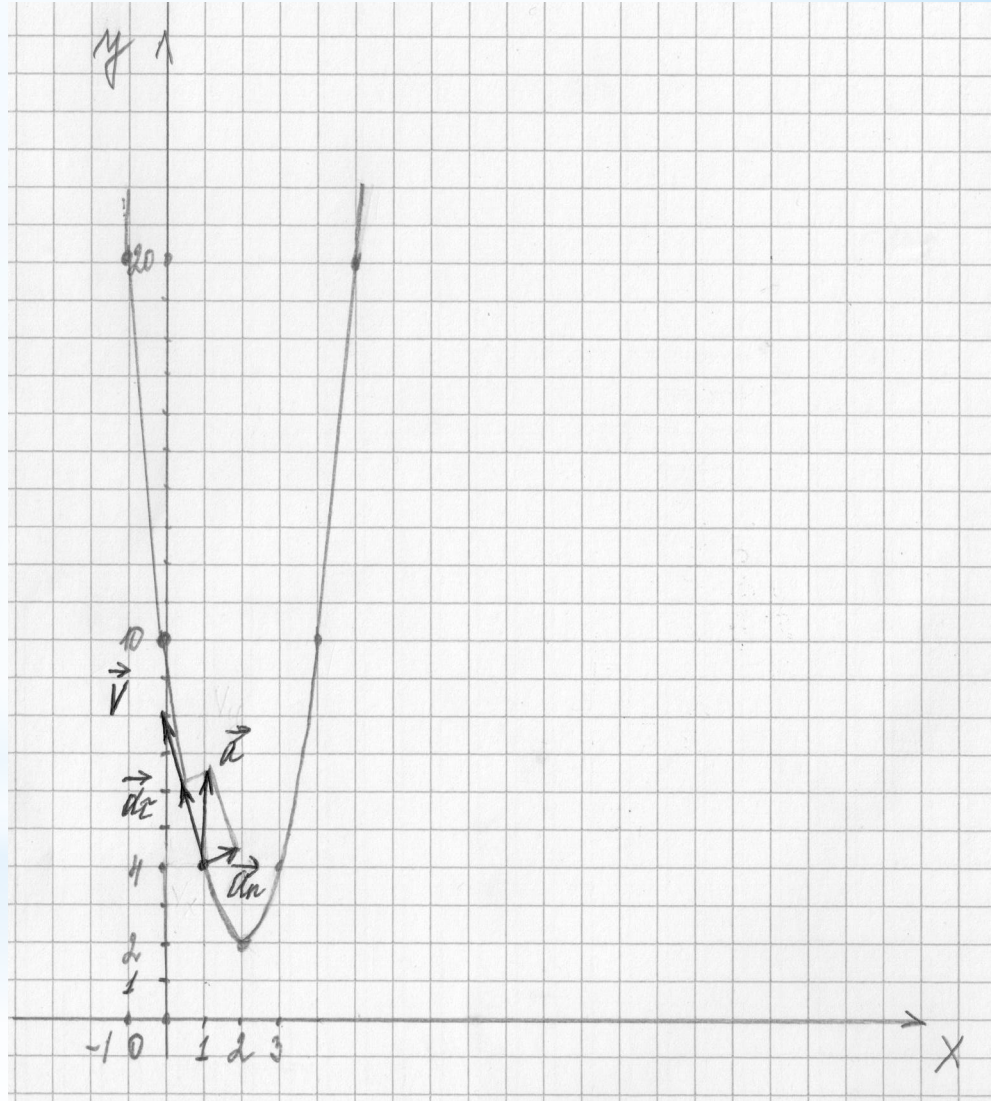
$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{4^2 - (3,88)^2} = 0,96 \text{ (см/с}^2\text{)}$$

На чертеже вектор нормального ускорения изображается перпендикулярно касательной , в сторону вогнутости траектории.



На чертеже полный вектор ускорения \vec{a} образует векторный треугольник с векторами нормального \vec{a}_n и касательного ускорения \vec{a}_τ .

К тому же, в данном примере вектор \vec{a} расположен строго вертикально.

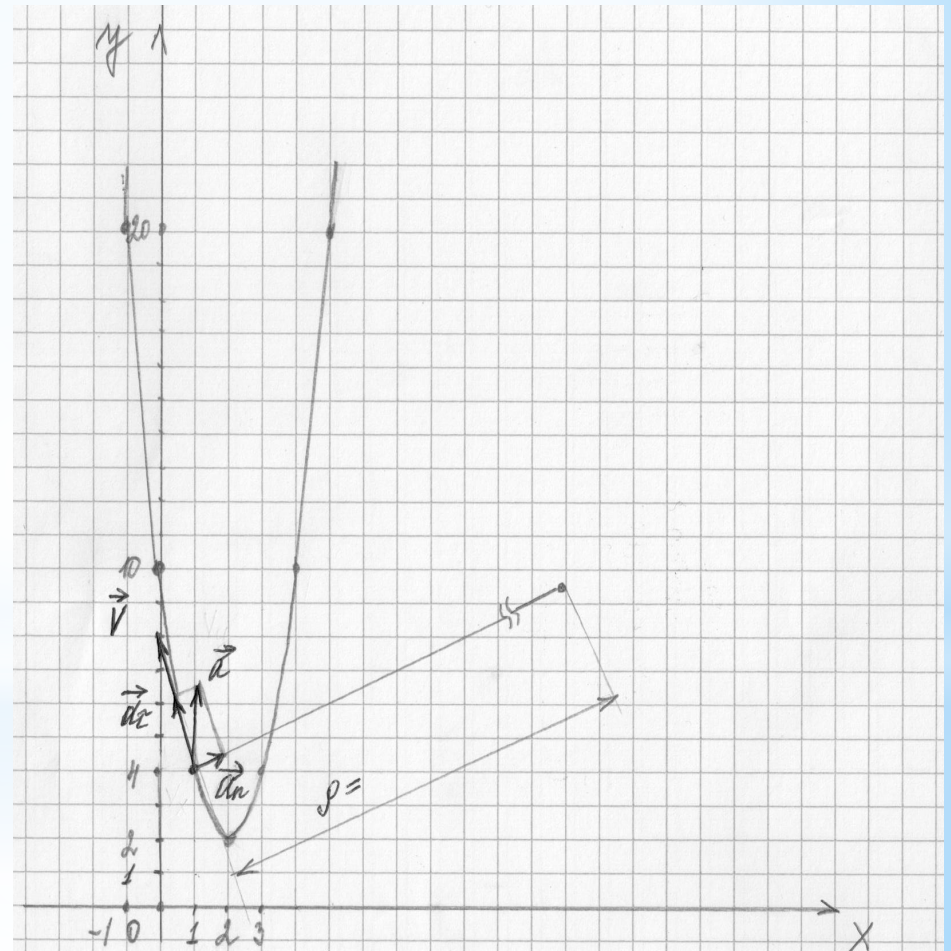


3.4. Определение радиуса кривизны траектории.

Определим радиус кривизны траектории:

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(4,12)^2}{0,98} = 17,3 \quad (\text{см})$$

На чертеже радиус кривизны траектории ρ изображается на продолжении вектора нормального ускорения.



Выводы:

- 1) Кинематикой называют раздел механики, в котором рассматривают движение тел и точек без учета сил, приложенных к ним.
- 2) Для нахождения уравнения траектории из уравнений движений следует исключить t .
- 3) Вектор полной скорости на чертеже изображается по касательной к траектории.
- 4) На чертеже вектор касательного ускорения изображается по касательной к траектории. Если $a_{\tau} > 0$, то вектор a_{τ} сонаправлен с вектором V - движение ускоренное, если $a_{\tau} < 0$, то вектор направлен в противоположную сторону - движение замедленное.
- 5) На чертеже вектор нормального ускорения изображается перпендикулярно касательной, в сторону вогнутости траектории.
- 6) На чертеже радиус кривизны траектории ρ изображается на продолжении вектора нормального ускорения.

Разбор задания №2 «Кинематика твердого тела»:

1. Выбор исходных данных.
2. Определение скорости и ускорения звена по заданному закону движения.
3. Для заданного момента времени t , определение и построение на чертеже:
 - 3.1. Угловых скоростей и угловых ускорений колес 1,2,3.
 - 3.2. Скоростей и ускорений точек А,В и С.
 - 3.3. Скоростей и ускорений рейки 4 и груза 5.
4. Выводы.

1. Выбор исходных данных (продолжение)

Если, например, $ABV = 738$, то из таблицы исходных

данных:

Таблица 2. Исходные данные к заданию 2

Номер		Дано		$t_1,$ с
строки	рисунка	Заданная функция	$f(t)$	
0	2.0	S_4	$4(7-t^2)$	0,5
1	2.1	S_5	$2(t^2-3)$	0,75
2	2.2	φ_1	$2t^2-9$	1,0
3	2.3	φ_2	$7t-3t^2$	1,25
4	2.4	φ_3	$3t-7t^2$	1,5
5	2.5	φ_1	$5t-3t^2$	2,0
6	2.6	φ_2	$2(t^2-7t)$	0,25
7	2.7	S_4	$3t^2-8$	0,5
8	2.8	S_5	$3t^2-5t$	0,75
9	2.9	φ_3	$8t-3t^2$	1,5
	A	B	B	A

$$r_1 = 2 \text{ (см)}$$

$$R_1 = 4 \text{ (см)}$$

$$r_2 = 6 \text{ (см)}$$

$$R_2 = 8 \text{ (см)}$$

$$r_3 = 12 \text{ (см)}$$

$$R_3 = 16 \text{ (см)}$$

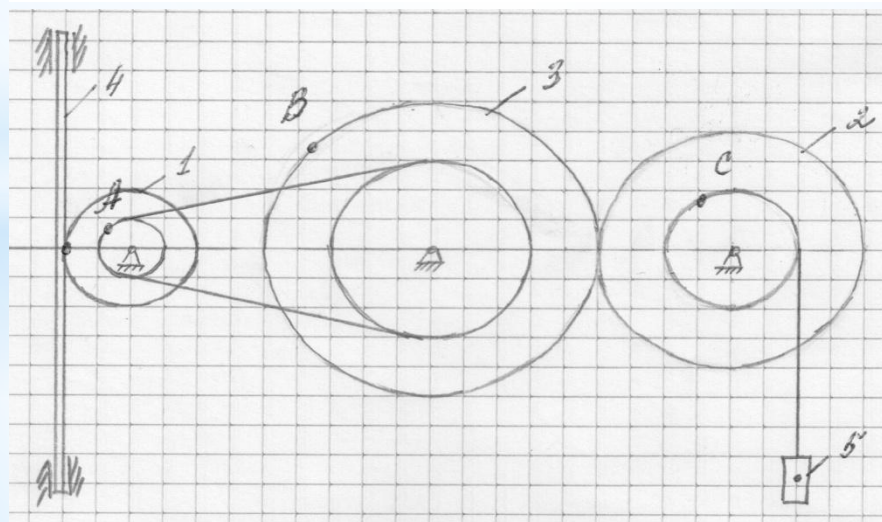


рис. 2.7

$$\varphi_2 = 3t^2 - 5t \text{ (рад)}$$

$$t_1 = 0,5 \text{ (с)}$$

2. Определение скорости и ускорения звена по заданному закону движения.

Вариант 1: в Дано $\varphi = f(t)$, рад – закон вращения колеса 1,2 или 3 («+» против часовой стрелки).

$$\varphi_2(0,5) = 3t^2 - 5t = 3 \cdot (0,5)^2 - 5 \cdot 0,5 = -1,75 \text{ (рад)} < 0 \text{ – по часовой стрелке}$$

Определим скорость звена:

$$\omega_2 = \dot{\varphi}_2 = (3t^2 - 5t)' = 6t - 5 \text{ (1/с)}$$

$$\omega_2(0,5) = 6 \cdot 0,5 - 5 = -2 \text{ (1/с)}$$

Определим ускорение звена:

$$\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = (6t - 5)' = 6 \text{ (1/с}^2\text{)}$$

$$\varepsilon_2(0,5) = 6 \text{ (1/с}^2\text{)}$$

Вариант 2: в Дано $S = f(t)$, см – закон поступательного движения рейки или груза («+» сверху вниз).

$$V(t) = \dot{S}(t)$$

$$a(t) = \dot{V}(t)$$

3.1. Определение угловых скоростей и угловых ускорений колес 1,2 и 3.

Определив кинематические характеристики заданного звена, смотрим с каким колесом данное звено связано (точка касания или ременная передача). В точках, в которых звенья связаны, линейные скорости точек будут равны.

Замечание: линейные скорости точек на колесе связаны с угловой скоростью колеса формулой:

$$V = \omega \cdot R$$

3.1. Определение угловых скоростей и угловых ускорений колес 1,2 и 3.

Большой радиус колеса 2 касается большого радиуса колеса 3:

$$V_{R2} = V_{R3}$$

$$\omega_2 R_2 = \omega_3 R_3$$

$$\omega_3(0,5) = \omega_2 \frac{R_2}{R_3} = (6t - 5) \frac{8}{16} = 3t - 2,5 = 3 \cdot 0,5 - 2,5 = -1 \text{ (1/c)}$$

$$\varepsilon_3(0,5) = \varepsilon_2 \frac{R_2}{R_3} = 6 \frac{8}{16} = 3 \text{ (1/c}^2\text{)}$$

Малый радиус колеса 3 касается малого радиуса колеса 1:

$$V_{r3} = V_{r1}$$

$$\omega_3 r_3 = \omega_1 r_1$$

$$\omega_1(0,5) = \omega_3 \frac{r_3}{r_1} = (3t - 2,5) \frac{12}{2} = 18t - 15 = 18 \cdot 0,5 - 15 = -6 \text{ (1/c)}$$

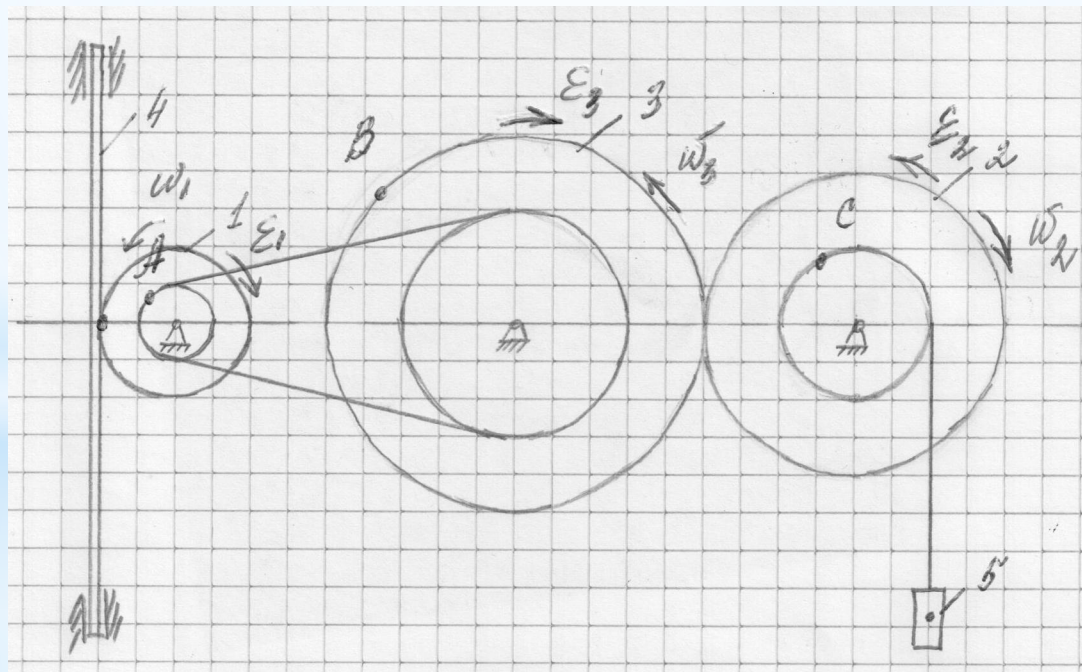
$$\varepsilon_1(0,5) = \varepsilon_3 \frac{r_3}{r_1} = 3 \frac{12}{2} = 18 \text{ (1/c}^2\text{)}$$

3.1. Определение угловых скоростей и угловых ускорений колес 1, 2 и 3.

На чертеже направления скоростей и ускорений начинаем отмечать с заданного звена.

Затем отмечаем скорости связанных звеньев, в зависимости от типа связи (точка касания - направление скорости в противоположную сторону для колеса, в ту же сторону для рейки и груза; ременная передача - направление скорости в ту же сторону).

Направления ускорений в зависимости от знака: «+» сонаправлено со скоростью, «-» направлено в противоположную сторону.



3.2. Определение скоростей и ускорений точек А, В и С.

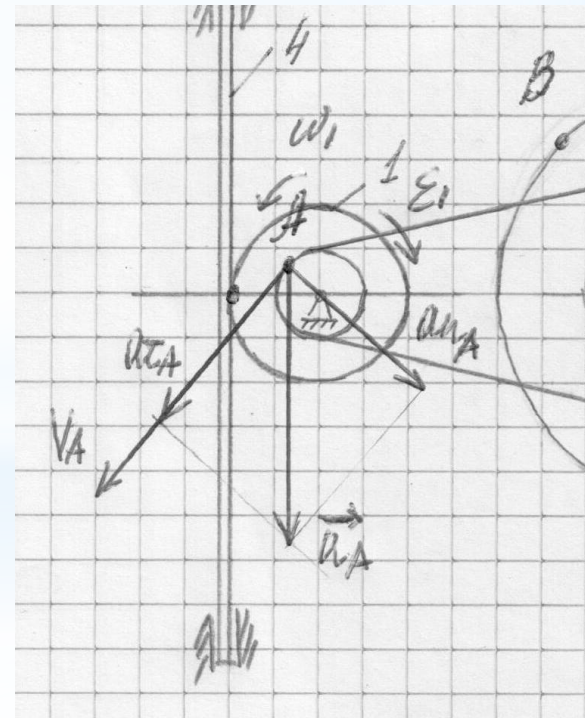
Точка А лежит на малом радиусе 1 колеса:

$$V_A(0,5) = \omega_1 r_1 = -6 \cdot 2 = -12 \text{ (CM/C)}$$

$$a_\tau(0,5) = \varepsilon_1 r_1 = 18 \cdot 2 = 36 \text{ (CM/C}^2\text{)}$$

$$a_n(0,5) = \omega_1^2 r_1 = (-6)^2 \cdot 2 = 72 \text{ (CM/C}^2\text{)}$$

$$a(0,5) = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{36^2 + 72^2} = 80,5 \text{ (CM/C}^2\text{)}$$



3.2. Определение скоростей и ускорений точек А, В и С.

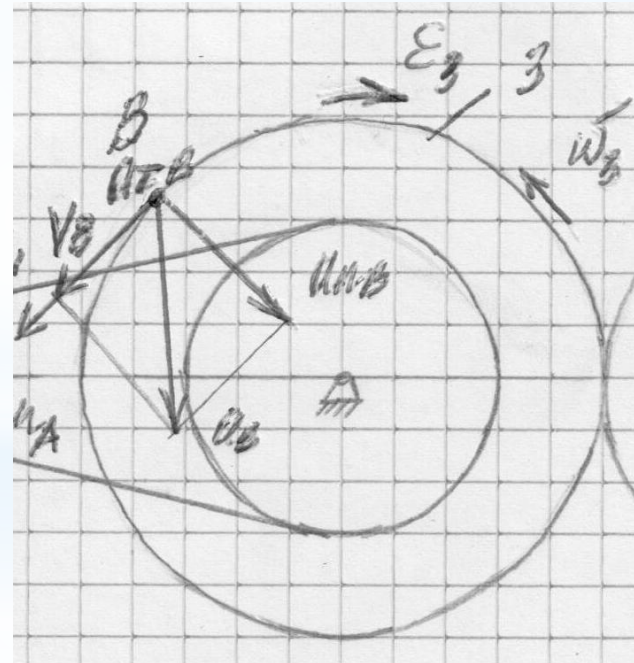
Точка В лежит на большом радиусе 3 колеса:

$$V_B(0,5) = \omega_3 R_3 = -1 \cdot 16 = -16 \text{ (CM/C)}$$

$$a_\tau(0,5) = \varepsilon_3 R_3 = 3 \cdot 16 = 48 \text{ (CM/C}^2\text{)}$$

$$a_n(0,5) = \omega_3^2 R_3 = (-1)^2 \cdot 16 = 16 \text{ (CM/C}^2\text{)}$$

$$a(0,5) = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{48^2 + 16^2} = 50,6 \text{ (CM/C}^2\text{)}$$



3.2. Определение скоростей и ускорений точек А, В и С.

