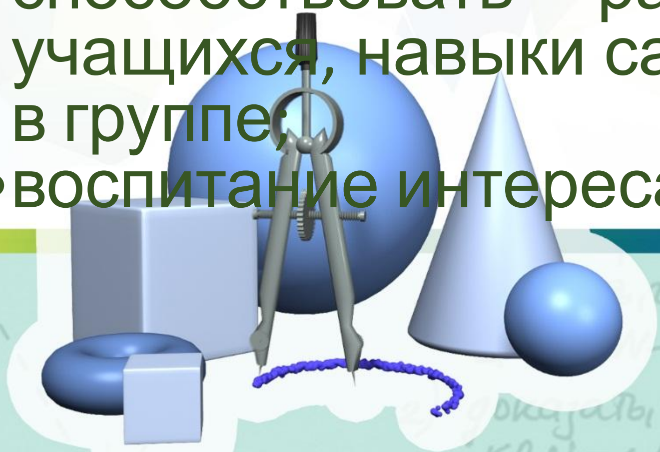
МБОУ «Средняя общеобразовательная школа № 51»
Вахитовского района г. Казани, Республика Татарстан

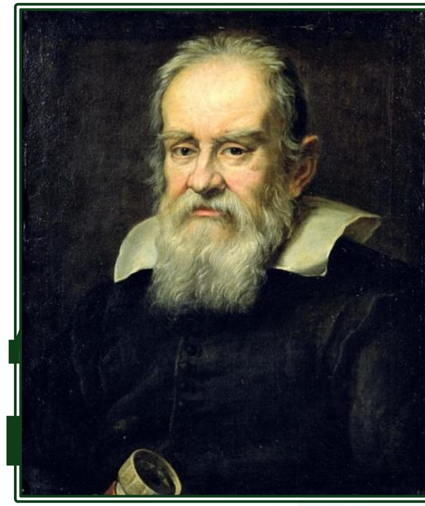
Урок геометрии на тему: «Решение треугольников»

Учитель математики
Г. А.Мищенко

Цели урока:

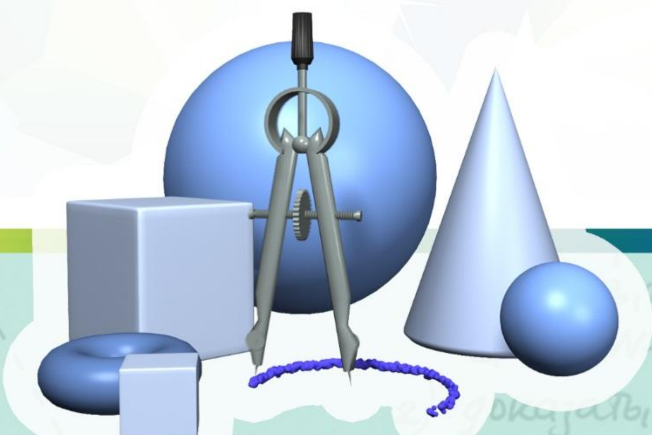
- обобщить и систематизировать изученное на предыдущих уроках;
- закрепить алгоритмы решения основных типов задач по теме; совершенствовать навыки применения теорем синусов и косинусов и их следствий;
- проконтролировать степень усвоения материала; продолжить работу по развитию мыслительной деятельности – выделять главное, ставить и разрешать проблемы, сравнивать и строить аналогии;
- способствовать развитию логического мышления учащихся, навыки самостоятельной работы и работы в группе;
- воспитание интереса к предмету.





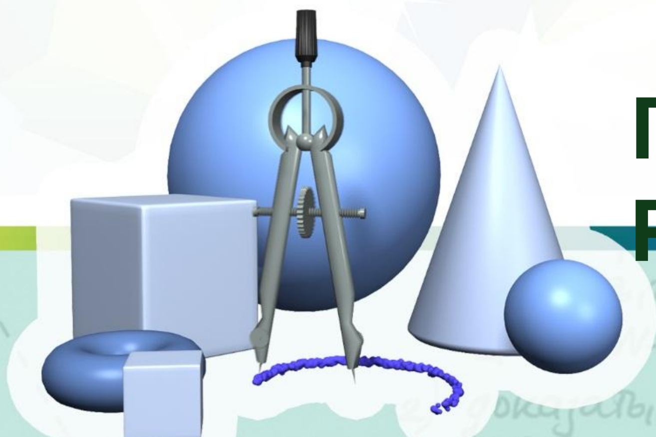
Геометрия является самым могущественным средством д изощрения наших умственны способностей и дает возможность правильно мыслить и рассуждать.

