



ЛОГАРИФМЫ И ИХ СВОЙСТВА

Логарифм числа



- **Определение.** *Логарифм* числа b ($b > 0$) по **основанию** a ($a > 0, a \neq 1$) называется **показатель степени**, в которую нужно **возвести основание** a , чтобы **получить число** b .

Например $\log_3 81 = 4$, так как $3^4 = 81$;

$\log_5 125 = 3$, так как $5^3 = 125$;

$\log_{0,5} 16 = -4$, так как $(0,5)^{-4} = 16$;

$\log_{\sqrt{2}} 8 = 6$, так как $(\sqrt{2})^6 = 2^{\frac{6}{2}} = 2^3 = 8$;

Основное логарифмическое тождество



- Из определения логарифма следует ***основное логарифмическое тождество***:

$$a^{\log_a b} = b \quad (\text{где } b > 0, a > 0 \text{ и } a \neq 1)$$

Согласно тождеству:

$$3^{\log_3 5} = 5; \quad 2^{\log_2 0,7} = 0,7; \quad 3^{\log_3 7} = 7; \quad 10^{\log_{10} 0,4} = 0,4.$$

Основные свойства логарифмов



При любом $a > 0$ ($a \neq 1$) и любых положительных x и y выполнены равенства:

- $\log_a 1 = 0.$
- $\log_a a = 1.$
- $\log_a xy = \log_a x + \log_a y.$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y.$
- $\log_a x^p = p \log_a x$

для любого действительного p .

Десятичный логарифм



Наиболее употребительными на практике являются *десятичные логарифмы*, когда в качестве основания берется число 10, и **натуральный логарифм**, когда в качестве основания берется число $e \approx 2,7$.

Десятичный логарифм числа b обозначается ***lg b***

Натуральный логарифм обозначается ***ln b***

Примеры вычисления десятичных логарифмов

- $\lg 1 = 0$, так как $1 = 10^0$
- $\lg 10 = 1$, так как $10 = 10^1$
- $\lg 100 = 2$, так как $100 = 10^2$
- $\lg 0,1 = -1$, так как $0,1 = 10^{-1}$
- $\lg 0,01 = -2$, так как $0,01 = 10^{-2}$
- $\lg 0,001 = -3$, так как $0,001 = 10^{-3}$

Формула перехода от одного основания логарифма к другому основанию

По определению логарифма

$$x = a^{\log_a x}, \text{ где } x > 0 \text{ и } a \neq 1, b > 0 \text{ и } b \neq 1.$$

Прологарифмируем обе части равенства по основанию $b > 0, b \neq 1$:

$$\log_b x = \log_b (a^{\log_a x})$$

по свойству логарифма степени получаем

$$\log_b x = \log_b x \times \log_b a$$

$$\log_b x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \text{ Формула перехода к другому основанию}$$