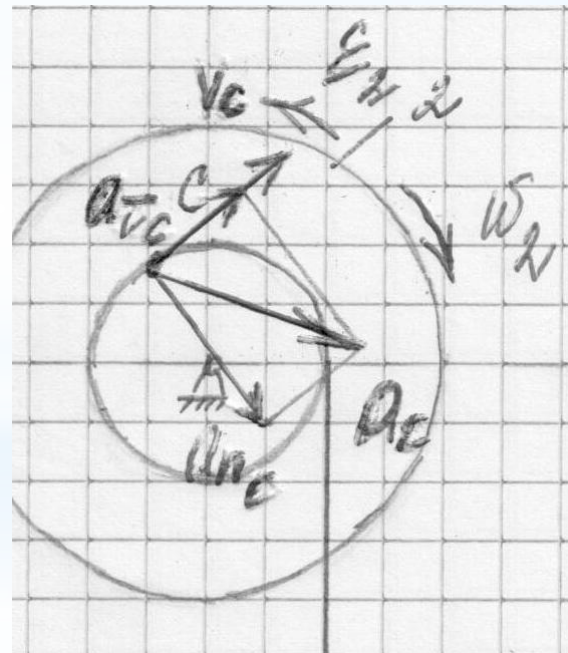
Точка С лежит на малом радиусе 2 колеса:

$$V_C(0,5) = \omega_2 r_2 = -2 \cdot 6 = -12 \text{ (CM/C)}$$

$$a_\tau(0,5) = \varepsilon_2 r_2 = 6 \cdot 6 = 36 \text{ (CM/C}^2\text{)}$$

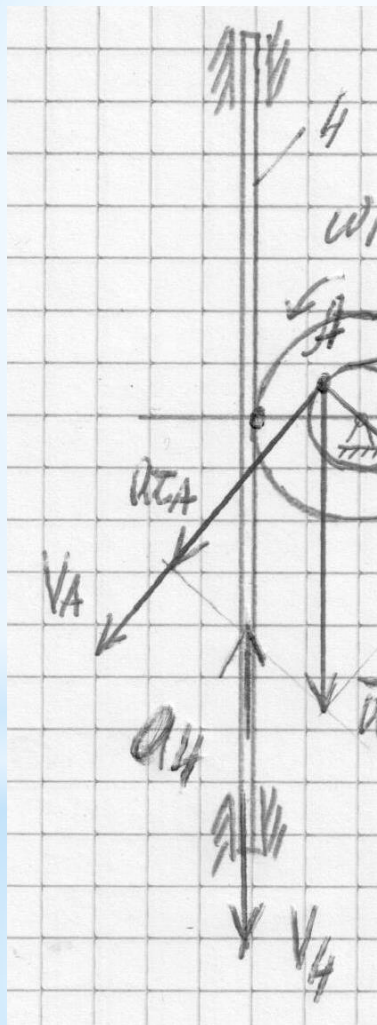
$$a_n(0,5) = \omega_2^2 r_2 = (-2)^2 \cdot 6 = 24 \text{ (CM/C}^2\text{)}$$

$$a(0,5) = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{36^2 + 24^2} = 43,3 \text{ (CM/C}^2\text{)}$$



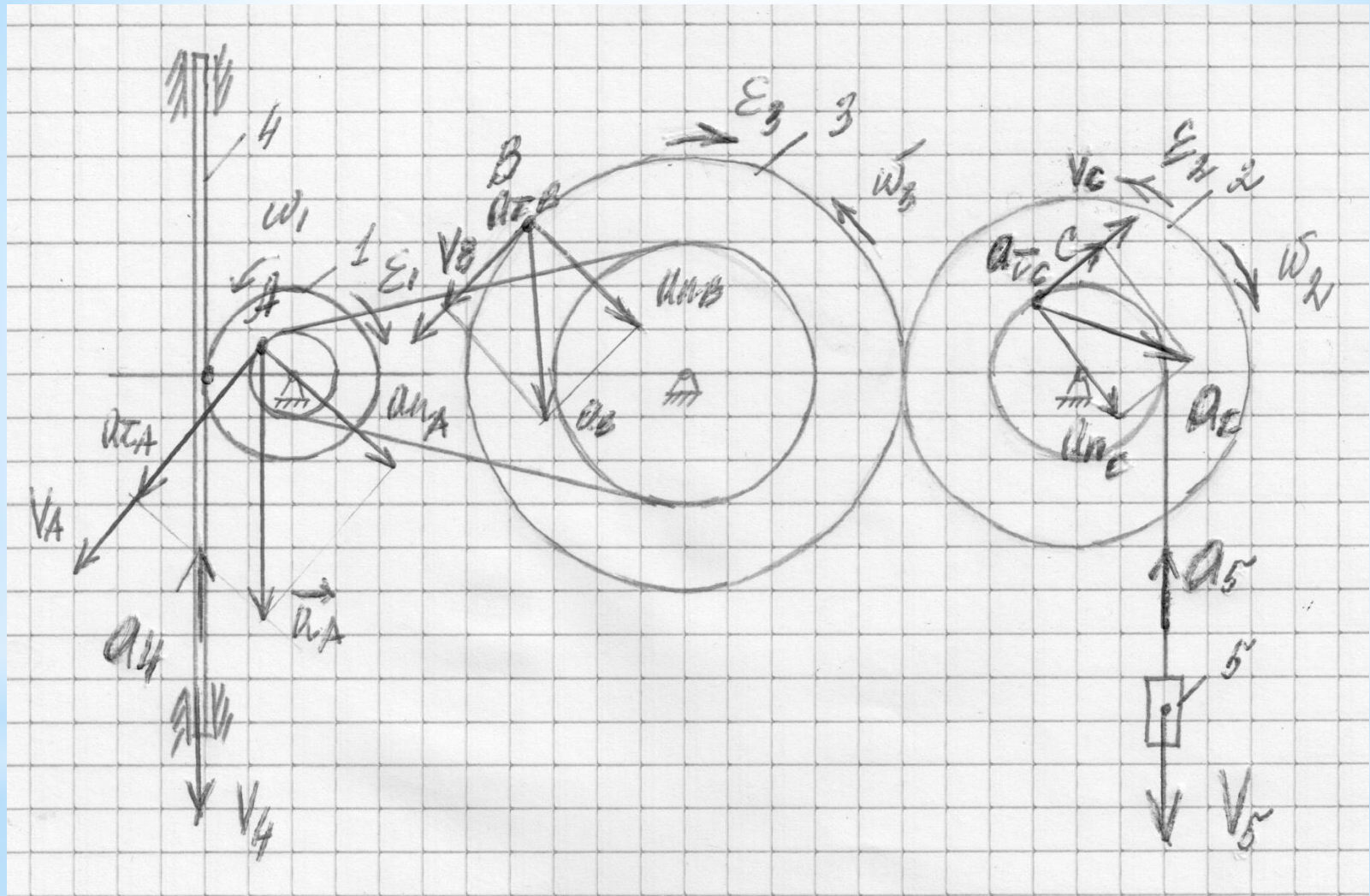
3.3. Определение скоростей и ускорений рейки и груза.

Рейка имеет точку касания с большим радиусом 1 колеса:



$$V_4(0,5) = \omega_1 R_1 = -6 \cdot 4 = -24 \text{ (CM/C)}$$

$$a_4(0,5) = \varepsilon_1 R_1 = 18 \cdot 4 = 72 \text{ (CM/C}^2\text{)}$$



4. Выводы:

1) В точках, в которых звенья связаны, - точка касания или ременная передача - линейные скорости точек будут равны, угловые скорости колес НЕ равны.

2) Линейные скорости точек на колесе связаны с угловой скоростью колеса формулой: $V = \omega R$

3) Вектор полной скорости на чертеже изображается по касательной к траектории.

4) На чертеже вектор касательного ускорения изображается по касательной к траектории. Если $a_t > 0$, то вектор a_t сонаправлен с вектором V - движение ускоренное, если $a_t < 0$, то вектор направлен в противоположную сторону - движение замедленное.

5) На чертеже вектор нормального ускорения изображается перпендикулярно касательной, в сторону вогнутости траектории.

Разбор задания №3 «Кинематика твердого тела»:

1. Выбор исходных данных.
2. Перестроение схемы.
3. Определение скоростей всех точек механизма, обозначенных буквами на схеме и угловых скоростей всех стержней.
5. Выводы.

1. Выбор исходных данных (продолжение)

Если, например, $ABV = 163$, то из таблицы исходных

Д:

Таблица 3а. Исходные данные к заданию 3

Данные для вариантов $A \geq B$

Номер		Углы, град					Дано	
строки	рисунка	α	β	γ	φ	θ	$\omega_1, 1/c$	$\omega_4, 1/c$
0	3.0	0	60	30	0	120	6	-
1	3.1	90	120	150	0	30	-	4
2	3.2	30	60	30	0	120	5	-
3	3.3	60	150	150	90	30	-	5
4	3.4	30	30	60	0	150	4	-
5	3.0	90	120	120	90	60	-	6
6	3.1	90	150	120	90	30	3	-
7	3.2	0	60	60	0	120	-	2
8	3.3	60	150	120	90	30	2	-
9	3.4	30	120	150	0	60	-	8
	A	B					B	

Таблица 3б. Исходные данные к заданию 3

Данные для вариантов $A < B$

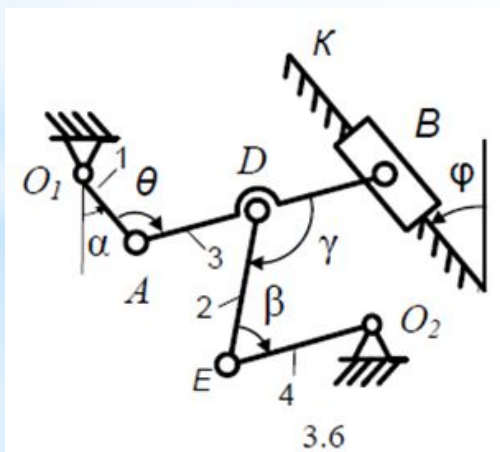
Номер		Углы, град					Дано	
строки	рисунка	α	β	γ	φ	θ	$\omega_1, 1/c$	$V_B, 1/c$
0	3.5	120	30	30	90	150	2	-
1	3.6	0	60	90	0	120	-	4
2	3.7	60	150	30	90	30	3	-
3	3.8	0	150	30	0	60	-	6
4	3.9	30	120	120	0	60	4	-
5	3.6	90	120	90	90	60	-	8
6	3.6	0	150	90	0	120	5	-
7	3.7	30	120	30	0	60	-	2
8	3.8	90	120	120	90	150	6	-
9	3.9	60	60	60	90	30	-	5
	A	B					B	

$$l_1 = 0,4 \text{ (м)}$$

$$l_2 = 1,2 \text{ (м)}$$

$$l_3 = 1,4 \text{ (м)}$$

$$l_4 = 0,6 \text{ (м)}$$



$$\alpha = 0^\circ$$

$$\beta = 150^\circ$$

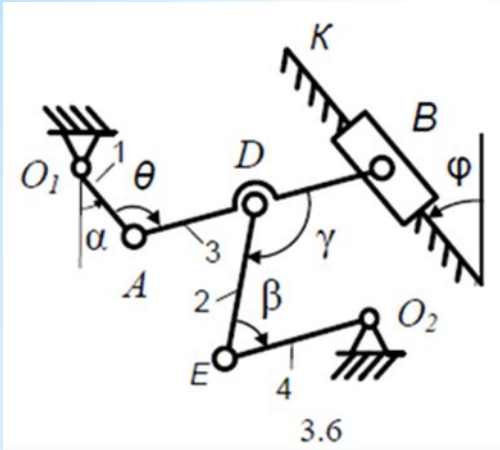
$$\gamma = 90^\circ$$

$$\varphi = 0^\circ$$

$$\theta = 120^\circ$$

$$V_B = 6 \text{ (м/с)}$$

2. Перестроение схемы.



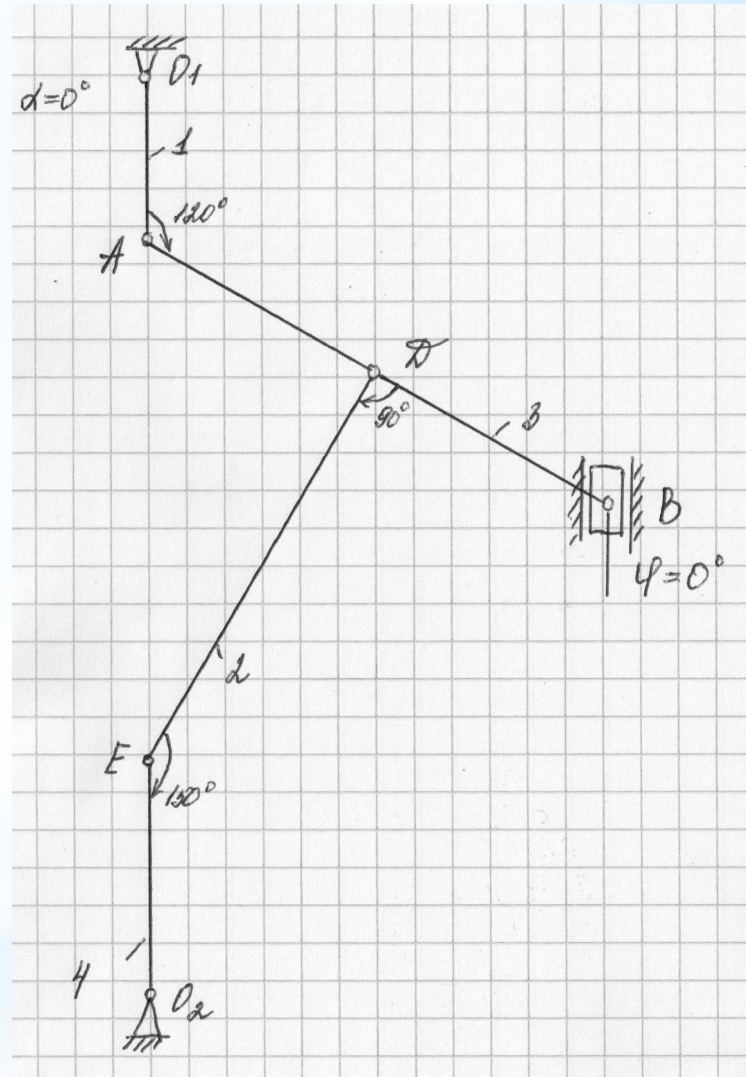
$$\alpha = 0^\circ$$

$$\beta = 150^\circ$$

$$\gamma = 90^\circ$$

$$\varphi = 0^\circ$$

$$\theta = 120^\circ$$



2. Определение скоростей всех точек механизма, отмеченных буквами на схеме, и угловых скоростей всех стержней.

Вариант 1: в *Дано* задана V_B , м/с – скорость точки В (на рисунке вектор направлен от точки В к точке К).

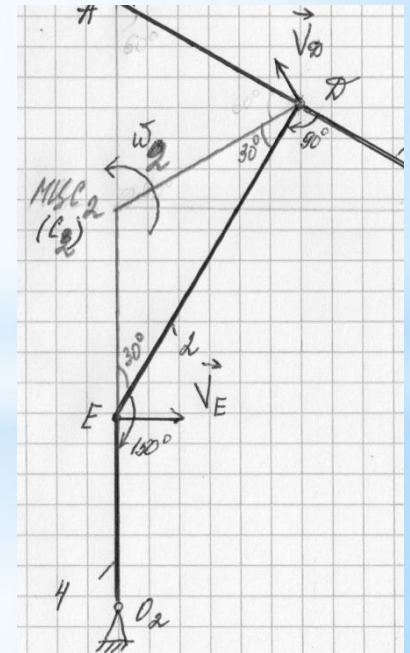
- Анализируем, какому стержню принадлежит точка В (стержень 3).
- Определяем направление скорости второго конца данного стержня (скорость V_A перпендикулярна стержню 1, т.к. точка А движется по дуге окружности вокруг точки O_1 - УГЛОВАЯ СКОРОСТЬ 1 СТЕРЖНЯ НАПРАВЛЕНА ПО ЧАСОВОЙ СТРЕЛКЕ).
- Пересекаем перпендикуляры к скоростям на концах стержня 3 - точка пересечения мгновенный центр скоростей стержня 3.

Вариант 2: в *Дано* задана ω_1 , 1/с - угловая скорость стержня 1 (на рисунке направлена против хода часовой стрелки).

- Определяем направление и значение скорости на конце стержня 1 (скорость V перпендикулярна стержню 1; $V = \omega_1 l_1$)
- Анализируем, какому еще стержню принадлежит конец 1 стержня (стержню 3)
- Определяем направление скорости второго конца данного стержня (ползун движется вертикально вверх).
- Пересекаем перпендикуляры к скоростям на концах стержня 3 - точка пересечения мгновенный центр скоростей стержня 3.

2. Определение скоростей всех точек механизма, отмеченных буквами на схеме, и угловых скоростей всех стержней.

- Определяем направление скорости точки D (перпендикулярна линии, соединяющей D и МЦСЗ)
- Анализируем, какому еще стержню принадлежит точка D (стержень 2).
- Определяем направление скорости второго конца данного стержня (скорость V_E перпендикулярна стержню 4, т.к. точка E движется по дуге окружности вокруг точки O_2 - угловая скорость 4 стержня направлена по часовой стрелке).
- Пересекаем перпендикуляры к скоростям на концах стержня 2 - точка пересечения мгновенный центр скоростей стержня 2.



2. Определение скоростей всех точек механизма, отмеченных буквами на схеме, и угловых скоростей всех стержней.

3. Определяем скорость v_D .

Величину v_D найдем из пропорции

$$\frac{v_D}{C_3D} = \frac{v_A}{C_3A},$$

откуда

$$v_D = \frac{C_3D}{C_3A} v_A.$$

4. Определение скорости v_E .

По теореме о проекциях скоростей двух точек тела (стержня DE) на прямую, соединяющую эти точки (прямая DE).

$$v_E \cos 60^\circ = v_D \cos 60^\circ,$$

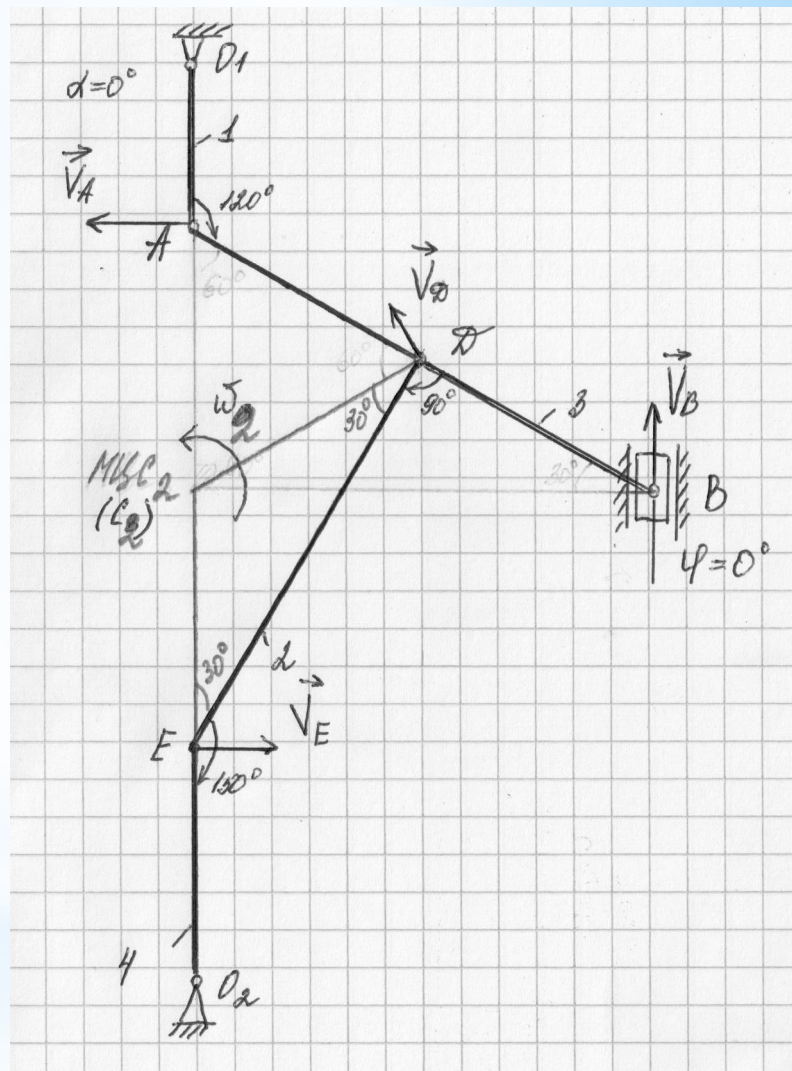
$$v_E = v_D = 3,464 \text{ м/с.}$$

5. Находим угловую скорость звена DE .

$$\omega_2 = \frac{v_E}{EC_2} = \frac{3,464}{0,7} = 4,95 \text{ с}^{-1}.$$

Треугольник DEC_2 – равнобедренный, из которого имеем

$$EC_2 = DC_2 = DC_3 = 0,7 \text{ м.}$$



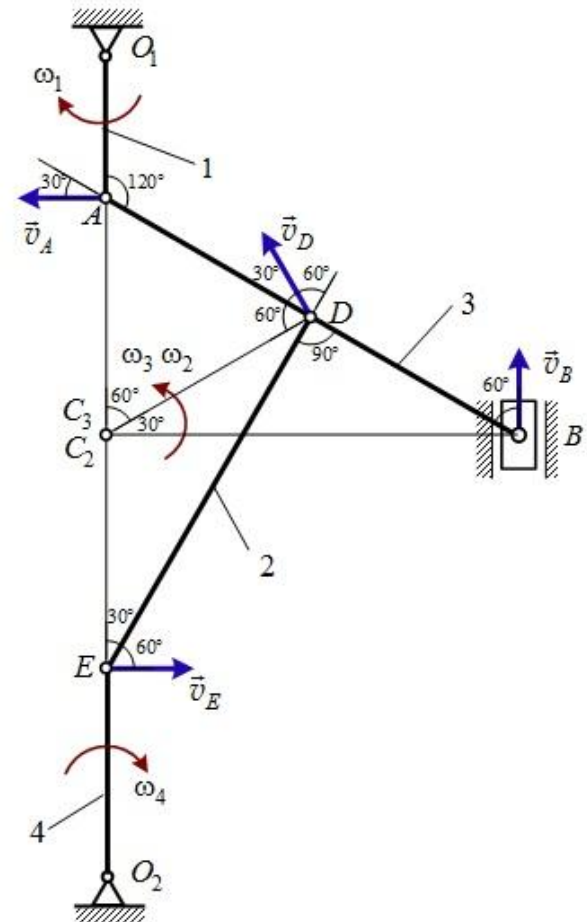
2. Определение скоростей всех точек механизма, отмеченных буквами на схеме, и угловых скоростей всех стержней.