Галилео Галилей



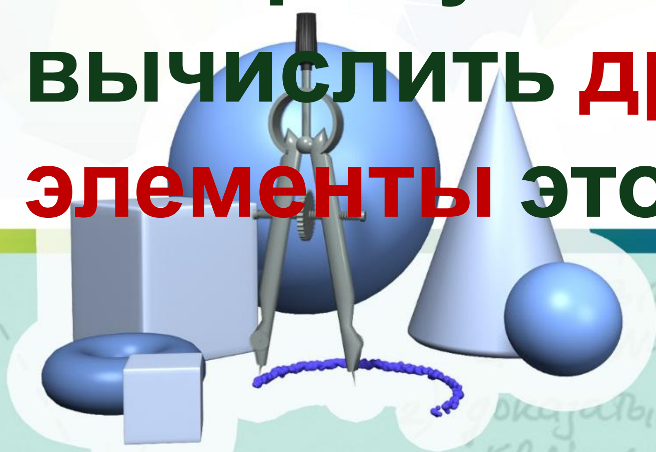
Вставь пропущенное слово

Высшее проявление духа – это разум. Высшее проявление разума – это геометрия. «Клетка» геометрии это фигура ________. Эта фигура так же неисчерпаема, как и Вселенная.



Георг Фридрих Бернхард Риман

Мы говорим «решаем треугольник».
Это значит, что нужно решить задачу, в которой по трем заданным элементам треугольника (длинам его сторон, или градусным мерам его углов) вычислить другие искомые элементы этой фигуры

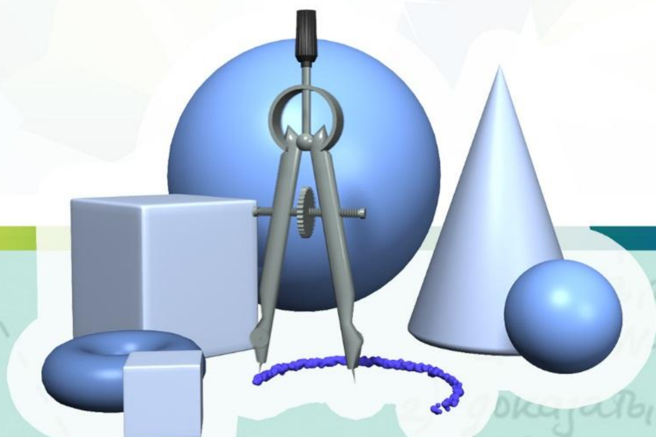


Подумай – обсуди – дай ответ

1 группа

2 группа

3 группа



УДАЧНОЙ РАБОТЫ

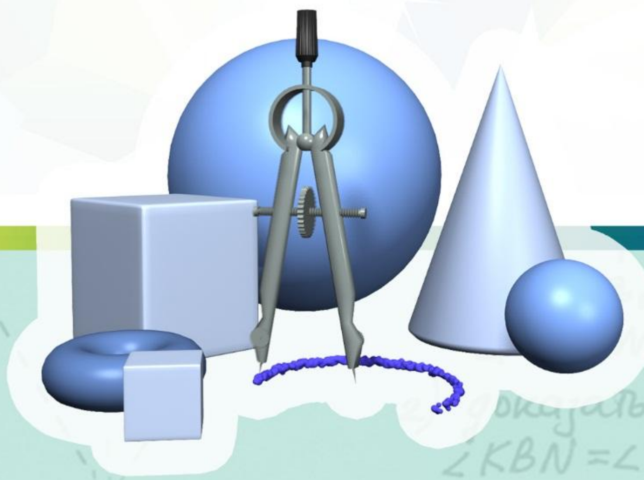
Теорема Пифагора.

