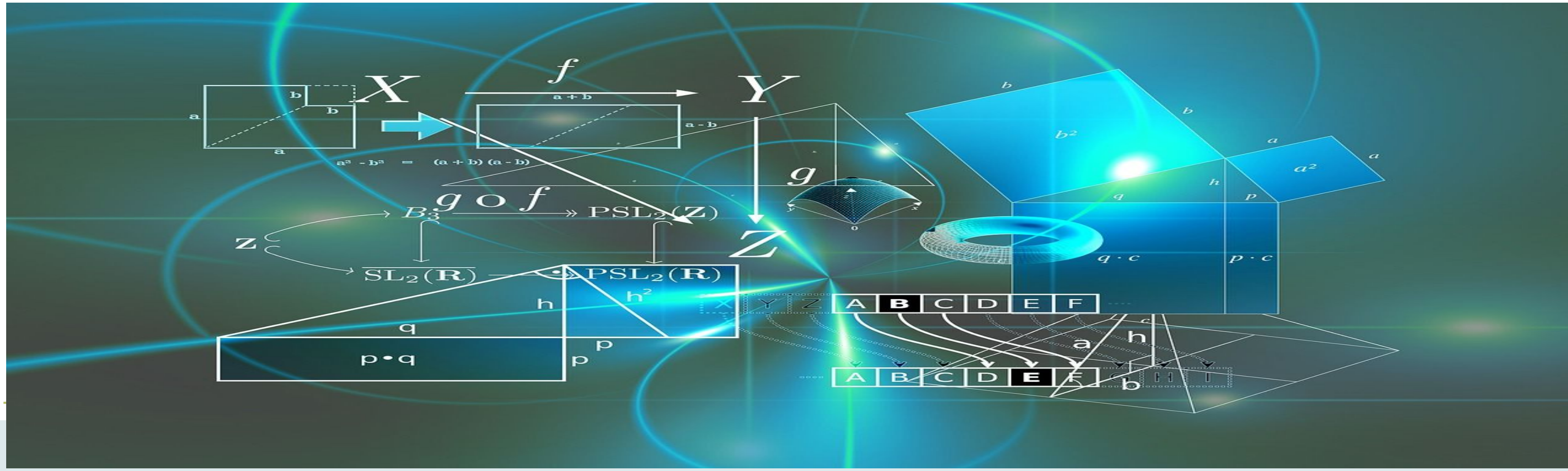

ЛОГАРИФМЫ И ИХ СВОЙСТВА

Логарифм числа

- Определение. ***Логарифм*** **числа *b*** (b > 0) **по основанию *a*** ($a > 0, a \neq 1$) называется **показатель степени**, в которую нужно **возвести основание *a*** , чтобы **получить число *b*** .

Например $\log_3 81 = 4$, так как $3^4 = 81$;

$\log_5 125 = 3$, так как $5^3 = 125$;

$\log_{0,5} 16 = -4$, так как $(0,5)^{-4} = 16$;

$\log_{\sqrt{2}} 8 = 6$, так как $\left(\sqrt{2}\right)^6 = 2^{\frac{6}{2}} = 2^3 = 8$;

Основное логарифмическое тождество

- Из определения логарифма следует ***основное логарифмическое тождество***:

$$a^{\log_a b} = b \text{ (где } b > 0,\ a > 0 \text{ и } a \neq 1)$$

Согласно тождеству:

$3^{\log_3 5} = 5;$ $2^{\log_2 0{,}7} 0{,}7;$ $3^{\log_3 7} = 7;$ $10^{\log_{10} 0{,}4} = 0{,}4.$

Основные свойства логарифмов

При любом $a > 0$ $(a \neq 1)$ и любых положительных x и y выполнены равенства:

- $\log_a 1 = 0$.
- $\log_a a = 1$.
- $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$.
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.
- $\log_a x^p = p \log_a x$

для любого действительного p.

Десятичный логарифм

Наиболее употребительными на практике являются ***десятичные логарифмы***, когда в качестве основания берется число 10, и **натуральный** логарифм, когда в качестве основания берется число е ≈ 2,7.

Десятичный логарифм числа *b* обозначается ***lg b***

Натуральный логарифм обозначается ***ln b***

Примеры вычисления десятичных логарифмов

- $\lg 1 = 0$, так как $1 = 10^0$
- $\lg 10 = 1$, так как $10 = 10^1$
- $\lg 100 = 2$, так как $100 = 10^2$
- $\lg 0{,}1 = -1$, так как $0{,}1 = 10^{-1}$
- $\lg 0{,}01 = -2$, так как $0{,}01 = 10^{-2}$
- $\lg 0{,}001 = -3$, так как $0{,}001 = 10^{-3}$

Формула перехода от одного основания логарифма к другому основанию

По определению логарифма

$x = a^{\log_a x}$, где $x > 0$ и $a \neq 1,\ b > 0$ и $b \neq 1$.

Прологарифмируем обе части равенства по основанию $b > 0,\ b \neq :$

$\log_b x = \log_b (a^{\log_a x})$

по свойству логарифма степени получаем

$\log_b x = \log_b x \times \log_b a$

$\mathbf{\log_b x} = \dfrac{\mathbf{logb\ x}}{\mathbf{logb\ a}}$ *Формула перехода к другому основанию*