Определим угловую скорость стержня 1:

$$\omega_1 = \frac{v_A}{l_1} = \frac{3,464}{0,4} = 8,66 \text{ с}^{-1}.$$

Угловая скорость стержня 4

$$\omega_4 = \frac{v_E}{l_4} = \frac{3,464}{0,6} = 5,77 \text{ с}^{-1}.$$



4. Выводы:

1) Мгновенный центр скоростей - точка скорость, которой равна 0.

2) Мгновенный центр скоростей получается пересечением перпендикуляров к скоростям на концах стержня - точка вокруг, которой вращается стержень.

3) Скорость точки определяется по формуле: $V = \omega R$, где R - расстояние от точки до мгновенного центра скоростей.

Разбор задания №5 «Статика. Равновесие тела под действием плоской системы сил»:

1. Выбор исходных данных.
2. Нанесение внешних сил на схему. Проекция сил.
3. Нанесение реакций опор на схему. Виды опор и опорных реакций.
4. Составление уравнений равновесия.
Определение момента силы.
5. Выводы.

1. Выбор исходных данных (продолжение)

Если, например, АВВ = 092, то из таблицы исходных

Таблица 1. Исходные данные к заданию 5

Номер		$F_1 = 10 \text{ кН}$		$F_2 = 20 \text{ кН}$	
строки	рисунка	Точка прилож.	α_1	Точка прилож.	α_2
0	5.0	H	0°	D	30°
1	5.1	K	15°	E	45°
2	5.2	C	30°	D	60°
3	5.3	H	45°	E	75°
4	5.4	K	60°	D	90°
5	5.5	C	75°	E	0°
6	5.6	H	90°	D	15°
7	5.7	K	0°	E	30°
8	5.8	C	15°	D	45°
9	5.9	H	30°	E	60°
	А	Б	В	А	Б

В таблице приняты обозначения: α_k ($k=1,2$) – угол между горизонтальной осью x , идущей слева направо, и направлением силы \vec{F}_k , отсчитываемый против хода часовой стрелки.

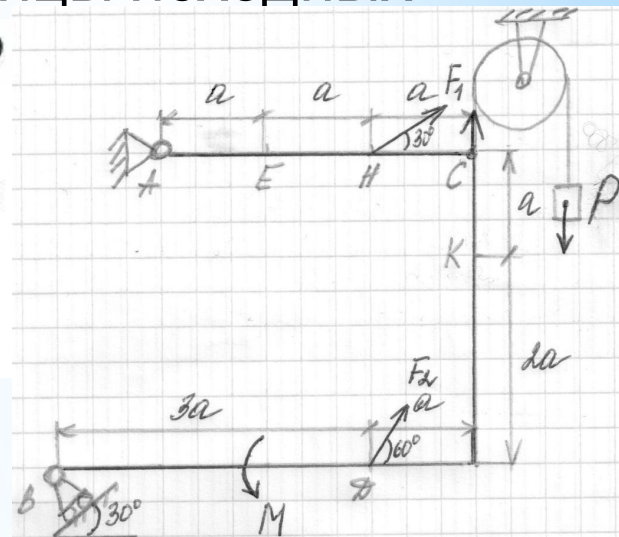
рис. 5.0

г.Н

$\alpha_1=30^\circ$

г.Д

$\alpha_2=60^\circ$



$P=25 \text{ (кН)}$

$M=60 \text{ (кН}\cdot\text{м)}$

$F_1=10 \text{ (кН)}$

$F_2=20 \text{ (кН)}$

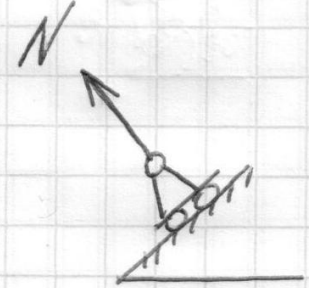
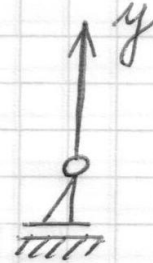
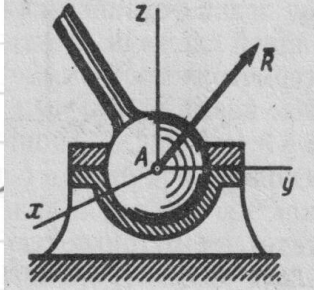
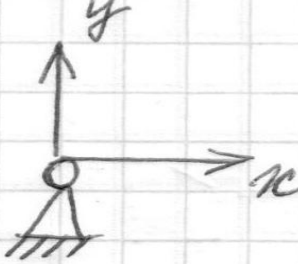
$a=0,5 \text{ (м)}$

Наносим на схему все внешние силы (F_1, F_2, P) и моменты (M).

2. Определение реакций опор.

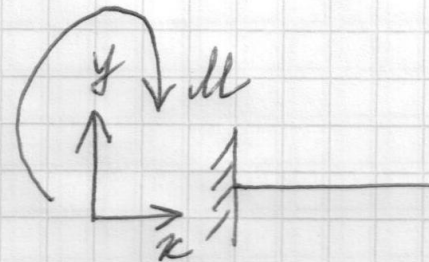
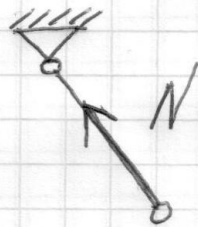
2.1. Нанесение на схему реакций опор.

Конструкция связана с поверхностью через опоры связями (реакциями опор). Рассмотрим основные виды опор и опорных реакций:



шарнирно-неподвижная
опора (сферический
подшипник)

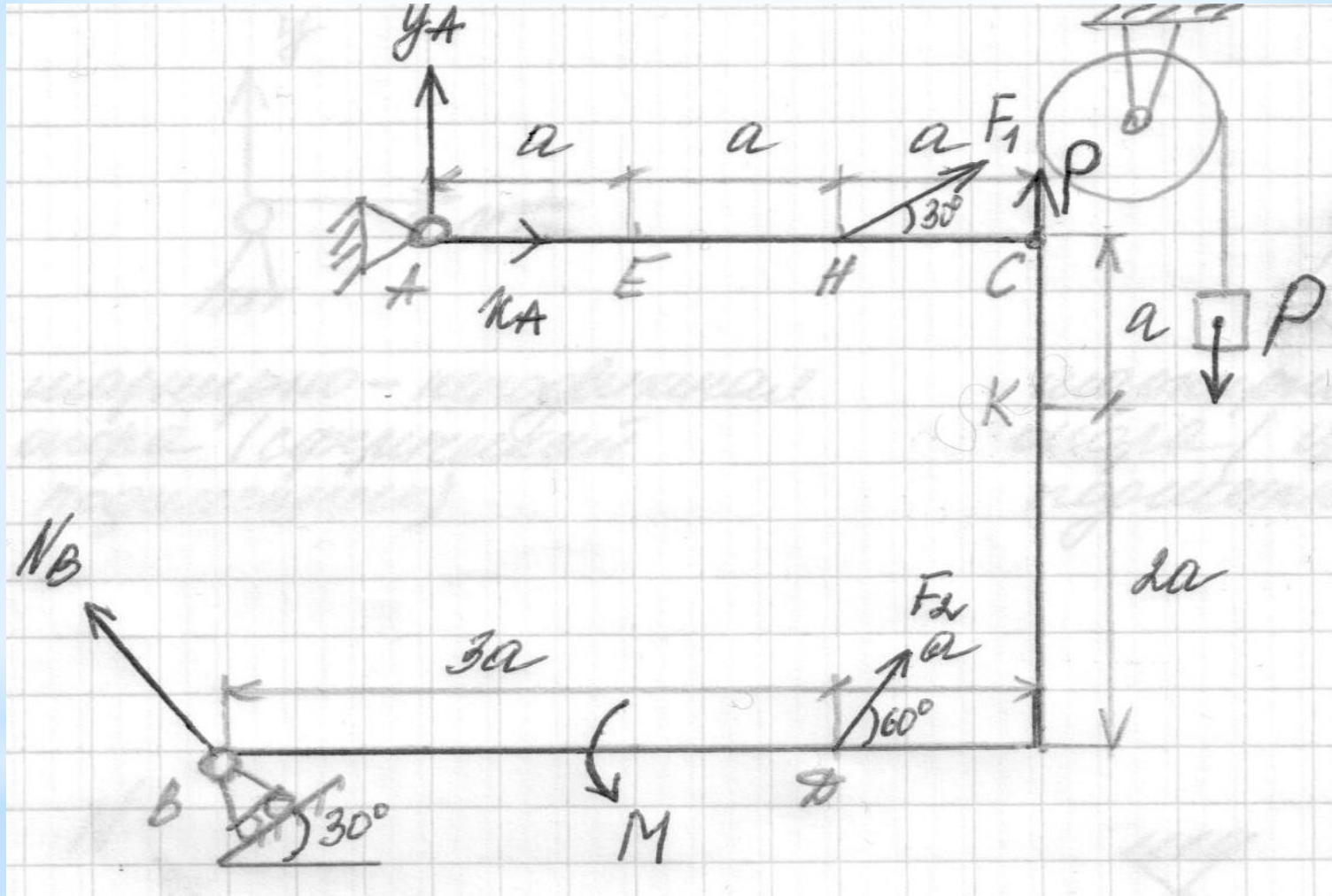
шарнирно-подвижная
опора (цилиндрический
каток)



нависающий стержень

жесткая заделка

2.1. Нанесение на схему реакций опор (продолжение).



2.2. Разложение сил на проекции.

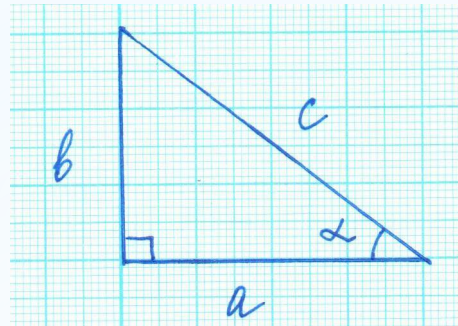
Для удобства расчетов раскладываем силы на проекции. Рассмотрим пример разложения силы на проекции:

Вектор силы, которая находится под углом к оси, можно разложить на проекции.

Тогда проекция вектора силы F_1 на ось будет равна произведению:

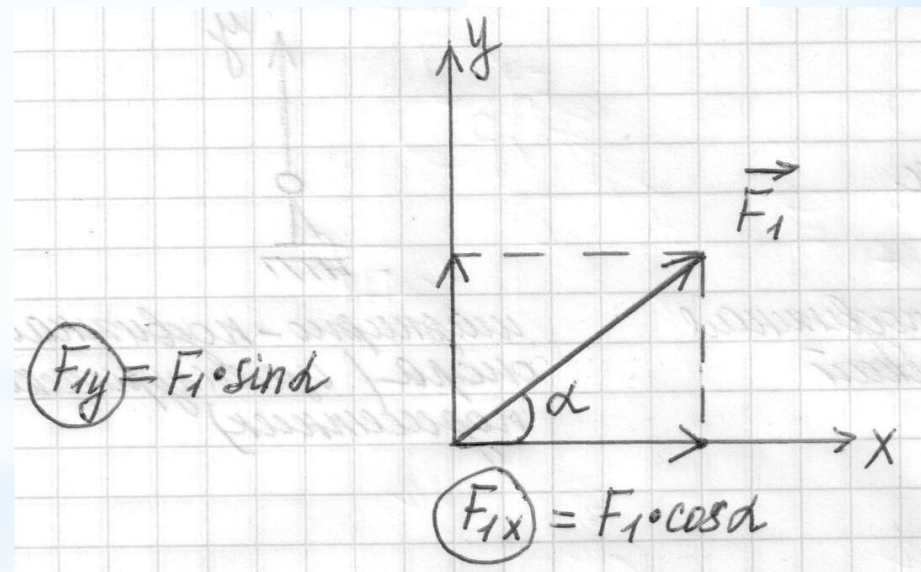
- модуля силы F_1 на косинус угла ($\cos\alpha$), если a прилежит к оси (касается оси);

- модуля силы F_1 на синус угла ($\sin\alpha$), если a противолежит (лежит напротив) оси.



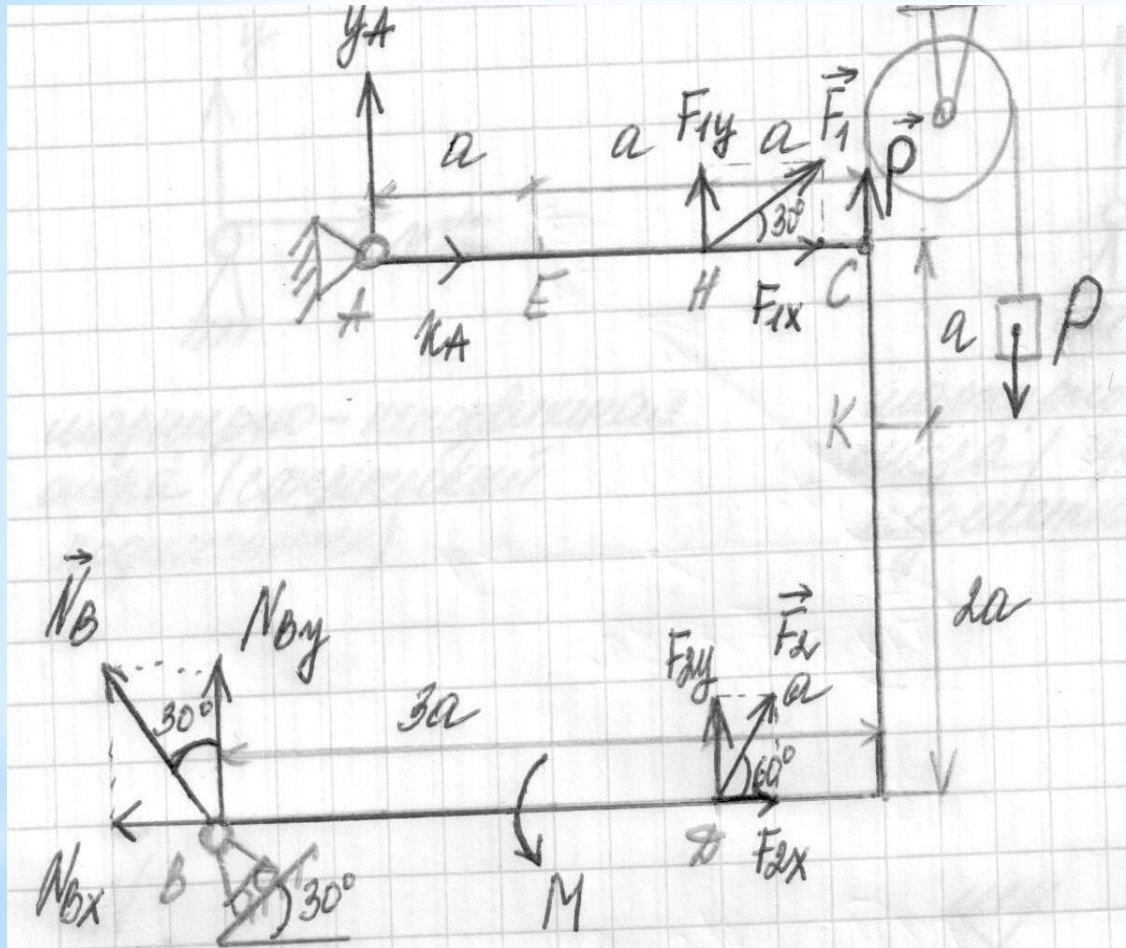
$$\sin\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{c}$$



2.2. Разложение сил на проекции (продолжение)

Разложим силы F_1 , F_2 и реакцию N_B на проекции.



$$F_{1X} = F_1 \cos 30 = 10 \cdot 0,87 = 8,7 \text{ (кН)}$$

$$F_{1Y} = F_1 \sin 30 = 10 \cdot 0,5 = 5 \text{ (кН)}$$

$$F_{2X} = F_2 \cos 60 = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ (кН)}$$

$$F_{2Y} = F_2 \sin 60 = 20 \cdot 0,87 = 17,32 \text{ (кН)}$$

$$N_{BX} = N_B \sin 30$$

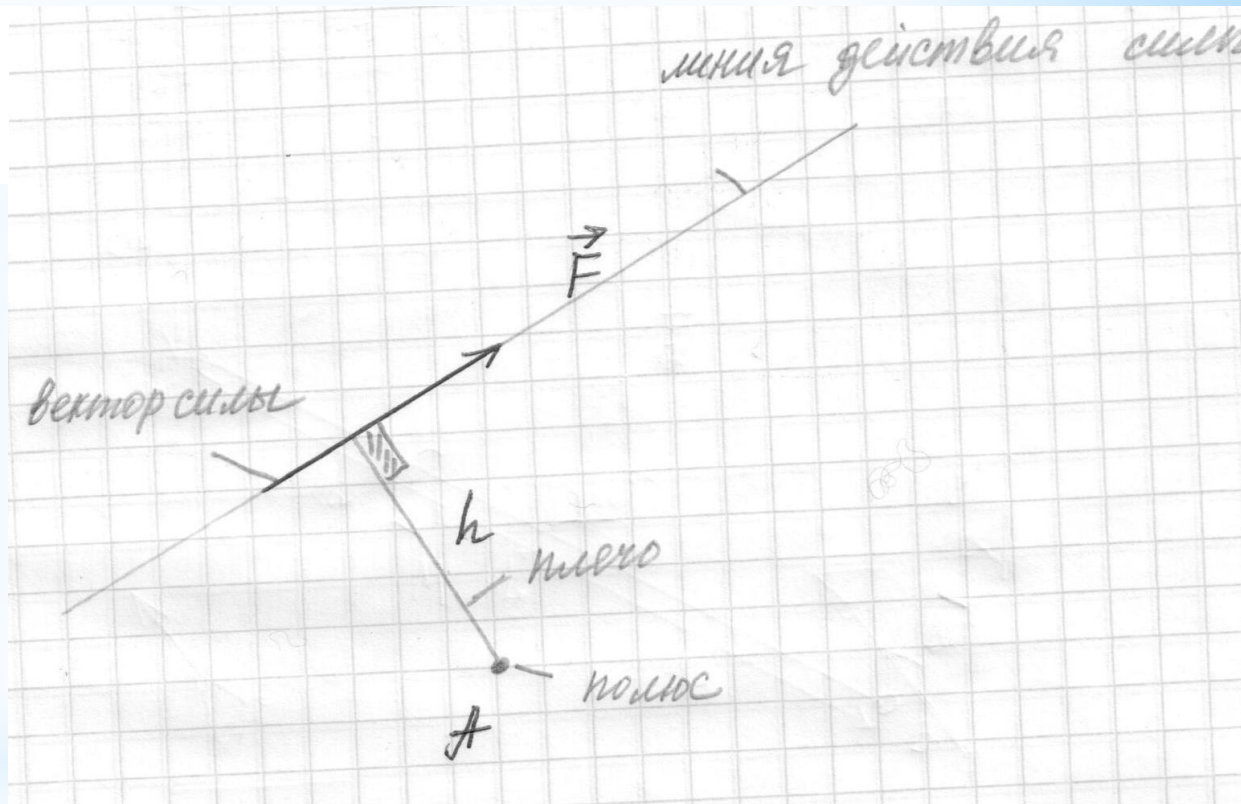
$$N_{BY} = N_B \cos 30$$

3. Составление уравнений равновесия.

3.1. Понятие момента силы.

$$M_A(\vec{F}) = -F \cdot h$$

Момент силы F
относительно точки
A равен
произведению силы
F на плечо h (момент
равен силе,
умноженной на
плечо) с учетом
знака («+» против
хода часовой
стрелки).



Плечо h кратчайшее расстояние (перпендикуляр) от линии действия силы до точки (полюса).

3. Составление уравнений равновесия.

3.2. Общий вид уравнений равновесия.