Теорема о сумме углов треугольника.

Теорема синусов.

Теорема косинусов.

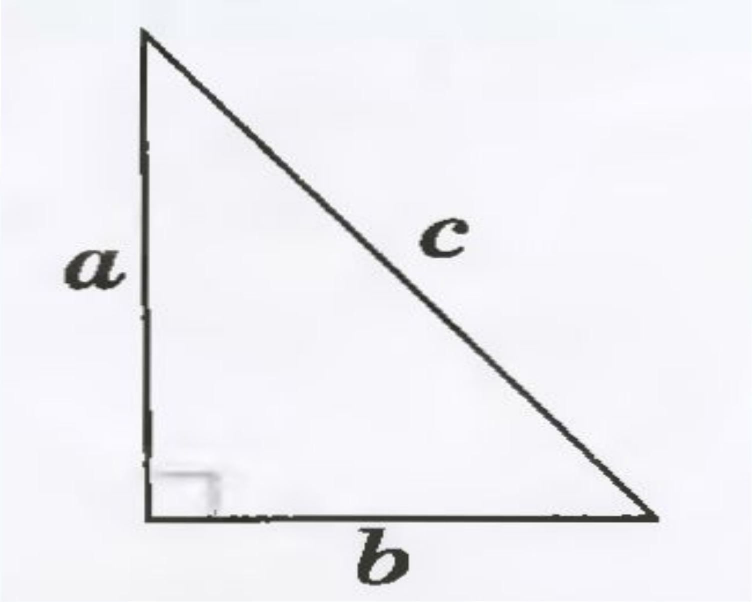
Теорема о площади треугольника

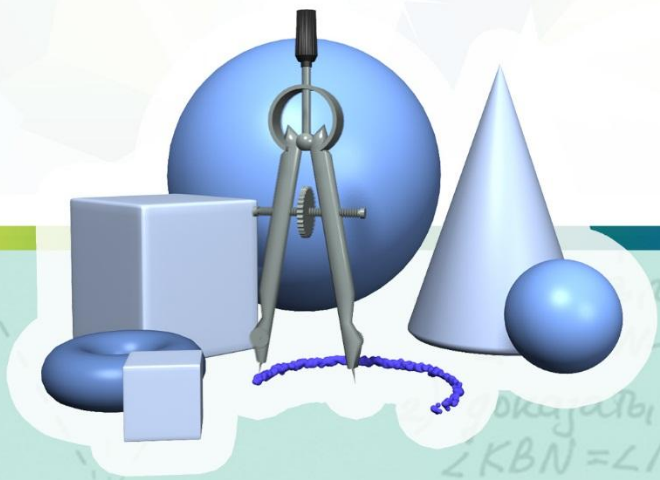


Теорема Пифагора

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

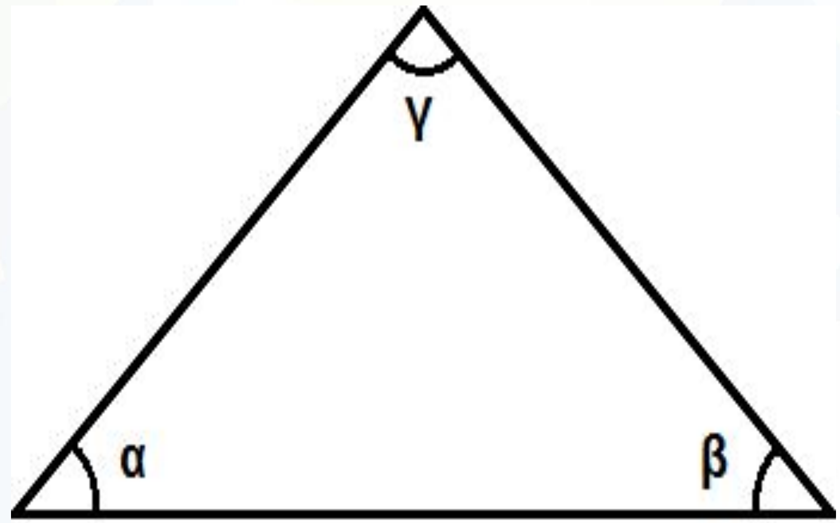
$$c^2 = a^2 + b^2$$





Теорема о сумме углов треугольника

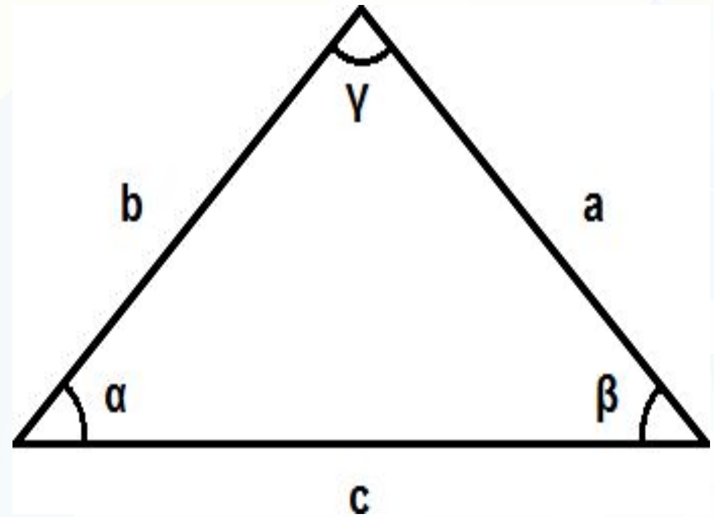
Сумма всех углов треугольника равна 180°.



$$\angle\alpha + \angle\beta + \angle\gamma = 180^\circ$$

Теорема синусов

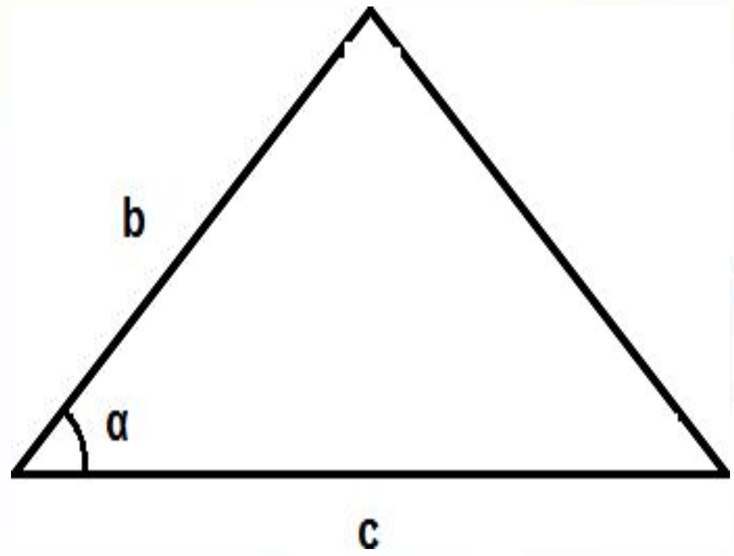
Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.



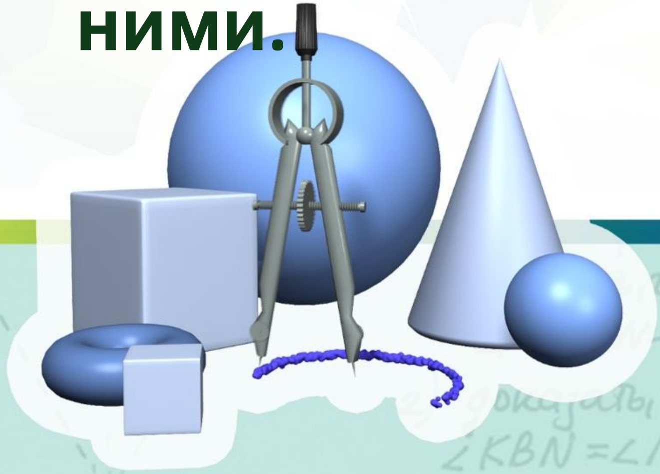
$$\frac{a}{\sin\angle\alpha} = \frac{b}{\sin\angle\beta} = \frac{c}{\sin\angle\gamma}$$

Теорема косинусов.

Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

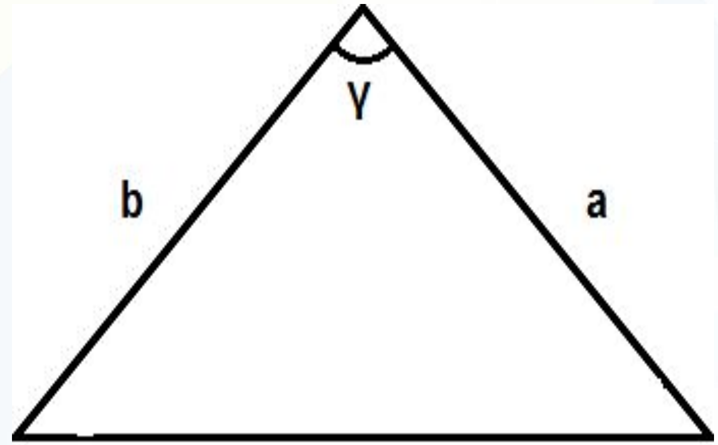


$$a^2 = c^2 + b^2 - 2 \cdot c \cdot b \cdot cos\angle\alpha$$



Теорема о площади треугольника

Площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон на синус угла между ними.



$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin\angle\gamma$$

Определи верное решение задачи

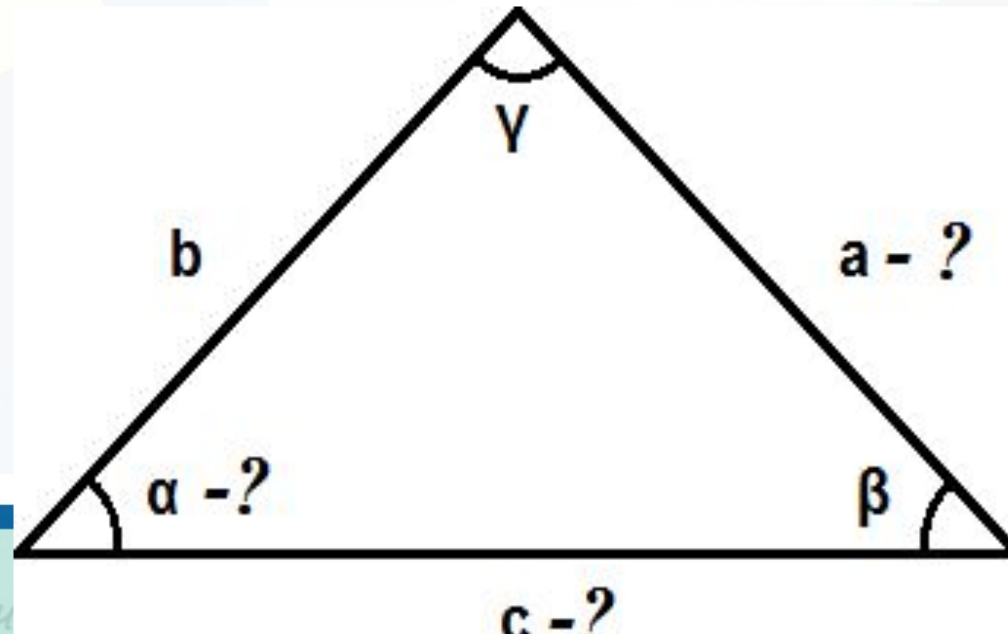
В треугольнике заданы сторона b и у $\angle\beta, \angle\gamma$. Найдите другие стороны треугольника и $\angle\alpha$.