При решении задач равновесия тела под действием плоской системы сил общий вид уравнений равновесия имеет вид (система трех уравнений):

$$\sum F_X = 0;$$

$$\sum F_Y = 0;$$

$$\sum M_A = 0.$$

или

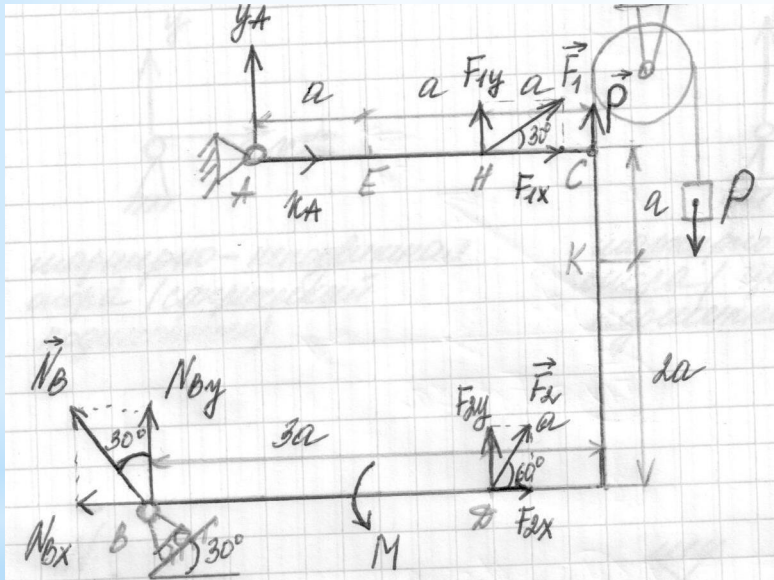
$$\sum M_A = 0$$

$$\sum M_B = 0$$

$$\sum F_X = 0.$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Составим уравнение 1 и 2 для рассматриваемой задачи. Проецируем все силы и реакции на ось x и ось y , если направление силы совпадает с направлением оси (справа налево и снизу вверх соответственно), то перед силой ставится «+», иначе «-».



$$\sum F_x = 0$$

$$x_A + F_1 \cos 30 + F_2 \cos 60 - N_B \sin 30 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0$$

$$y_A + F_1 \sin 30 + P + F_2 \sin 60 + N_B \cos 30 = 0 \quad (2)$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Уравнения равновесия для рассматриваемой задачи:

$$\sum F_x = 0$$

$$x_A + F_1 \cos 30 + F_2 \cos 60 - N_B \sin 30 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0$$

$$y_A + F_1 \sin 30 + P + F_2 \sin 60 + N_B \cos 30 = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_A = 0.$$

$$F_1 \sin 30 \cdot 2a + P \cdot 3a + F_2 \sin 60 \cdot 2a + F_2 \cos 60 \cdot 3a + \\ + M - N_B \cos 30 \cdot a - N_B \sin 30 \cdot 3a = 0 \quad (3)$$

После составления уравнений равновесия выражаем неизвестные x_A , y_A , N_B , подставляем числовые значения и получаем их значения. Полученные значения записываем в ответ.

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Из уравнения 3:

$$N_B = \frac{F_1 \sin 30 \cdot 2a + P \cdot 3a + F_2 \sin 60 \cdot 2a + F_2 \cos 60 \cdot 3a + M}{a \cdot \cos 30 + 3a \cdot \sin 30}$$

$$N_B = \frac{10 \cdot 0,5 \cdot 2 \cdot 0,5 + 25 \cdot 3 \cdot 0,5 + 20 \cdot 0,87 \cdot 2 \cdot 0,5 + 20 \cdot 0,5 \cdot 3 \cdot 0,5 + 60}{0,5 \cdot 0,87 + 3 \cdot 0,5 \cdot 0,5}$$

$$N_B = 113,84 \text{ (кН)}$$

Из уравнения 1:

$$x_A = -F_1 \cos 30 - F_2 \cos 60 + N_B \sin 30$$

$$x_A = -10 \cdot 0,87 - 20 \cdot 0,5 + 113,84 \cdot 0,5$$

$$x_A = 38,22 \text{ (кН)}$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Из уравнения 2:

$$y_A = -F_1 \sin 30 - P - F_2 \sin 60 - N_B \cos 30$$

$$y_A = -10 \cdot 0,5 - 25 - 20 \cdot 0,87 - 113,84 \cdot 0,87$$

$$y_A = -146,44 \text{ (кН)}$$

Тогда реакция в точке А (R_A):

$$R_A = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt{38,22^2 + (-146,44)^2} = 151,34 \text{ (кН)}$$

В ответ запишется:

$$N_B = 113,84 \text{ (кН)} \quad R_A = 151,34 \text{ (кН)}$$

4. Выводы.

1. Статикой называют раздел теоретической механики, изучающий равновесие тел.
2. Момент силы F относительно точки A равен произведению силы F на плечо h (момент равен силе, умноженной на плечо).
3. Знак момента принимается «+», если сила вращает вокруг точки A против хода часовой стрелки, иначе «-».
4. Плечо h кратчайшее расстояние (перпендикуляр) от линии действия силы до точки (полюса).
5. Для решения задачи равновесия тел под действием плоской системы сил составляется система из 3 уравнений статики.

Разбор задания №5 «Статика. Равновесие тела под действием плоской системы сил»:

1. Выбор исходных данных. Нанесение внешних сил на схему. Проекция сил.
2. Нанесение реакций опор на схему.
3. Разделение конструкции на 2 тела. Учет реакций в месте соприкосновения 2 тел. Составление уравнений равновесия.
4. Выводы.

1. Выбор исходных данных (продолжение)

Если, например, АБВ = 092, то из таблицы исходных

Таблица 2. Исходные данные к заданию 6

Номер		$F_1 = 10 \text{ кН}$		$F_2 = 20 \text{ кН}$		Участок
строки	рисунок	Точка прилож.	α_1	Точка прилож.	α_2	
0	6.0	H	0°	L	90°	CL
1	6.1	K	15°	C	75°	CK
2	6.2	E	30°	L	60°	AE
3	6.3	H	45°	C	45°	CL
4	6.4	K	60°	L	30°	CK
5	6.5	E	75°	C	15°	AE
6	6.6	H	90°	L	0°	CL
7	6.7	K	0°	C	90°	CK
8	6.8	E	15°	L	75°	AE
9	6.9	H	30°	C	60°	CL
	A	Б	В	А	Б	В

В таблице приняты обозначения: α_k ($k=1,2$) – угол между горизонтальной осью, идущей слева направо, и направлением силы \vec{F}_k , отсчитываемый против хода часовой стрелки.

Наносим на схему все внешние силы (F_1, F_2), распределенную нагрузку (q) и момент (M).

рис. 6.0

т.Н

$\alpha_1=30^\circ$

т.L

$\alpha_2=60^\circ$

Распределенная нагрузка приложена:

$q=20 \text{ (кН/м)}$

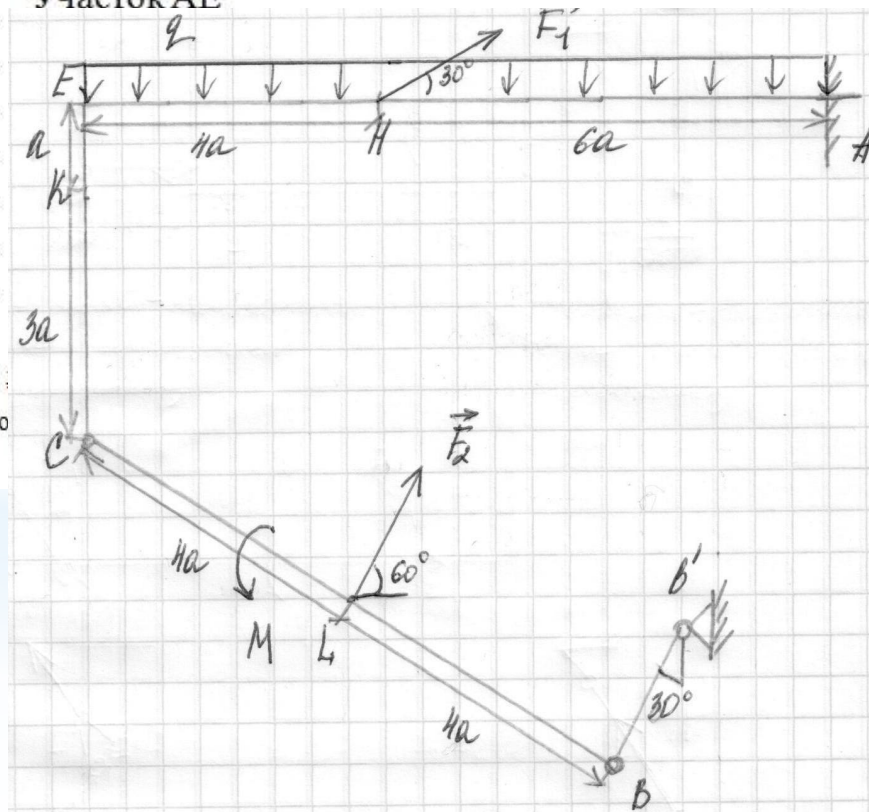
$M=60 \text{ (кН·м)}$

$F_1=10 \text{ (кН)}$

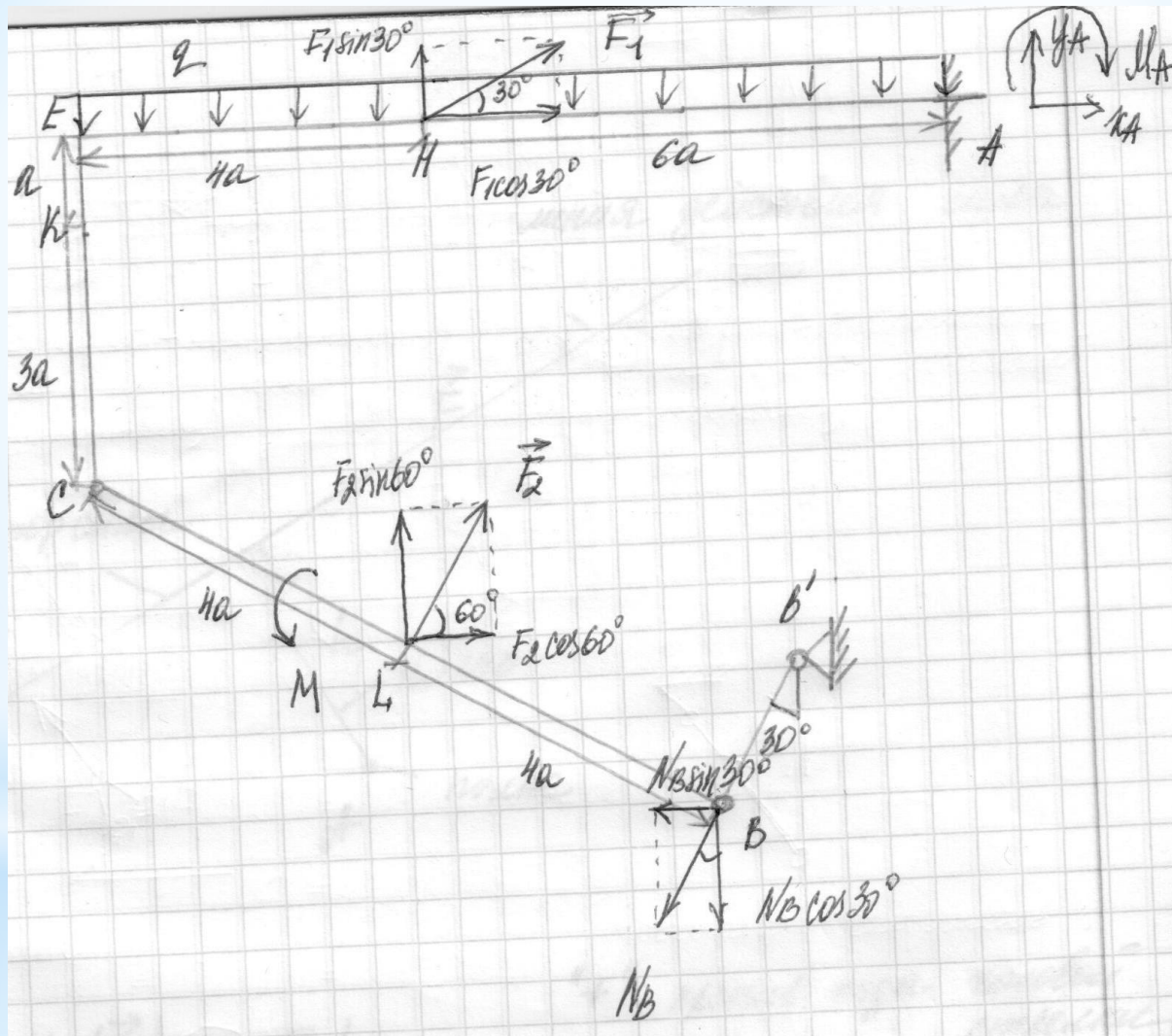
$F_2=20 \text{ (кН)}$

$a=0,2 \text{ (м)}$

Участок АЕ



2.1. Нанесение на схему реакций опор (продолжение).



3. Разделение конструкции на 2 тела. Составление уравнений равновесия.

3.1. Общий вид уравнений равновесия для задач равновесия двух тел.

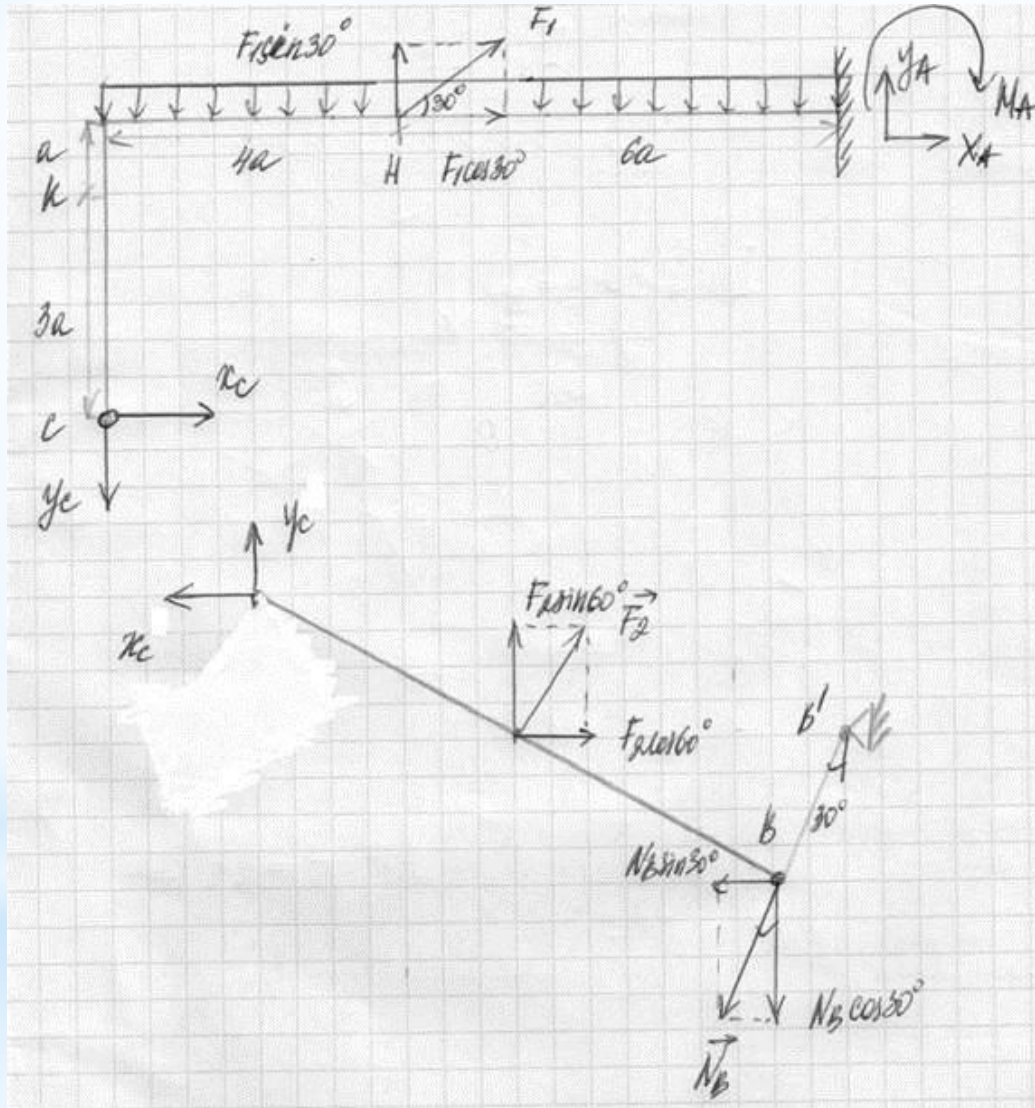
При решении задач равновесия 2 тел под действием плоской системы сил общий вид уравнений равновесия имеет вид системы 6 уравнений (3 уравнения равновесия для первого тела и 3 уравнения равновесия для второго тела).

Конструкцию разделяют в месте соединения (врезанный шарнир или точка опирания) на 2 тела при этом учитываются реакции в месте соединения:

на каждом теле в точке соединения рисуем реакцию R_c (реакция R_c на первом и втором теле имеет одинаковое значение, но противоположное направление)

Замечание: в случае соединения через врезанный шарнир на каждом теле в точке соединения разбиваем реакцию R_c на проекции X_c и Y_c .

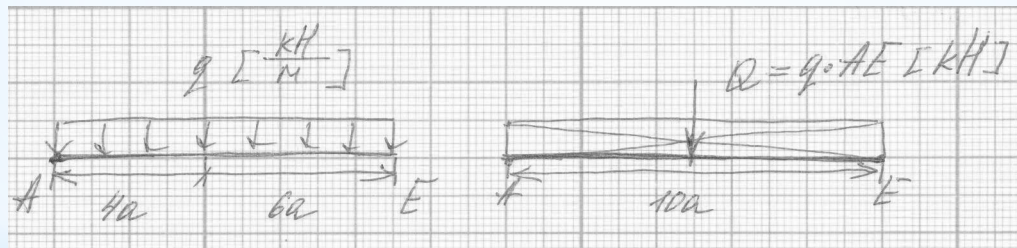
3. Составление уравнений равновесия (продолжение)



3. Составление уравнений равновесия (продолжение). Распределенная нагрузка q

Прежде чем приступить к составлению уравнений равновесия рассмотрим понятие «распределенной нагрузки q », которая задана в исходных данных значением 20 [кН/м] и участком приложения AE .

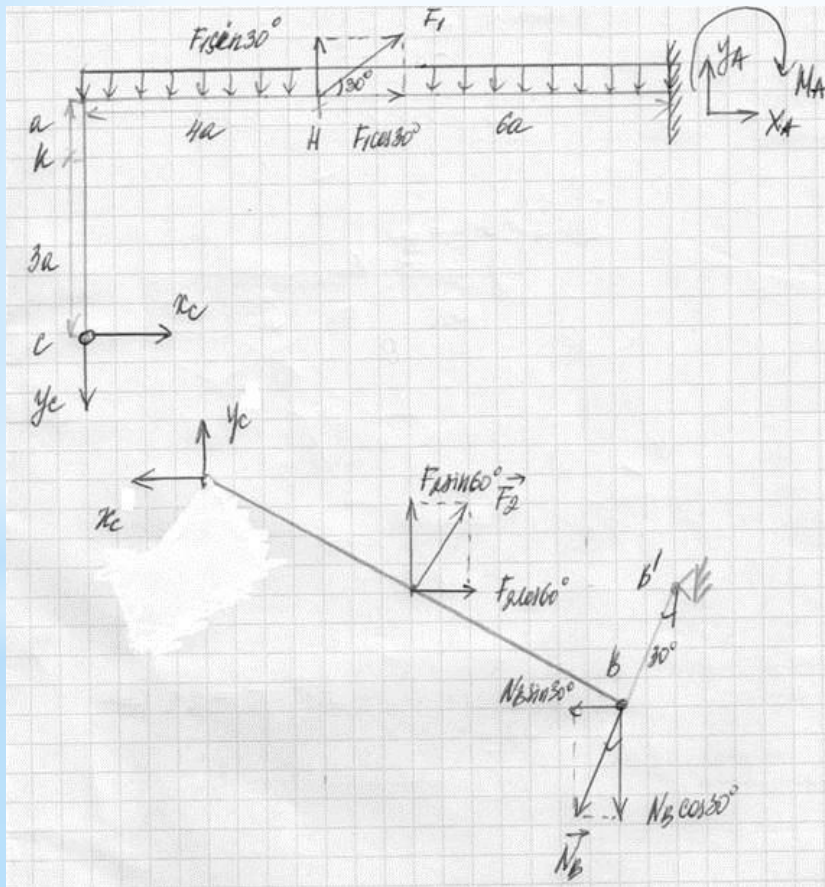
Заметим из единиц измерения [кН/м], что «распределенная нагрузка q » является силой, распределенной по длине (участок AE).



Чтобы включить данную нагрузку в уравнения равновесия было проще можно считать распределенную нагрузку q эквивалентной сосредоточенной силе Q , равной произведению q на длину распределения (участок AE) и приложенной в центр длины распределения (середина участка AE).

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Составление уравнений равновесия в общем виде начинаем с того тела, на котором меньше неизвестных реакций (тело 2: X_c , Y_c , N_B ; тело 1: X_a , Y_a , M_a , X_c , Y_c).