[Решение № 1]

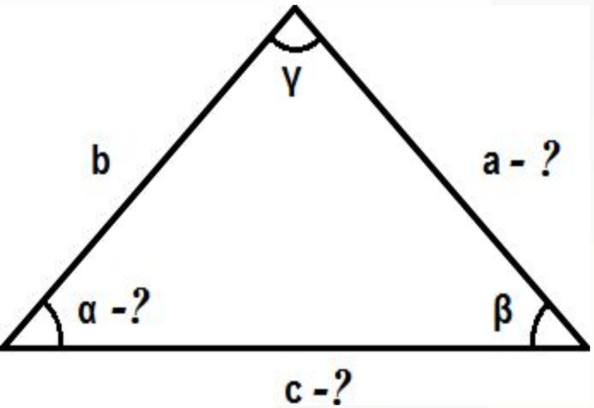
[Решение № 2]

[Решение № 3]

[Решение № 4]



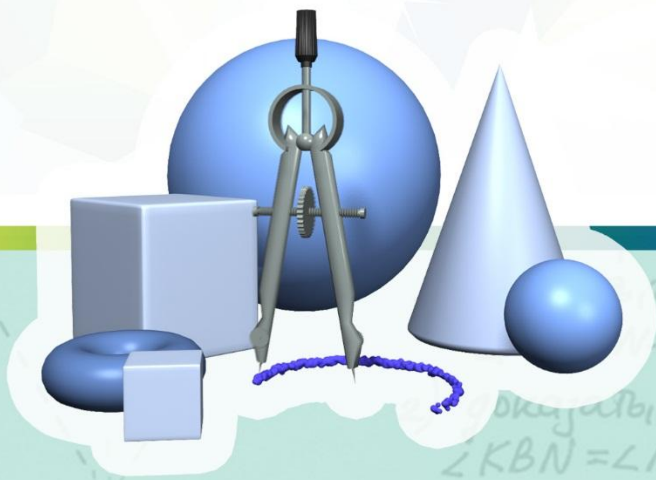
Решение № 1



$$1.\ \angle\alpha = 180^\circ - (\angle\beta + \angle\gamma)$$

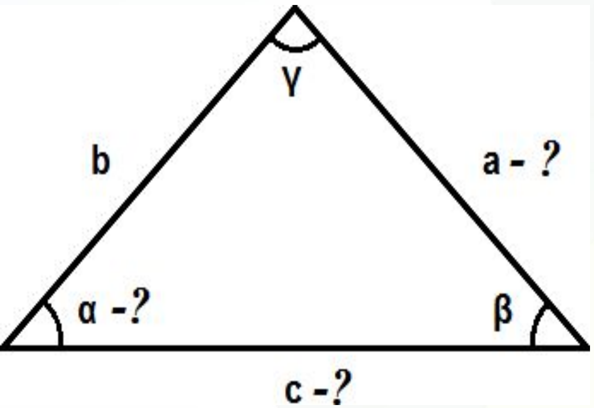
$$2.\ \frac{a}{\sin\angle\alpha} = \frac{b}{\sin\angle\beta} \iff a = \frac{b\cdot\sin\angle\alpha}{\sin\angle\beta}$$

$$3.\ \frac{b}{\sin\angle\beta} = \frac{c}{\sin\angle\gamma} \iff c = \frac{b\cdot\sin\angle\gamma}{\sin\angle\beta}$$



Верное решение

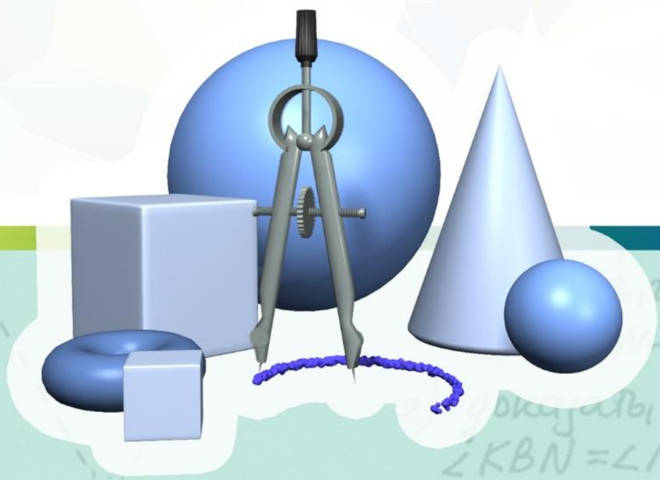
Решение № 2



1. $\angle\alpha = 180° - (\angle\beta + \angle\gamma)$

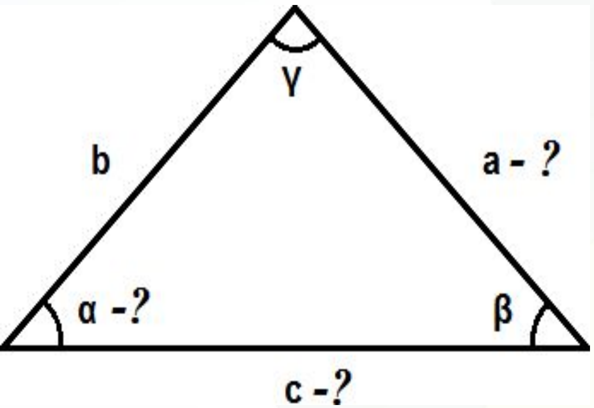
2. $\dfrac{a}{\sin\angle\alpha} = \dfrac{b}{\sin\angle\beta} \iff a = \dfrac{b \cdot \sin\angle\alpha}{\sin\angle\beta}$

3. $\dfrac{b}{\sin\angle\beta} = \dfrac{c}{\sin\angle\gamma} \iff c = \dfrac{b \cdot \sin\angle\gamma}{\sin\angle\beta}$



Неверное решение

Решение № 3



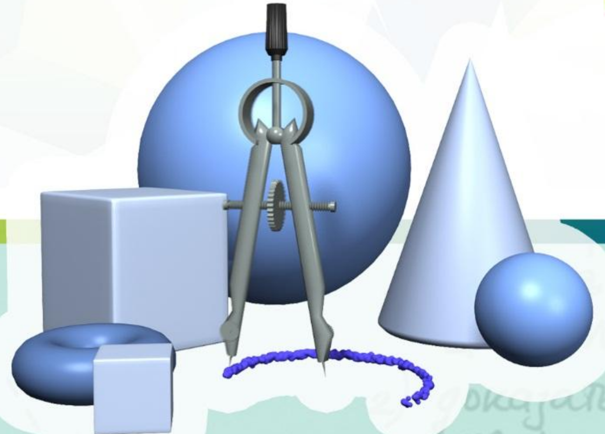
1. $\angle\alpha = 180° - (\angle\beta + \angle\gamma)$

2. $\dfrac{a}{\sin\angle\alpha} = \dfrac{b}{\sin\angle\beta} \iff a = \dfrac{b\cdot\sin\angle\alpha}{\sin\angle\beta}$

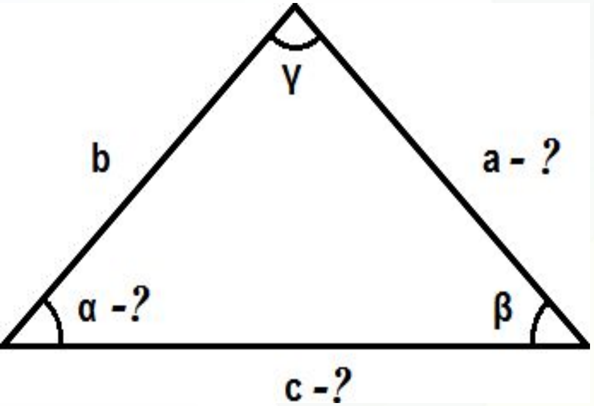
3. $a^2 = c^2 + b^2 - 2\cdot c\cdot b\cdot\cos\angle\alpha$