Для тела 2:

$$\sum F_X = 0;$$

$$\sum F_Y = 0;$$

$$\sum M_C = 0.$$

Для тела 1:

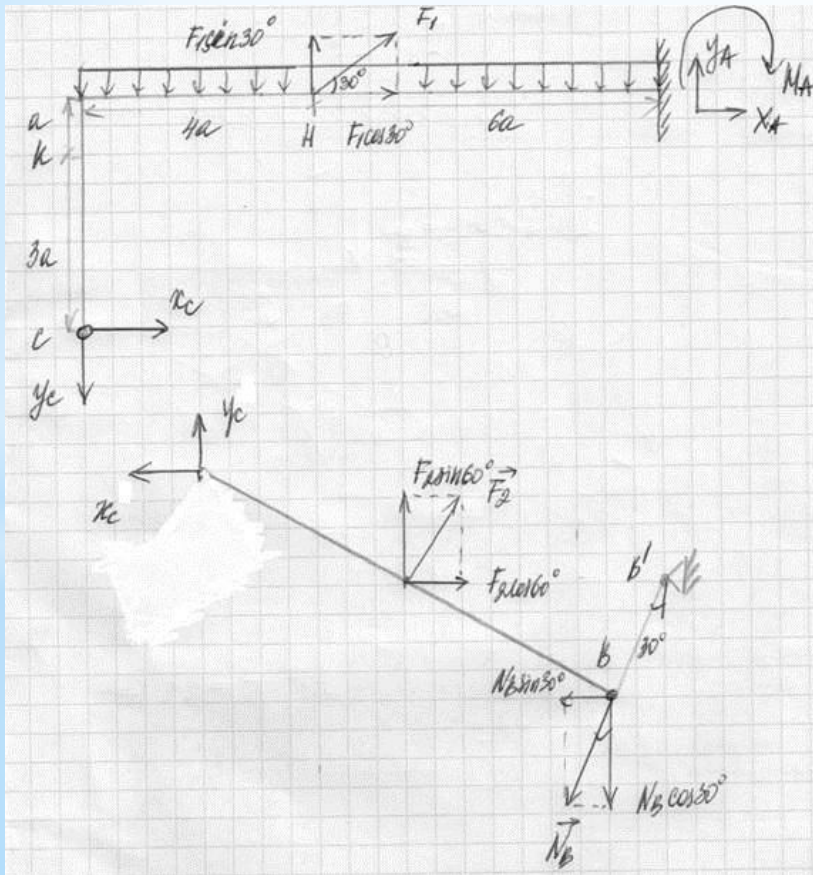
$$\sum M_A = 0$$

$$\sum M_C = 0$$

$$\sum F_X = 0.$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Составим уравнение 1 и 2 для рассматриваемой задачи (тело 2). Проецируем все силы и реакции на ось x и ось y, если направление силы совпадает с направлением оси (справа налево и снизу вверх соответственно), то перед силой ставится «+», иначе «-».



$$\sum F_x = 0$$

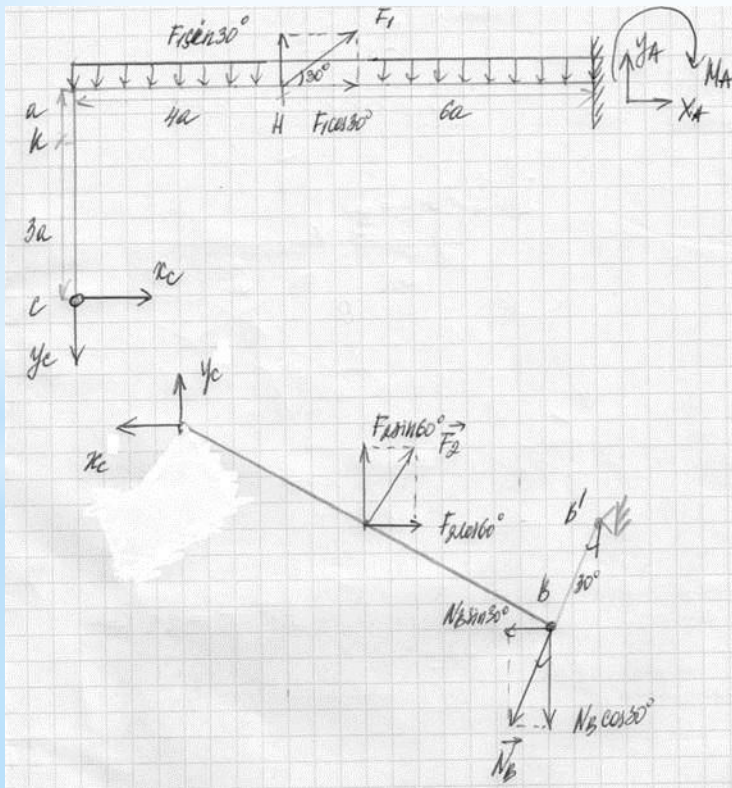
$$-x_c + F_2 \cos 60 - N_B \sin 30 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0$$

$$y_c + F_2 \sin 60 - N_B \cos 30 = 0 \quad (2)$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Составим уравнение 3 для тела 2. Записываем сумму моментов от всех сил и реакций, приложенных к телу 2, относительно точки С (берется опора, в которой больше неизвестных реакций). Знак момента принимается «+», если сила вращает вокруг точки С против хода часовой стрелки, иначе «-».



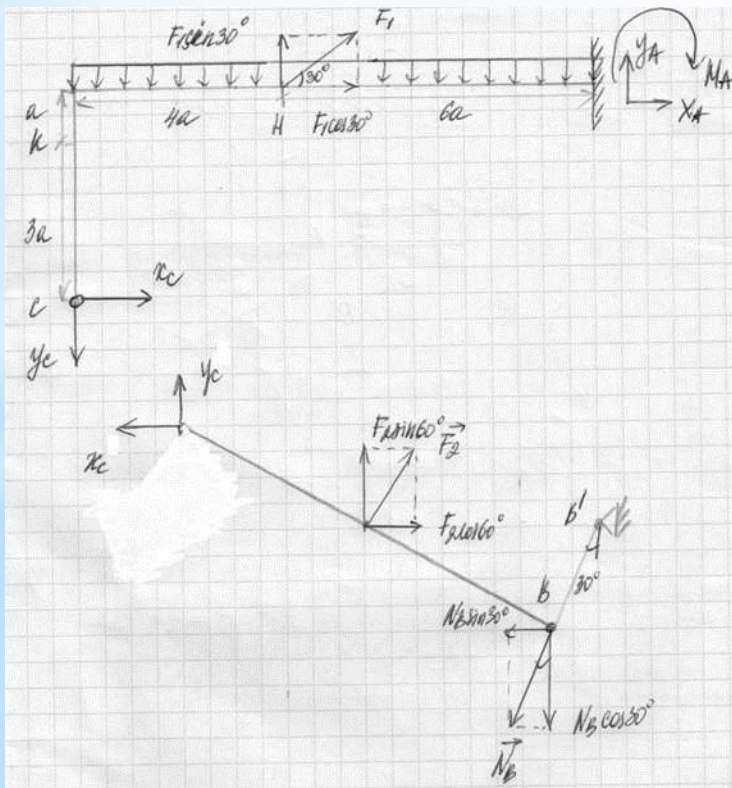
$$\sum M_C = 0$$

$$M + F_2 \sin 60 \cdot 4a \cdot \cos 30 + F_2 \cos 60 \cdot 4a \cdot \sin 30$$

$$- N_B \sin 30 \cdot 8a \cdot \sin 30 - N_B \cos 30 \cdot 8a \cdot \cos 30 = 0 \quad (3)$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Составим уравнения 4,5 и 6 для тела 1. Записываем суммы моментов от всех сил и реакций, приложенных к телу 1, относительно точек А и С. Знак момента принимается «+», если сила вращает вокруг точки А и С соответственно против хода часовой стрелки, иначе «-». Затем записываем сумму сил и реакций на ось Х.



$$\sum M_A = 0$$

$$-M_A + q \cdot 10a \cdot 5a - F_1 \sin 30 \cdot 6a + x_C \cdot 4a + y_C \cdot 10a = 0 \quad (4)$$

$$\sum M_C = 0$$

$$-q \cdot 10a \cdot 5a + F_1 \sin 30 \cdot 4a - F_1 \cos 30 \cdot 4a + y_A \cdot 10a - x_A \cdot 4a - M_A = 0 \quad (5)$$

$$\sum F_X = 0$$

$$x_C + F_1 \cos 30 + x_A = 0 \quad (6)$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Уравнения равновесия для рассматриваемой задачи:

$$\sum F_x = 0$$

$$-x_c + F_2 \cos 60 - N_B \sin 30 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0$$

$$y_c + F_2 \sin 60 - N_B \cos 30 = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_c = 0$$

$$M + F_2 \sin 60 \cdot 4a \cdot \cos 30 + F_2 \cos 60 \cdot 4a \cdot \sin 30 - N_B \sin 30 \cdot 8a \cdot \sin 30 - N_B \cos 30 \cdot 8a \cdot \cos 30 = 0 \quad (3)$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-M_A + q \cdot 10a \cdot 5a - F_1 \sin 30 \cdot 6a + x_c \cdot 4a + y_c \cdot 10a = 0 \quad (4)$$

$$\sum M_C = 0$$

$$-q \cdot 10a \cdot 5a + F_1 \sin 30 \cdot 4a - F_1 \cos 30 \cdot 4a + y_A \cdot 10a - x_A \cdot 4a - M_A = 0 \quad (5)$$

$$\sum F_x = 0$$

$$x_c + F_1 \cos 30 + x_A = 0 \quad (6)$$

После составления уравнений равновесия выражаем неизвестные x_c , y_c , N_B из уравнений для тела 2, подставляем числовые значения и получаем их значения. Теперь, когда известны значения x_c и y_c из уравнений для тела 1 выражаем неизвестные x_A , y_A и M_A . Полученные значения записываем в ответ.

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Из уравнения 3:

$$N_B = \frac{M + F_2 \sin 60 \cdot 4a \cdot \cos 30 + F_2 \cos 60 \cdot 4a \cdot \sin 30}{\sin 30 \cdot 8a \cdot \sin 30 + \cos 30 \cdot 8a \cdot \cos 30}$$

$$N_B = \frac{60 + 20 \cdot 0,87 \cdot 4 \cdot 0,2 \cdot 0,87 + 20 \cdot 0,5 \cdot 4 \cdot 0,2 \cdot 0,5}{0,5 \cdot 8 \cdot 0,2 \cdot 0,5 + 0,87 \cdot 8 \cdot 0,2 \cdot 0,87}$$

$$N_B = 51 \text{ (кН)}$$

Из уравнения 1:

$$x_C = F_2 \cos 60 - N_B \sin 30$$

$$x_C = 20 \cdot 0,5 - 51 \cdot 0,5$$

$$x_C = -15,5 \text{ (кН)}$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Из уравнения 2:

$$y_C = -F_2 \sin 60 + N_B \cos 30$$

$$y_C = -20 \cdot 0,87 + 51 \cdot 0,87$$

$$y_C = 26,97 \text{ (кН)}$$

Тогда реакция в точке С (R_C):

$$R_C = \sqrt{x_C^2 + y_C^2} = \sqrt{(-15,5)^2 + 26,97^2} = 31,1 \text{ (кН)}$$

Из уравнения 4:

$$M_A = q \cdot 10a \cdot 5a - F_1 \sin 30 \cdot 6a + x_C \cdot 4a + y_C \cdot 10a$$

$$M_A = 20 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot 5 \cdot 0,2 - 10 \cdot 0,5 \cdot 6 \cdot 0,2 + \\ + (-15,5) \cdot 4 \cdot 0,2 + 26,97 \cdot 10 \cdot 0,2$$

$$M_A = 77,54 \text{ (кН} \cdot \text{м)}$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Из уравнения 6:

$$x_A = -x_C - F_1 \cos 30$$

$$x_A = -(-15,5) - 10 \cdot 0,87$$

$$x_A = 6,8 \text{ (кН)}$$

Из уравнения 5:

$$y_A = \frac{q \cdot 10a \cdot 5a - F_1 \sin 30 \cdot 4a + F_1 \cos 30 \cdot 4a + x_A \cdot 4a + M_A}{10 \cdot a}$$

$$y_A = \frac{20 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot 5 \cdot 0,2 - 10 \cdot 0,5 \cdot 4 \cdot 0,2 + 10 \cdot 0,87 \cdot 4 \cdot 0,2 + 6,8 \cdot 4 \cdot 0,2 + 77,54}{10 \cdot 0,2}$$

$$y_A = 62,97 \text{ (кН)}$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Тогда реакция в точке А (R_A):

$$R_A = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt{6,8^2 + 62,97^2} = 63,3 \text{ (кН)}$$

В ответ запишется:

$$N_B = 51 \text{ (кН)} \quad R_C = 31,1 \text{ (кН)} \quad R_A = 63,3 \text{ (кН)} \quad M_A = 77,54 \text{ (кН} \cdot \text{м)}$$

4. Выводы.

1. Статикой называют раздел теоретической механики, изучающий равновесие тел.
2. Момент силы F относительно точки A равен произведению силы F на плечо h (момент равен силе, умноженной на плечо).
3. Знак момента принимается «+», если сила вращает вокруг точки A против хода часовой стрелки, иначе «-».
4. Плечо h кратчайшее расстояние (перпендикуляр) от линии действия силы до точки (полюса).
5. Распределенную нагрузку q , приложенную на участке длиной l , можно заменить сосредоточенной силой Q , равной произведению q на длину участка распределения l и приложенной в центр участка распределения.
6. Для решения задачи равновесия 2 тел под действием плоской системы сил составляется система из 6 уравнений статики.

Разбор задания №7 «Статика. Равновесие тела под действием пространственной системы сил»:

1. Выбор исходных данных. Нанесение внешних сил на схему. Проекция сил.
2. Нанесение реакций опор на схему.
3. Составление уравнений равновесия. Момент силы относительно оси.
4. Выводы.

1. Выбор исходных данных (продолжение)

Если, например, АВВ = 882, то из таблицы исходных

Таблица 7. Расчетные схемы к заданию 2

Номер		$F_1 = 10 \text{ кН}, F_{1y} < 0$		$F_2 = 20 \text{ кН}, F_{2z} < 0$	
строки	рисунка	Точка прилож.	α_1	Точка прилож.	α_2
0	7.0	K	75°	D	15°
1	7.1	H	15°	E	75°
2	7.2	K	30°	D	60°
3	7.3	H	45°	E	45°
4	7.4	K	60°	D	30°
5	7.5	H	75°	E	15°
6	7.6	K	15°	D	75°
7	7.7	H	30°	E	60°
8	7.8	K	45°	D	45°
9	7.9	H	60°	E	30°
	А	Б	В	А	Б

В таблице приняты обозначения: α_k ($k=1,2$) – угол между горизонтальной осью x , идущей слева направо, и направлением силы \vec{F}_k , отсчитываемый против хода часовой стрелки.

рис. 7.8

т.К

$\alpha_1=60^\circ$

т.Д

$\alpha_2=45^\circ$

$M=4$ (кН·м)

$F_1=10$ (кН)

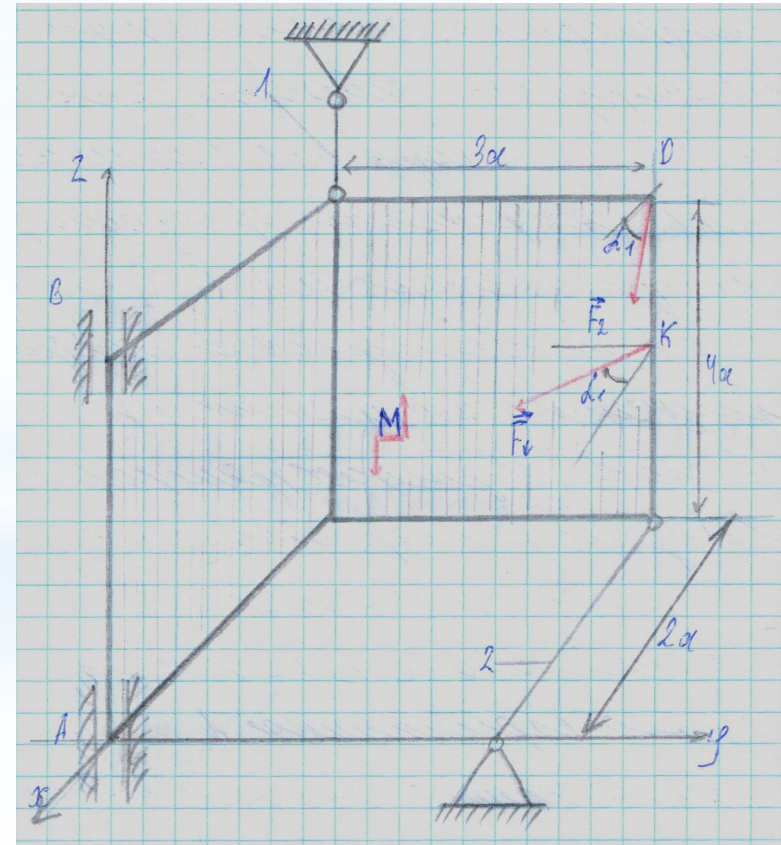
$F_2=20$ (кН)

$a=0,6$ (м)

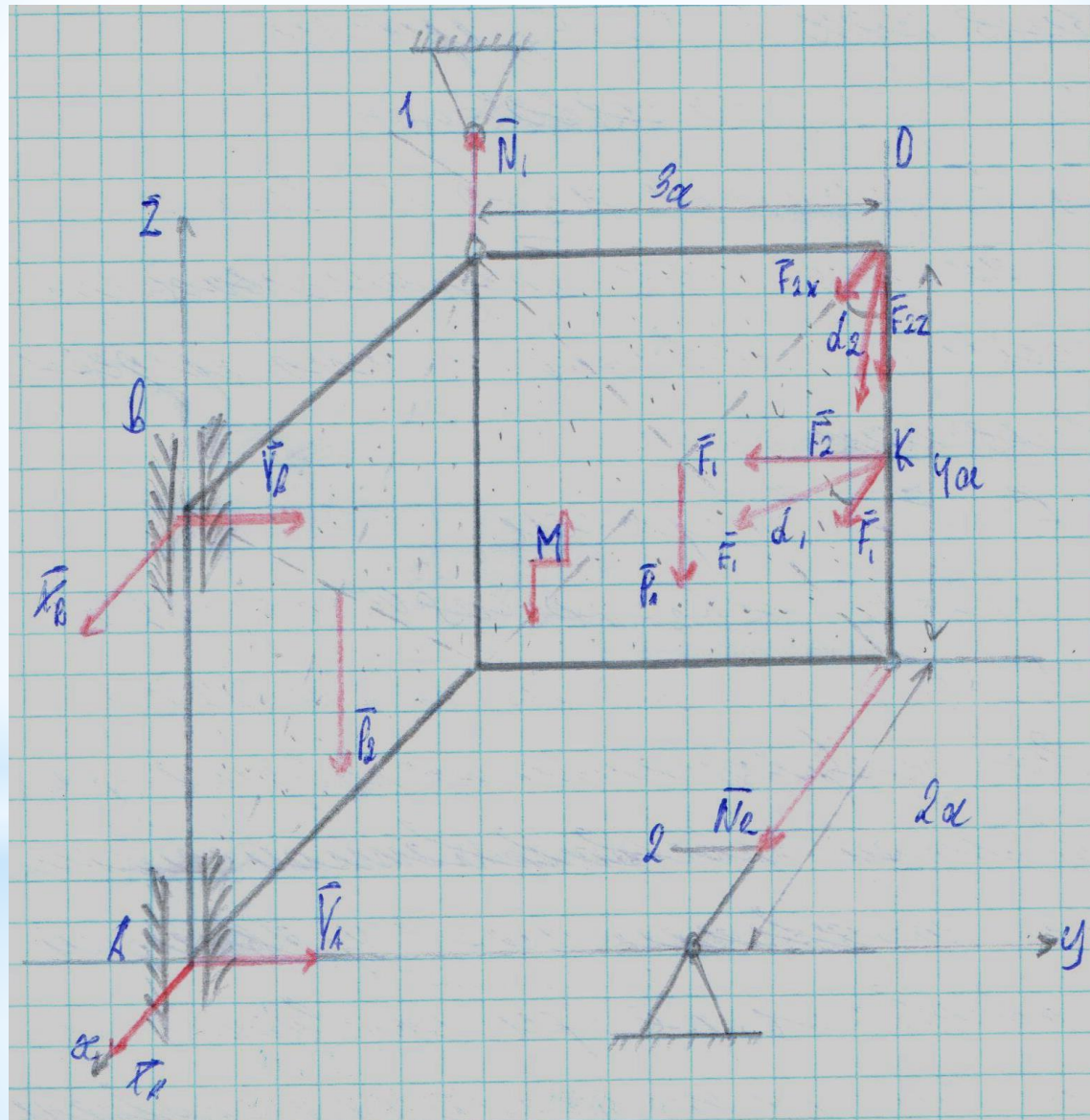
$P_1=5$ (кН)

$P_2=3$ (кН)

Наносим на схему внешние силы (F_1, F_2), и момент (M). Обратим внимание на положение осей $Oxyz$.



2.1. Нанесение на схему реакций опор (продолжение).



3. Составление уравнений равновесия.

3.1. Общий вид уравнений равновесия для задач равновесия тела под действием пространственной системы сил.

При решении задач равновесия тела под действием пространственной системы сил общий вид уравнений равновесия имеет вид системы 6 уравнений (3 уравнения равновесия сил и 3 уравнения равновесия моментов).

$$\sum F_X = 0$$

$$\sum M_X = 0$$

$$\sum F_Y = 0$$

$$\sum M_Y = 0$$

$$\sum F_Z = 0$$

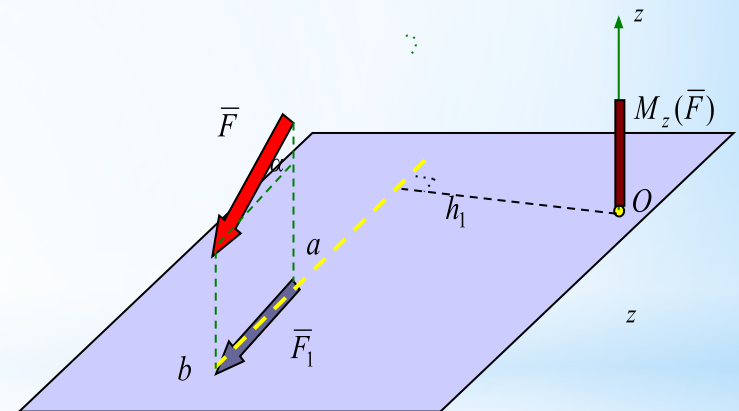
$$\sum M_Z = 0$$

При решении данной системы 6 уравнений будут определены 6 неизвестных реакций опор.

3. Составление уравнений равновесия (продолжение). Момент относительно оси

Прежде чем приступить к составлению оставшихся уравнений равновесия рассмотрим понятие «момент M относительно оси», т.к. 3 оставшихся уравнения равновесия - это **уравнения равновесия моментов вокруг осей x , y и z** соответственно.

Момент силы относительно оси - алгебраическая величина, равная произведению **проекции вектора силы** на плоскость, перпендикулярную оси, **на плечо этой проекции** относительно точки пересечения оси с плоскостью, взятая со знаком + (плюс), если вращение плоскости под действием силы представляется при взгляде навстречу оси происходящим против часовой стрелки, и со знаком - (минус) в противном случае.



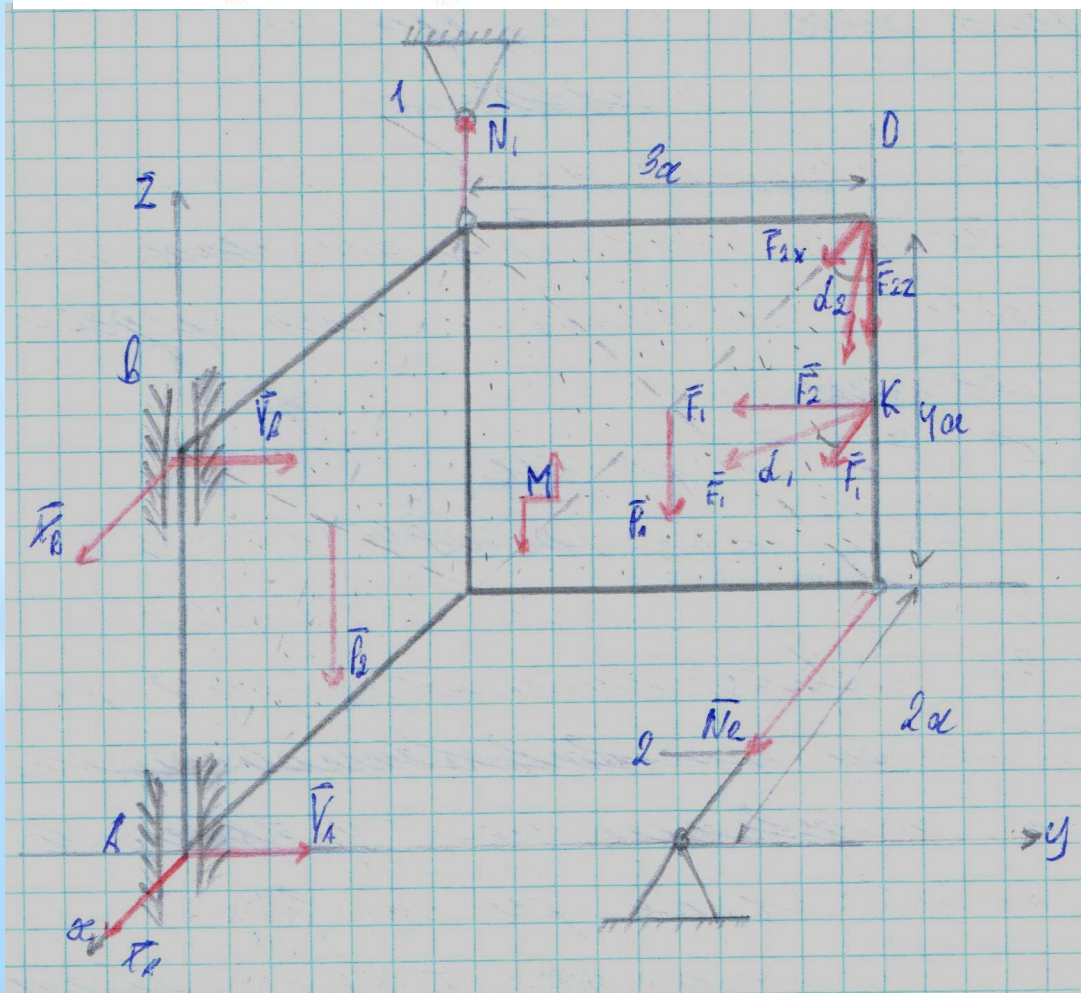
$$M_z(\vec{F}) = \pm F_1 h_1$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Составляем сумму моментов относительно оси X:

$$\sum M_X = 0$$

$$M - P_1 \cdot \frac{3a}{2} + F_{1Y} \cdot \frac{4a}{2} - F_{2Z} \cdot 3a - Y_B \cdot 4a = 0 \quad (4)$$



ЗАМЕЧАНИЕ: проекции сил на одноименную ось не создают момента, т.е. **все иксовые проекции** (X_a , X_b , F_{1x} , F_{2x} , N_2) **не учитываем в сумме моментов относительно X.**

Каждую оставшуюся силу, умножаем на расстояние до оси X.

Если **сила лежит в одной плоскости с осью**, то расстояния между ними нет, следовательно **момент равен 0** и не записывается в уравнение (N_1 , Y_a , P_2).

Момент M лежит в плоскости перпендикулярной X, следовательно **вращается только вокруг нее**, в **уравнениях вокруг Y и Z не записывается!**

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Составляем сумму моментов относительно оси Y:

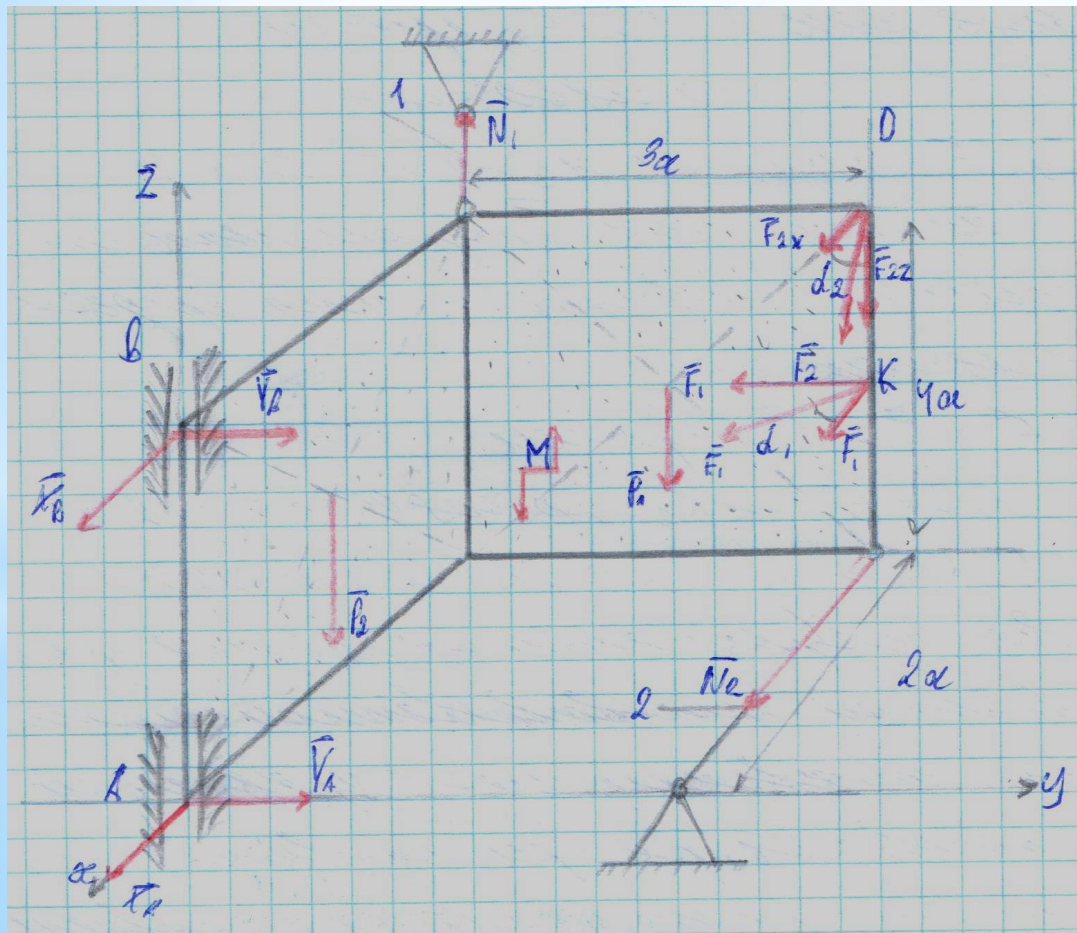
$$\begin{aligned} \sum M_Y = 0 \\ N_1 \cdot 2a + X_B \cdot 4a - P_2 \cdot \frac{2a}{2} - P_1 \cdot 2a + \\ + F_{1X} \cdot \frac{4a}{2} + F_{2X} \cdot 4a - F_{2Z} \cdot 2a = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

ЗАМЕЧАНИЕ: проекции сил на одноименную ось не создают момента, т.е. **все игриковые проекции** (Y_a , Y_b , F_{1y}) **не учитываем в сумме моментов относительно Y.**

Каждую оставшуюся силу, умножаем на расстояние до оси Y.

Если **сила лежит в одной плоскости с осью**, то расстояния между ними нет, следовательно **момент равен 0** и не записывается в уравнение (N_2 , X_a).

Момент M не лежит в плоскости перпендикулярной Y, следовательно не вращается вокруг нее, **в уравнение вокруг Y не записывается!**

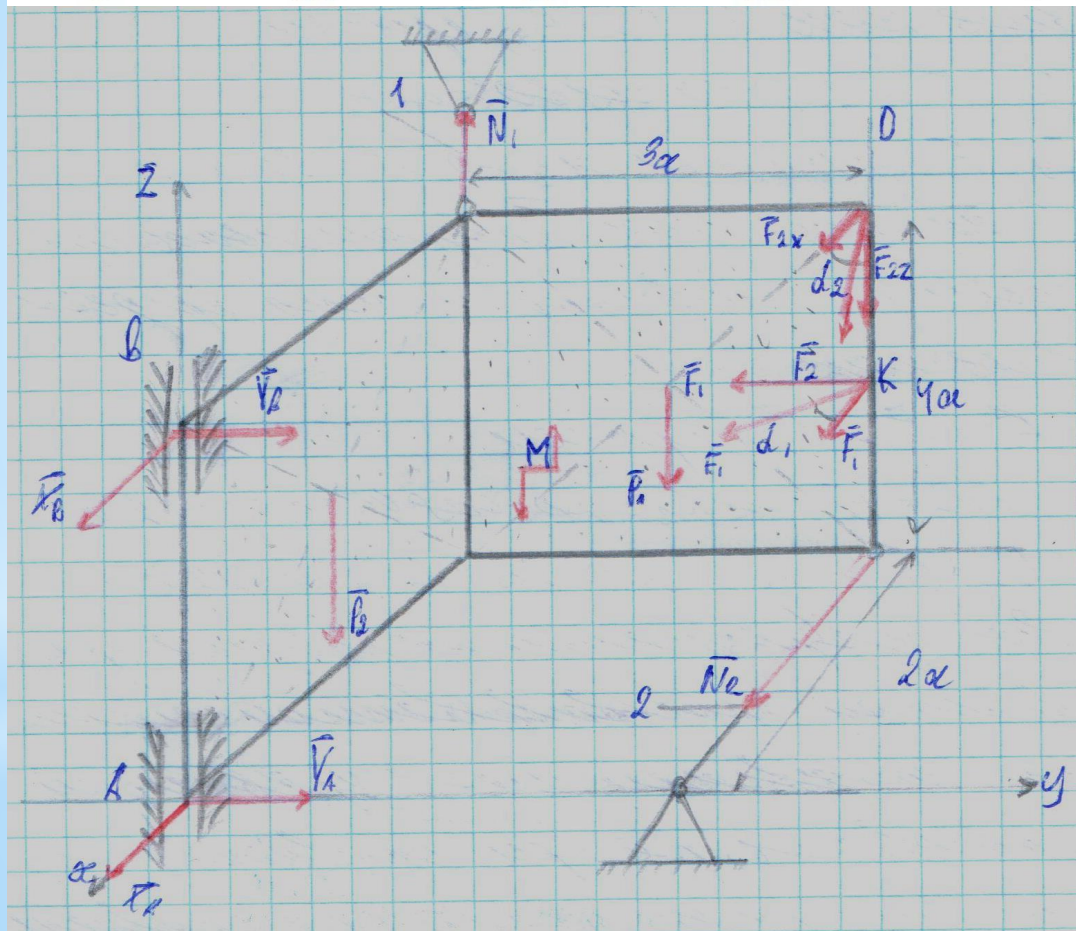


3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Составляем сумму моментов относительно оси Z:

$$\sum M_Z = 0$$

$$-N_2 \cdot 3a - F_{1X} \cdot 3a + F_{1Y} \cdot 2a - F_{2X} \cdot 3a = 0 \quad (6)$$



ЗАМЕЧАНИЕ: проекции сил на одноименную ось не создают момента, т.е. **все зэтовые проекции** (P_1 , P_2 , F_{2z} , N_1) **не учитываем** в сумме моментов относительно Z.

Каждую оставшуюся силу, умножаем на расстояние до оси Z.

Если **сила лежит в одной плоскости с осью**, то расстояния между ними нет, следовательно **момент равен 0** и не записывается в уравнение (X_a , X_b , Y_a , Y_b).

Момент M не лежит в плоскости перпендикулярной Z, следовательно не вращается вокруг нее, **в уравнение вокруг Z не записывается!**

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Результирующая система уравнений равновесия имеет вид:.

$$\begin{aligned} \sum F_X &= 0 \\ X_A + X_B + F_{1X} + F_{2X} + N_2 &= 0 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_Y &= 0 \\ Y_A + Y_B - F_{1Y} &= 0 \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_Z &= 0 \\ -P_1 - P_2 - F_{2Z} + N_1 &= 0 \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_X &= 0 \\ M - P_1 \cdot \frac{3a}{2} + F_{1Y} \cdot \frac{4a}{2} - F_{2Z} \cdot 3a - Y_B \cdot 4a &= 0 \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_Y &= 0 \\ N_1 \cdot 2a + X_B \cdot 4a - P_2 \cdot \frac{2a}{2} - P_1 \cdot 2a + \\ + F_{1X} \cdot \frac{4a}{2} + F_{2X} \cdot 4a + F_{2Z} \cdot 2a &= 0 \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_Z &= 0 \\ -N_2 \cdot 3a - F_{1X} \cdot 3a + F_{1Y} \cdot 2a - F_{2X} \cdot 3a &= 0 \quad (6) \end{aligned}$$

После составления уравнений равновесия выражаем неизвестные X_a , X_b , Y_a , Y_b , N_1 и N_2 из уравнений равновесия, подставляем числовые значения и получаем их значения.. Полученные значения записываем в ответ.

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Из уравнения 3:

$$\begin{aligned}N_1 &= P_1 + P_2 + F_{2Z} \\N_1 &= 5 + 3 + 20 \cdot \sin 45^\circ \\N_1 &= 22,142 \quad (\text{кН})\end{aligned}$$

Из уравнения 6:

$$\begin{aligned}N_2 &= \frac{-F_{1X} \cdot 3a + F_{1Y} \cdot 2a - F_{2X} \cdot 3a}{3a} = -F_{1X} + F_{1Y} \cdot \frac{2}{3} - F_{2X} \\N_2 &= -10 \cdot \cos 60^\circ + 10 \cdot \sin 60^\circ \cdot \frac{2}{3} - 20 \cdot \cos 45^\circ \\N_2 &= -13,37 \quad (\text{кН})\end{aligned}$$

Из уравнения 5:

$$\begin{aligned}X_B &= \frac{P_2 \cdot \frac{2a}{2} + P_1 \cdot 2a - F_{1X} \cdot \frac{4a}{2} - F_{2X} \cdot 4a + F_{2Z} \cdot 2a - N_1 \cdot 2a}{4a} \\X_B &= P_2 \cdot \frac{1}{4} + P_1 \cdot \frac{1}{2} - F_{1X} \cdot \frac{1}{2} - F_{2X} + F_{2Z} \cdot \frac{1}{2} - N_1 \cdot \frac{1}{2} \\X_B &= 3 \cdot \frac{1}{4} + 5 \cdot \frac{1}{2} - 10 \cdot \cos 60^\circ \cdot \frac{1}{2} - 20 \cdot \cos 45^\circ + 20 \cdot \sin 45^\circ \cdot \frac{1}{2} - 22,142 \cdot \frac{1}{2} \\X_B &= -17,32 \quad (\text{кН})\end{aligned}$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Из уравнения 4:

$$Y_B = \frac{M - P_1 \cdot \frac{3a}{2} + F_{1Y} \cdot \frac{4a}{2} - F_{2Z} \cdot 3a}{4a}$$
$$Y_B = \frac{4 - 5 \cdot \frac{3 \cdot 0,6}{2} + 10 \cdot \sin 60^\circ \frac{4 \cdot 0,6}{2} - 20 \cdot \sin 45^\circ \cdot 3 \cdot 0,6}{4 \cdot 0,6}$$
$$Y_B = -6,49 \quad (\text{кН})$$

Из уравнения 2:

$$Y_A = F_{1Y} - Y_B$$
$$Y_A = 10 \cdot \sin 60^\circ - (-6,49)$$
$$Y_A = 15,51 \quad (\text{кН})$$

Из уравнения 1:

$$X_A = -X_B - F_{1X} - F_{2X} - N_2$$
$$X_A = -(-17,32) - 10 \cdot \cos 60^\circ - 20 \cdot \cos 45^\circ - (-13,37)$$
$$X_A = 11,69 \quad (\text{кН})$$

В ответ запишется:

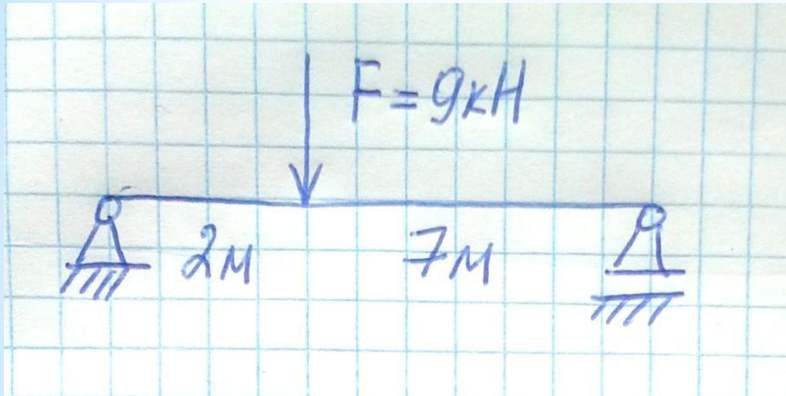
$$N_1 = 22,142 \quad (\text{кН}); \quad N_2 = -13,37 \quad (\text{кН}); \quad X_B = -17,32 \quad (\text{кН});$$
$$Y_B = -6,49 \quad (\text{кН}); \quad Y_A = 15,51 \quad (\text{кН}); \quad X_A = 11,69 \quad (\text{кН})$$

4. Выводы.

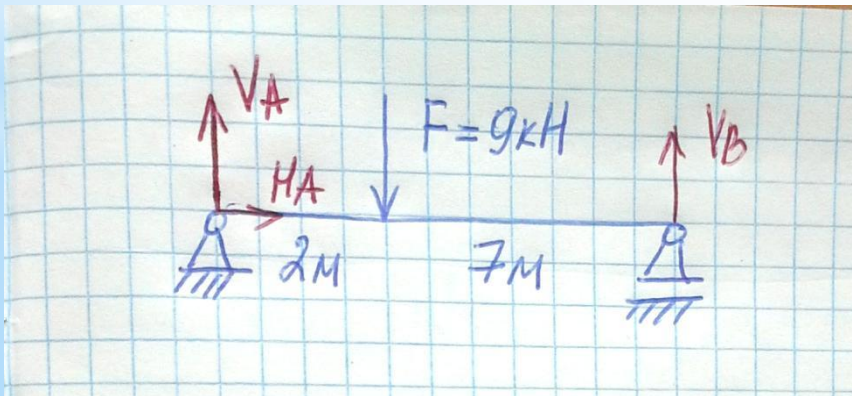
1. Статикой называют раздел теоретической механики, изучающий равновесие тел.
2. Момент силы F относительно точки A равен произведению силы F на плечо h (момент равен силе, умноженной на плечо).
3. Знак момента принимается «+», если сила вращает вокруг точки A против хода часовой стрелки, иначе «-».
4. Момент силы относительно оси - алгебраическая величина, равная произведению **проекции вектора силы** на плоскость, перпендикулярную оси, **на плечо этой проекции** относительно точки пересечения оси с плоскостью, взятая со знаком + (плюс), если вращение плоскости под действием силы представляется при взгляде навстречу оси происходящим против часовой стрелки, и со знаком - (минус) в противном случае.
5. При решении задачи на равновесие тела под действием **пространственной** системы сил составляются **6 уравнений равновесия** (3 уравнения сил и 3 уравнения моментов).

Подготовка к зачету!

I. Найдите реакции опор в следующей задаче:



1. Обозначить реакции на схеме



$$\sum F_X = 0$$
$$H_A = 0$$

$$\sum M_A = 0$$
$$-F \cdot 2 + V_B \cdot 9 = 0$$
$$V_B = \frac{F \cdot 2}{9} = 2 \text{ (кН)}$$

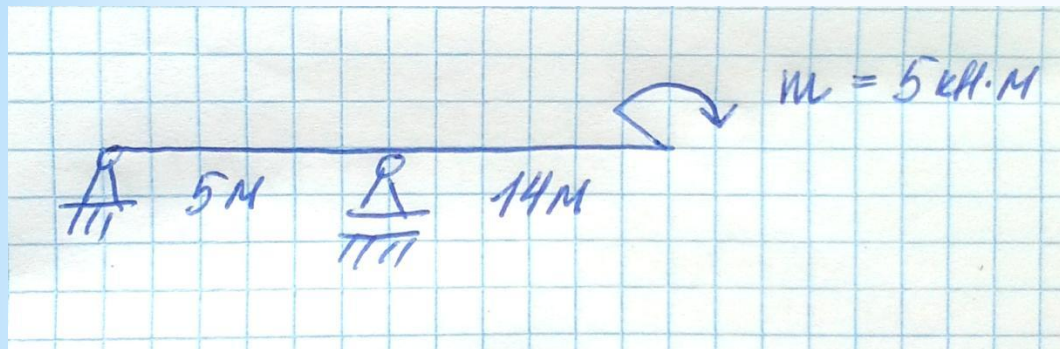
$$\sum M_B = 0$$
$$-V_A \cdot 9 + F \cdot 7 = 0$$
$$V_A = \frac{F \cdot 7}{9} = 7 \text{ (кН)}$$

Проверка:

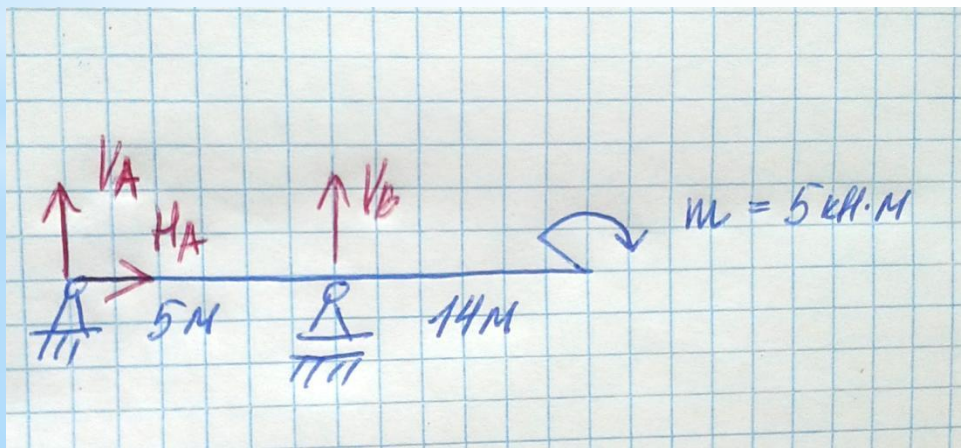
$$\sum F_Y = 0$$
$$V_A - F + V_B = 7 - 9 + 2 = 0$$

Подготовка к зачету!

I. Найдите реакции опор в следующей задаче:

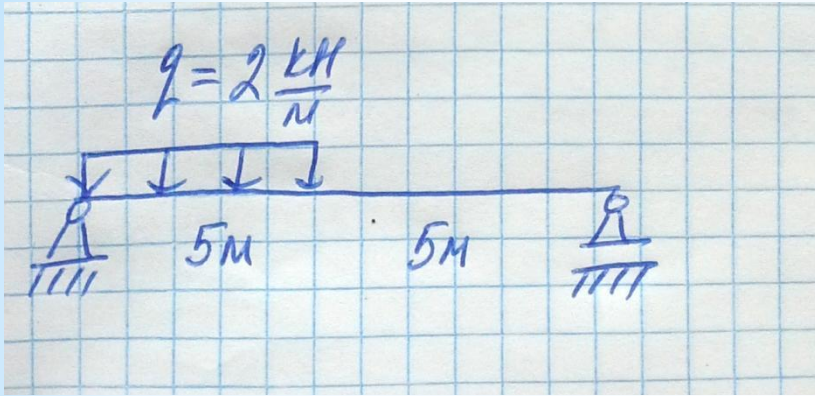


1. Обозначить реакции на схеме

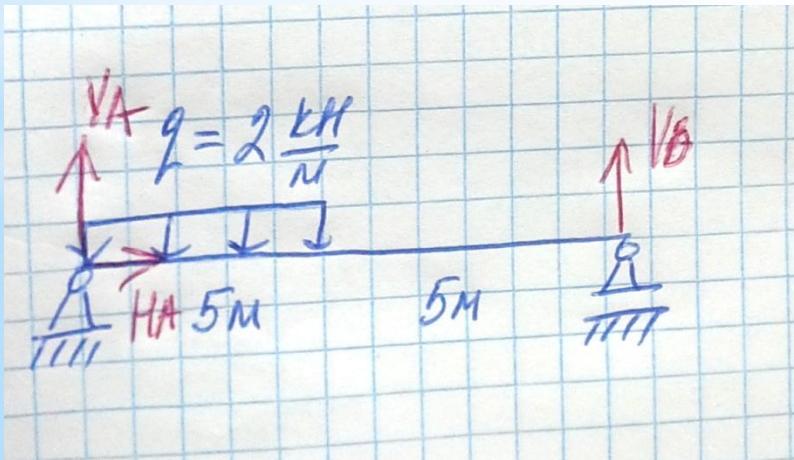


Подготовка к зачету!

I. Найдите реакции опор в следующей задаче:

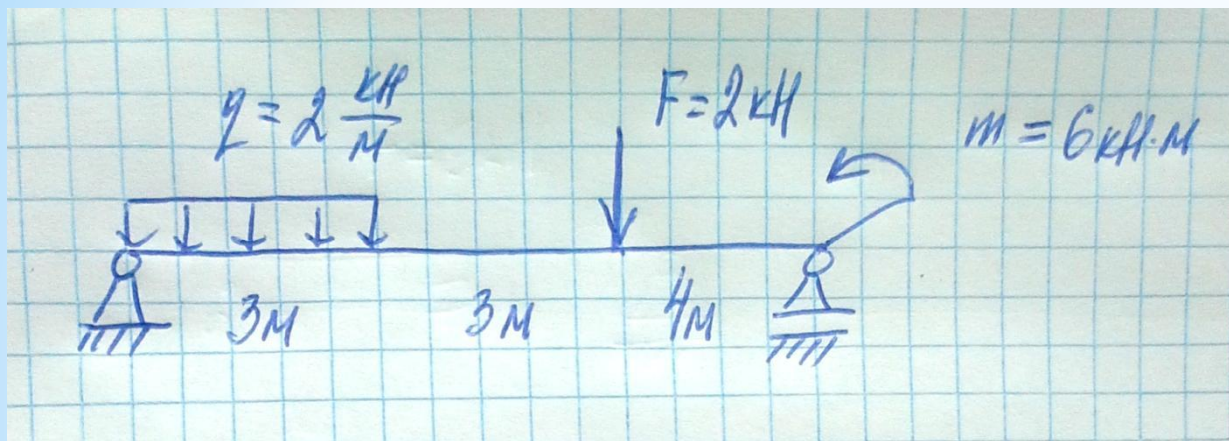


1. Обозначить реакции на схеме

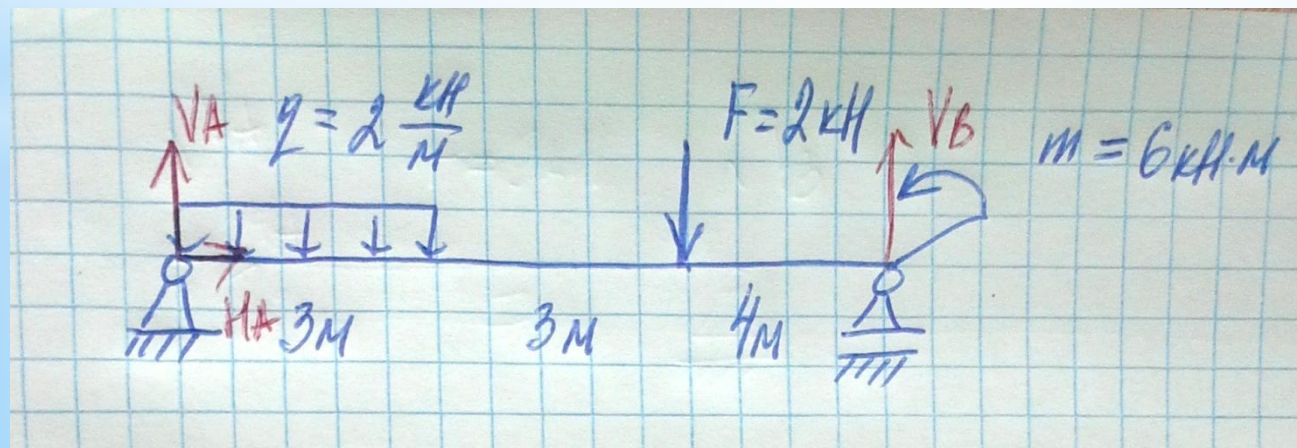


Подготовка к зачету!

I. Найдите реакции опор в следующей задаче:

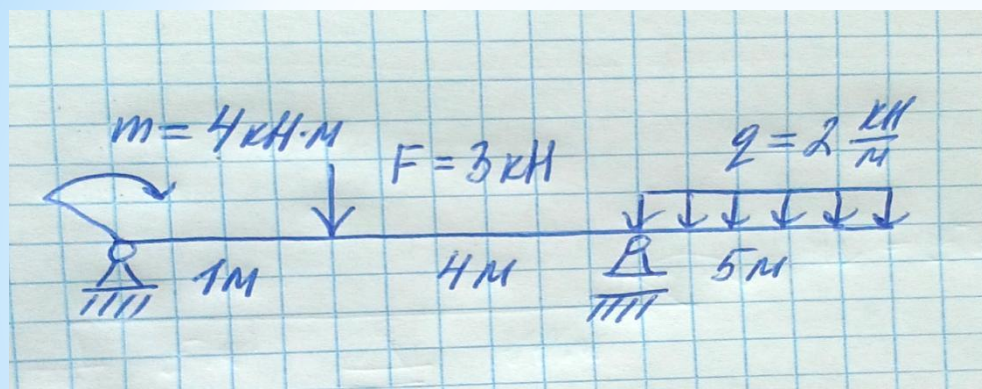


1. Обозначить реакции на схеме

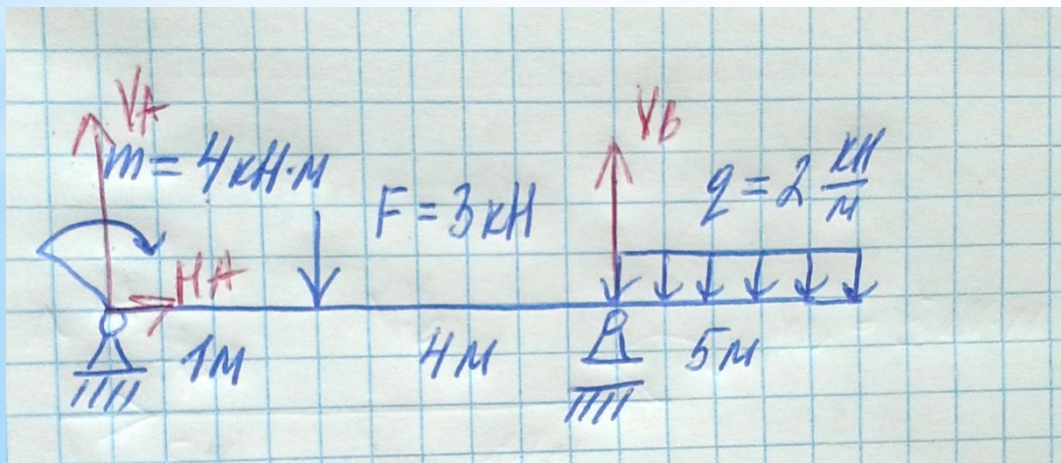


Подготовка к зачету!

I. Найдите реакции опор в следующей задаче:



1. Обозначить реакции на схеме



Разбор задания №8 «Динамика материальной точки»:

1. Выбор исходных данных. Нанесение внешних сил на схему. Проекция сил.
2. Составление дифференциального уравнения движения груза.
3. Нахождения закона движения груза по начальным условиям.
4. Выводы.

Разбор задания №9 «Динамика. Принцип Даламбера»:

1. Выбор исходных данных. Нанесение внешних сил на схему.
2. Принцип Даламбера. Нанесение на схему сил инерции. Нанесение на схему реакций опор.
3. Составление уравнений равновесия. Нахождение реакций опор.
4. Выводы.

1. Выбор исходных данных (продолжение)

Если, например, АБВ = 884, то из таблицы исходных

да

Таблица 8. Исходные данные к заданию 8

Номер		m, кг	V ₀ , м/с	α, град	β, град	F(t), Н; t, с
строки	рисунок					
0	8.0	5	20	20	30	$5(y^{0,2t} - 1)$
1	8.1	15	10	10	20	$30\sqrt{t}$
2	8.2	10	30	15	25	$30(1 + e^{-0,2t})$
3	8.3	8	20	10	20	$8(1 + e^{-0,1t})$
4	8.4	12	40	15	30	$24(1 - e^{-0,2t})$
5	8.5	20	30	20	30	$40\sqrt{t}$
6	8.6	16	15	10	20	$1,6t^2$
7	8.7	15	20	15	25	$30(e^{0,1t} - 1)$
8	8.8	14	10	20	30	$2,8t^2$
9	8.9	18	30	10	20	$18(1 - e^{-0,1t})$
	А	Б	В	А	Б	В

рис. 8.8.

$$f = 0,2$$

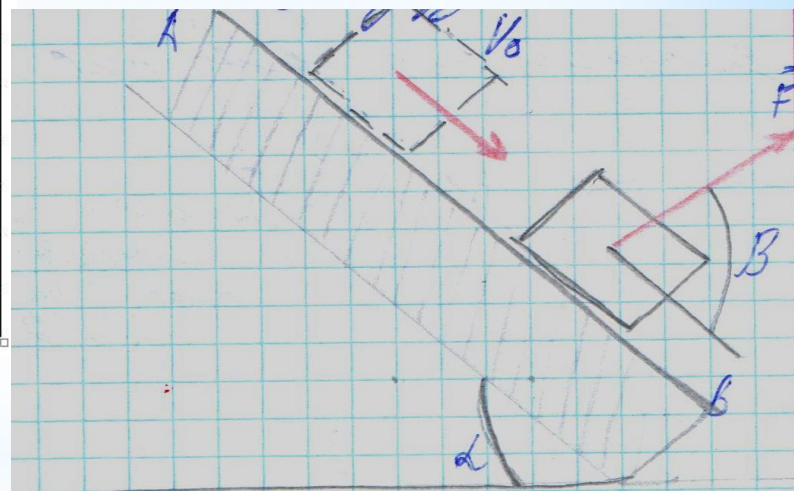
$$m = 14 \text{ (кг)}$$

$$V_0 = 40 \text{ (м/с)}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

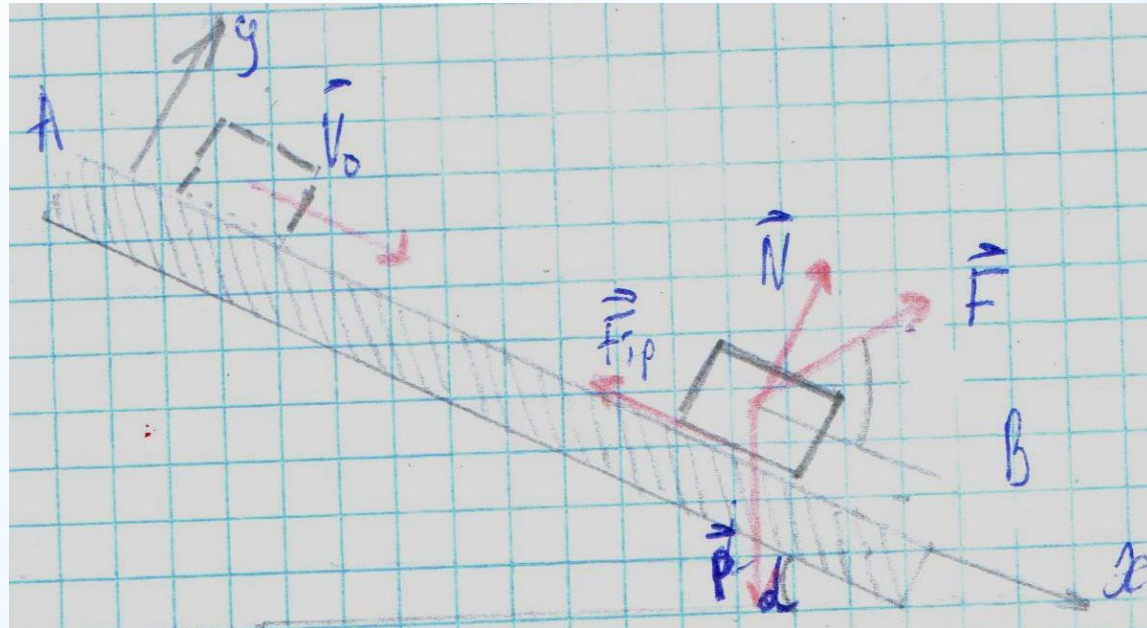
$$\beta = 30^\circ$$

$$F(t) = 24(1 - e^{-0,2t})$$

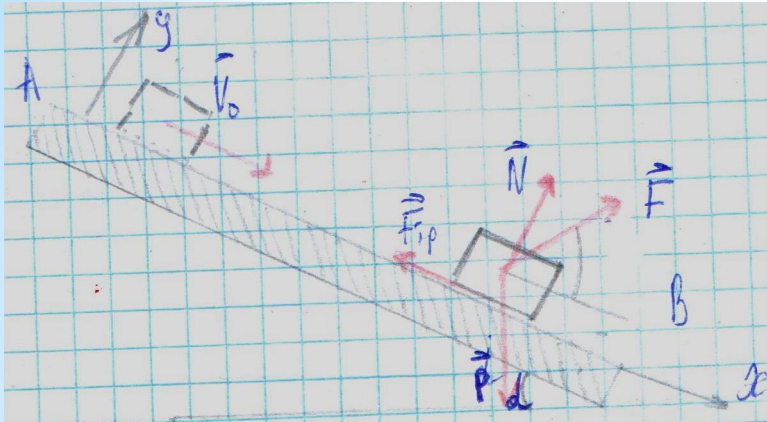


Наносим на схему
внешнюю силу (F).

2. Нанесение на схему веса груза P , силы давления N , силы трения $F_{тр}$ и координатных осей.



3. Составление дифференциального уравнения движения груза.



Общий вид дифференциального уравнения движения груза по наклонной плоскости:

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_{\text{ТР}} + \vec{N}$$

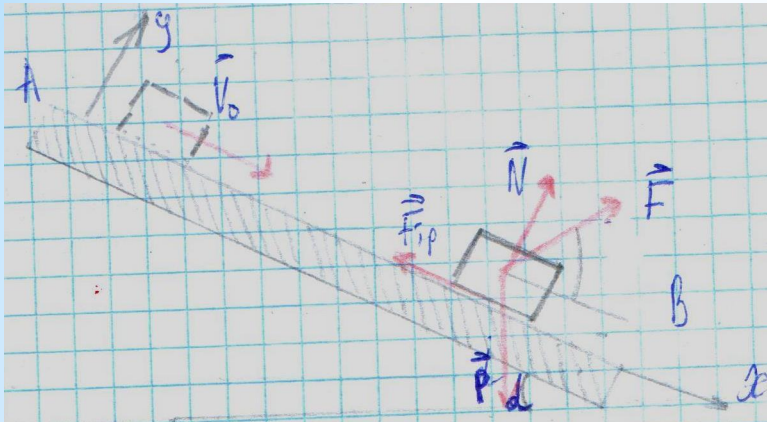
Проецируем уравнение движения на оси координат X и Y:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= P \cdot \sin\alpha + F \cdot \cos\beta - F_{\text{ТР}} \\ m\ddot{y} &= N - P \cdot \cos\alpha + F \cdot \sin\beta \end{aligned}$$

Т.к. тело движется по оси X, то $\ddot{y} = 0$ и из проекции на ось Y имеем :

$$\begin{aligned} N &= mg \cdot \cos\alpha - F \cdot \sin\beta \\ N &= 14 \cdot 9,8 \cdot \cos 20^\circ - 24(1 - e^{-0,2t}) \cdot \sin 30^\circ \\ N &= 116,92 + 12e^{-0,2t} \end{aligned}$$

3. Составление дифференциального уравнения движения груза (продолжение)



$$m\ddot{x} = P \cdot \sin\alpha + F \cdot \cos\beta - F_{\text{ТР}}$$
$$m\ddot{y} = N - P \cdot \cos\alpha + F \cdot \sin\beta$$

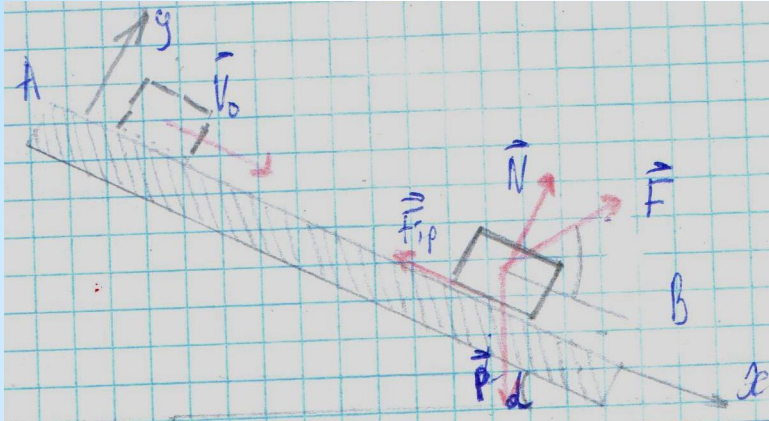
Учитывая, что $F_{\text{ТР}} = f \cdot N$ из проекции на ось X имеем :

$$14\ddot{x} = mg \cdot \sin 20^\circ + F \cdot \cos 30^\circ - f \cdot (116,92 + 12e^{-0,2t})$$
$$14\ddot{x} = 14 \cdot 9,8 \cdot \sin 20^\circ + 24(1 - e^{-0,2t}) \cdot \cos 30^\circ - 0,2 \cdot (116,92 + 12e^{-0,2t})$$
$$\ddot{x} = 3,17 + 1,66e^{-0,2t}$$

Интегрируем полученное выражение:

$$\dot{x} = 3,17t + 1,66 \cdot \frac{e^{-0,2t}}{-0,2} + C_1$$
$$\dot{x} = 3,17t - 8,3 \cdot e^{-0,2t} + C_1$$

3. Составление дифференциального уравнения движения груза (продолжение)



$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= P \cdot \sin\alpha + F \cdot \cos\beta - F_{\text{тр}} \\ m\ddot{y} &= N - P \cdot \cos\alpha + F \cdot \sin\beta \end{aligned}$$

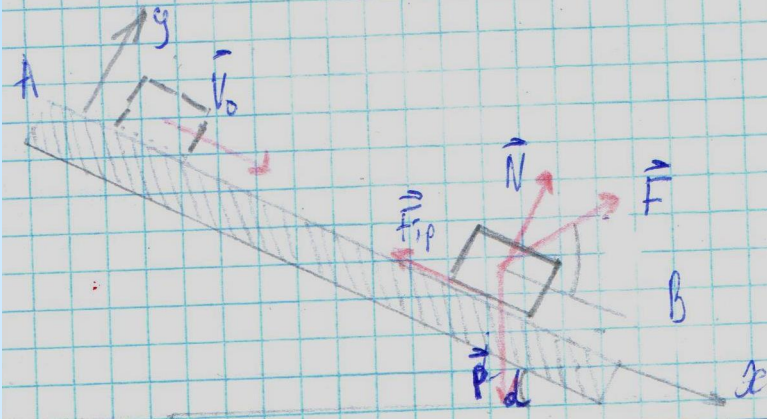
Т.к. в начальный момент времени $t=0$ $V_0=40$ м/с:

$$\begin{aligned} 40 &= 3,17 \cdot 0 - 8,3 \cdot e^{-0,2 \cdot 0} + C_1 \\ C_1 &= -3,17 \cdot 0 + 8,3 \cdot e^{-0,2 \cdot 0} + 40 = 48,3 \end{aligned}$$

Получаем закон изменения скорости тела под действием силы F :

$$\dot{x} = 3,17t - 8,3 \cdot e^{-0,2t} + 48,3$$

3. Составление дифференциального уравнения движения груза (продолжение)



$$\dot{x} = 3,17t - 8,3 \cdot e^{-0,2t} + 48,3$$

Снова интегрируем:

$$x = 3,17 \frac{t^2}{2} - 8,3 \cdot \frac{e^{-0,2t}}{-0,2} + 48,3t + C_2$$

Система координат выбрана так, что $x_0=0$:

$$0 = 1,58 \cdot 0^2 + 41,5 \cdot e^{-0,2 \cdot 0} + 48,3 \cdot 0 + C_2$$
$$C_2 = -41,5$$

В ответ записываем закон движения тела:

$$x = 1,58 \cdot t^2 + 41,5 \cdot e^{-0,2 \cdot t} + 48,3 \cdot t - 41,5$$

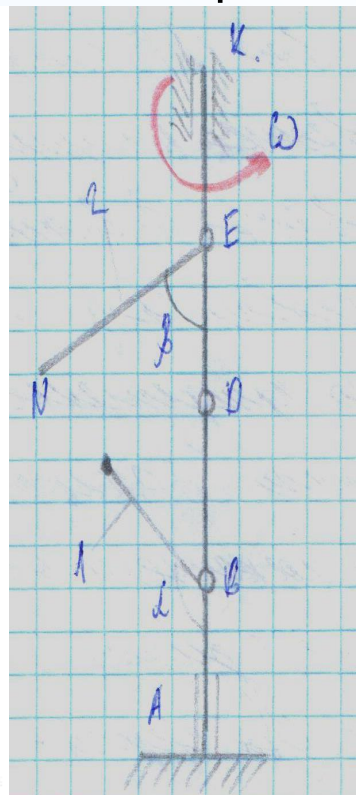
1. Выбор исходных данных (продолжение)

Если, например, АВВ = 884, то из таблицы исходных

данн

Таблица 9. Исходные данные к заданию 9

Номер строки	Подшипник в точке	Точки крепления стержней		α , град	β , град
		1	2		
0	К	В	В	30	45
1	Е	Д	Д	45	60
2	Д	Е	Е	60	75
3	В	К	К	75	90
4	К	В	Е	90	120
5	Е	Д	Д	120	135
6	Д	Е	В	135	150
7	В	К	К	150	30
8	К	В	В	165	45
9	Е	Д	Д	30	60
	А	Б	В	А	Б

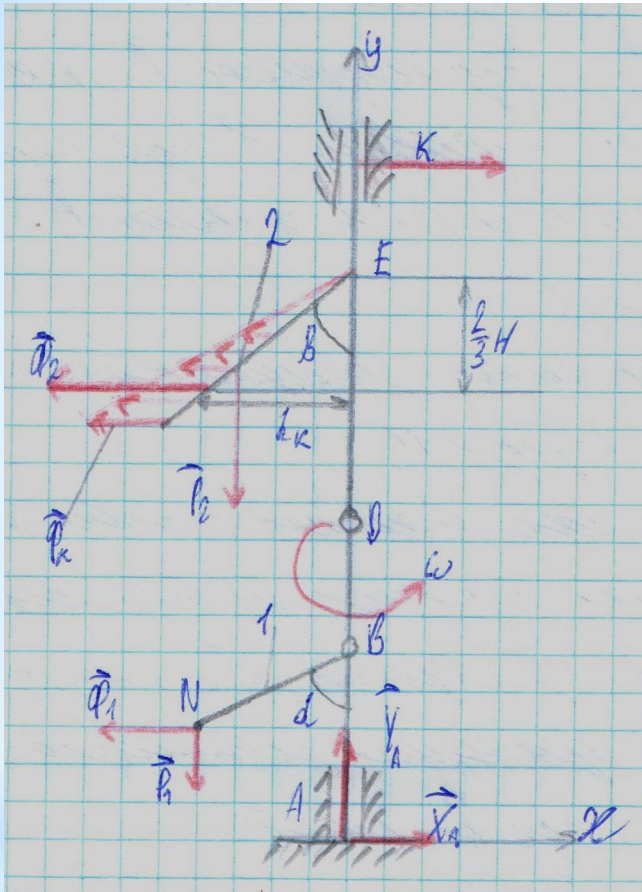


подшипник в т. К
т. В
т. Е
 $\alpha=165^\circ$
 $\beta=45^\circ$

$\omega=10 \text{ с}^{-1}$
 $AB=BD=DE=EK=b=0,4 \text{ м}$
 $l_1=0,4 \text{ м}$
 $m_1=6 \text{ кг}$
 $l_2=0,6 \text{ м}$
 $m_2=4 \text{ кг}$

Наносим на схему стержень 1 с массой, сосредоточенной на конце, и стержень 2, с равномерно распределенной массой и угловую скорость вращения ω .

2. Принцип Даламбера. Нанесение на схему веса стержней, сил инерции и реакций опор.



Согласно принципу Даламбера: все **действующие** на систему **силы вместе с силами инерции** образуют **уравновешенную** плоскую **систему сил**.

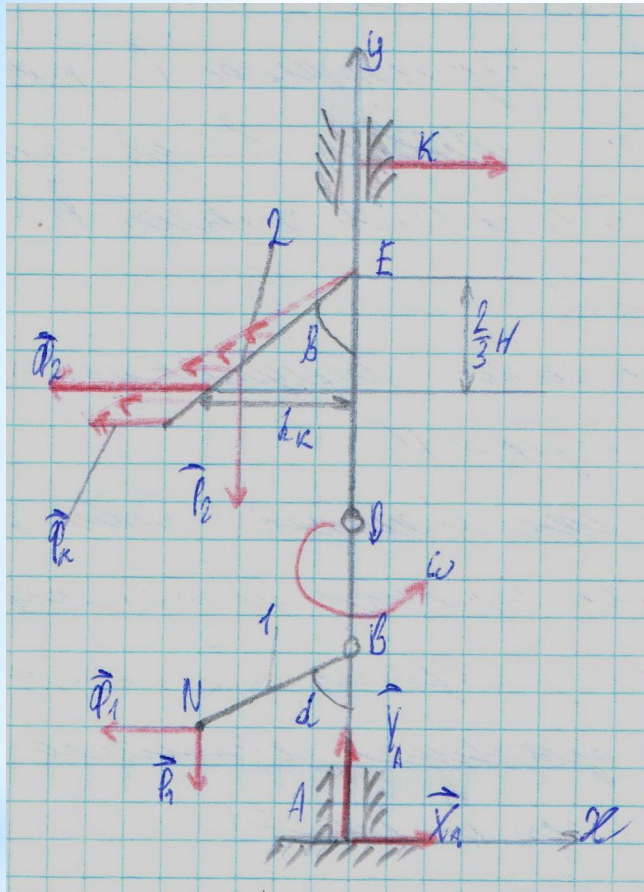
Т.к. вал вращается равномерно точки стержня имеют только нормальное ускорение a_n , направленное к оси вращения $a_{nk} = \omega^2 \cdot h_k$

Силы инерции вычисляются,

$$\Phi_k = m \cdot a_{nk}$$

Поскольку все силы инерции Φ_k пропорциональны h_k , то эпюра образует треугольник, который можно заменить равнодействующей Φ_2 , приложенной в центр тяжести треугольника, т.е. на расстоянии $2/3H$ от вершины.

2. Принцип Даламбера. Нанесение на схему веса стержней, сил инерции и реакций опор.



Сила инерции стержня с распределенной массой определяется как $\Phi_2 = m_2 \cdot a_c$ где a_c — ускорение центра стержня 2.

$$\Phi_2 = m_2 \cdot \omega^2 \cdot x_c$$

$$x_c = \frac{l_2}{2} \sin \beta = \frac{0,6}{2} \sin 45^\circ = 0,21 \text{ (м)}$$

$$\Phi_2 = 4 \cdot 10^2 \cdot 0,21 = 84 \text{ (Н)}$$

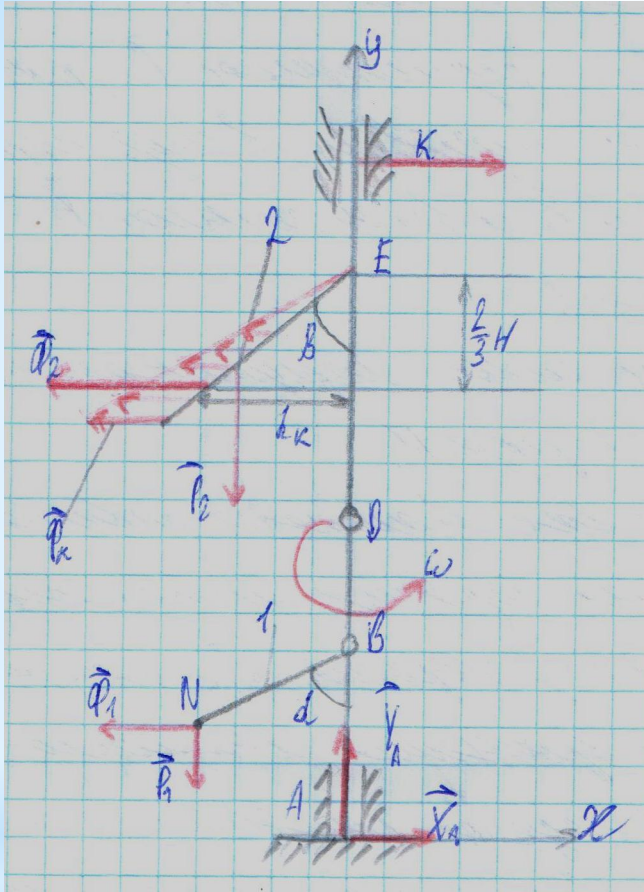
Сила инерции стержня с сосредоточенной массой определяется, как

$$\Phi_1 = m_1 \cdot \omega^2 \cdot x_1$$

$$x_1 = l_1 \sin(180^\circ - \alpha) = 0,4 \sin 15^\circ = 0,10 \text{ (м)}$$

$$\Phi_1 = 6 \cdot 10^2 \cdot 0,10 = 60 \text{ (Н)}$$

3. Принцип Даламбера. Составление уравнений равновесия.



Составляем уравнения равновесия:

$$\begin{aligned}\sum F_X &= 0 \\ -\Phi_2 - \Phi_1 + R_K + X_A &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum F_Y &= 0 \\ -P_2 - P_1 + X_A &= 0\end{aligned}$$

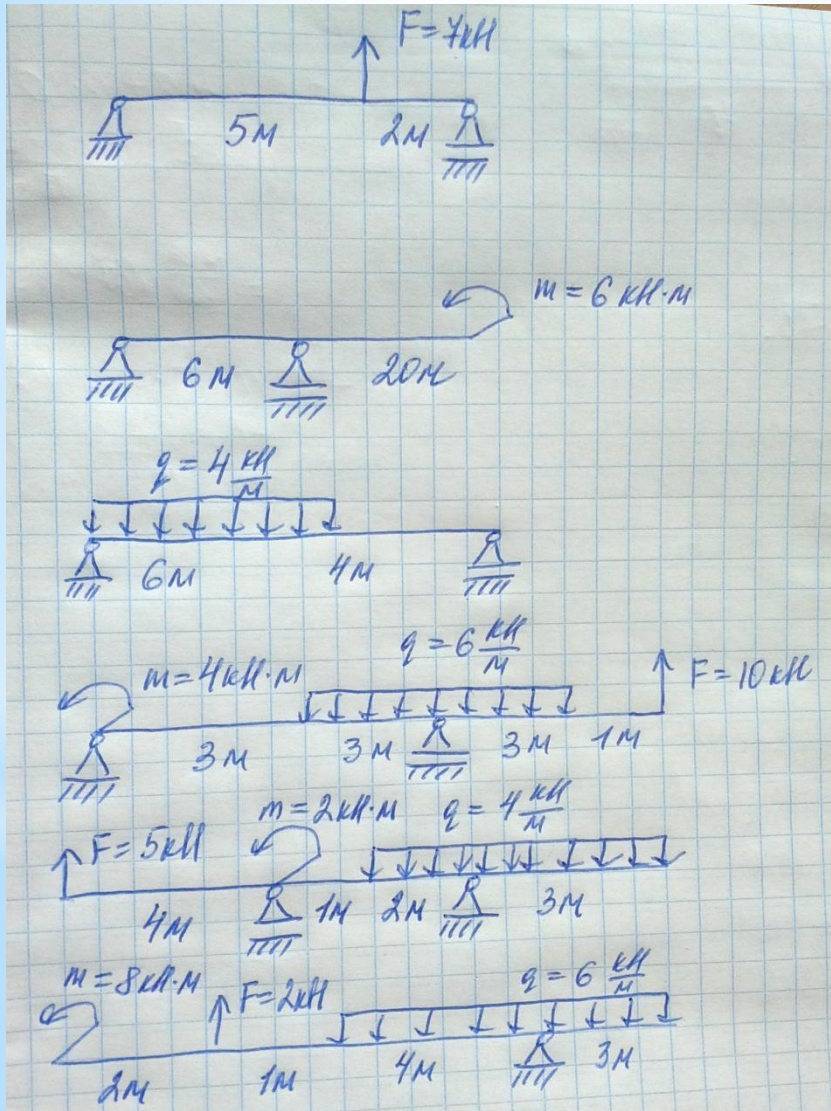
$$\begin{aligned}\sum M_A(\vec{F}) &= 0 \\ \Phi_2 \left(AE - \frac{2}{3} H \right) + \Phi_1 (AB + l_1 \cos(180^\circ - \alpha)) - R_K \cdot AK + P_2 \cdot x_c + P_1 \cdot x_1 &= 0\end{aligned}$$

4. Выводы.

1. Динамикой называют раздел теоретической механики, изучающий равновесие движущихся систем.
2. При решении задачи на определение закона движения тела, следует составить дифференциальное уравнение равновесия и проинтегрировать его дважды с учетом начальных условий.
3. При решении задачи на определение реакций опор в движущейся системе, следует составить уравнения равновесия включив в них силы инерции, согласно принципу Даламбера.
4. Принцип Даламбера: все **действующие** на систему **силы вместе с силами инерции** образуют **уравновешенную** плоскую систему сил.

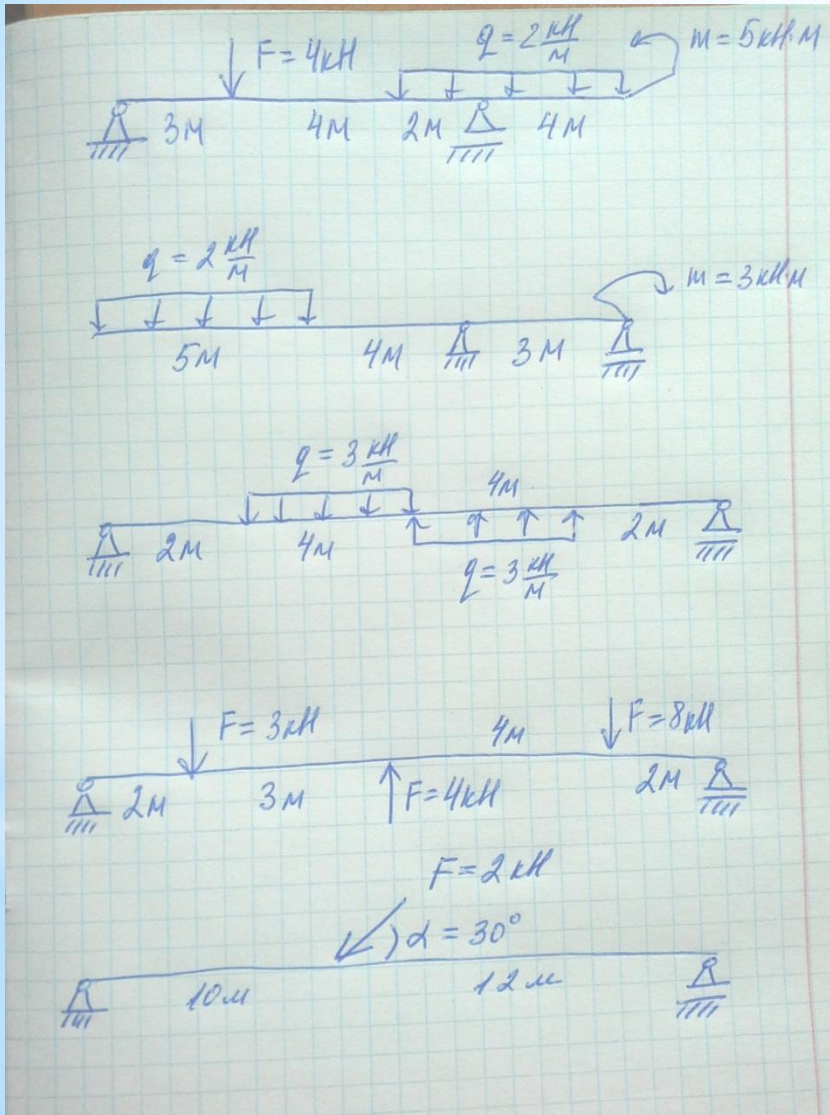
Подготовка к зачету!

I. Найдите реакции опор в следующих задачах самостоятельно:



Подготовка к зачету!

I. Найдите реакции опор в следующих задачах самостоятельно:



Спасибо за внимание!