$a = \sqrt{c^2 + b^2 - 2\cdot c\cdot b\cdot\cos\angle\alpha}$

Верное решение



Решение № 4



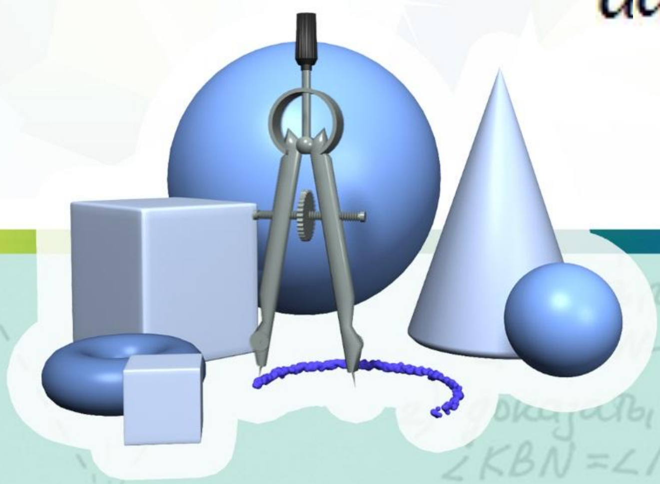
1. $\angle\alpha = 180° - (\angle\beta + \angle\gamma)$

2. $\dfrac{a}{\sin\angle\alpha} = \dfrac{b}{\sin\angle\beta} \quad <=> \quad a = \dfrac{b\cdot\sin\angle\alpha}{\sin\angle\beta}$

3.

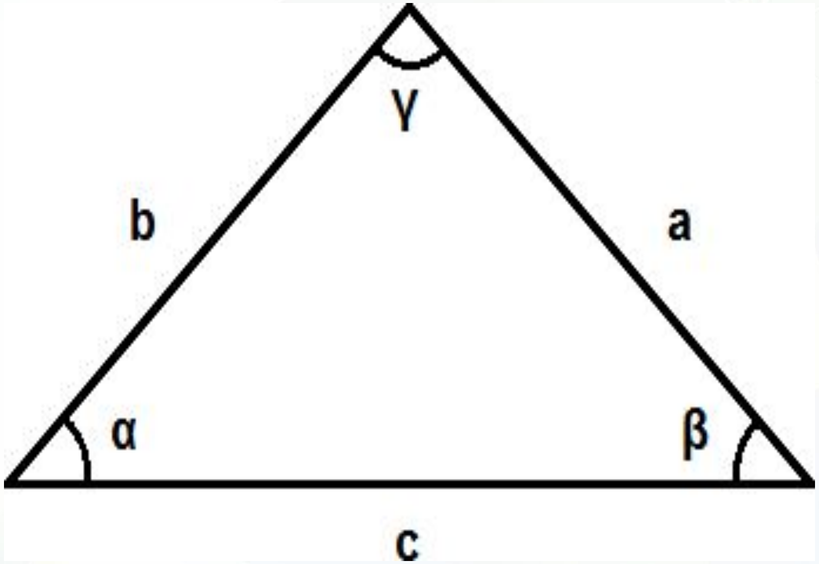
$$a^2 = c^2 + b^2 - 2\cdot c\cdot b\cdot\cos\angle\alpha$$

$$aa = \sqrt{c^2 + b^2 - 2\cdot c\cdot b\cdot\cos\angle\alpha}$$



Неверное решение

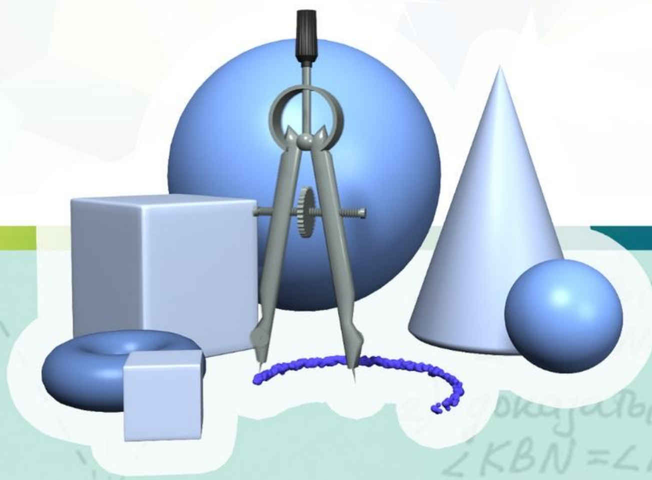
Вырази искомые элементы треугольника через заданные



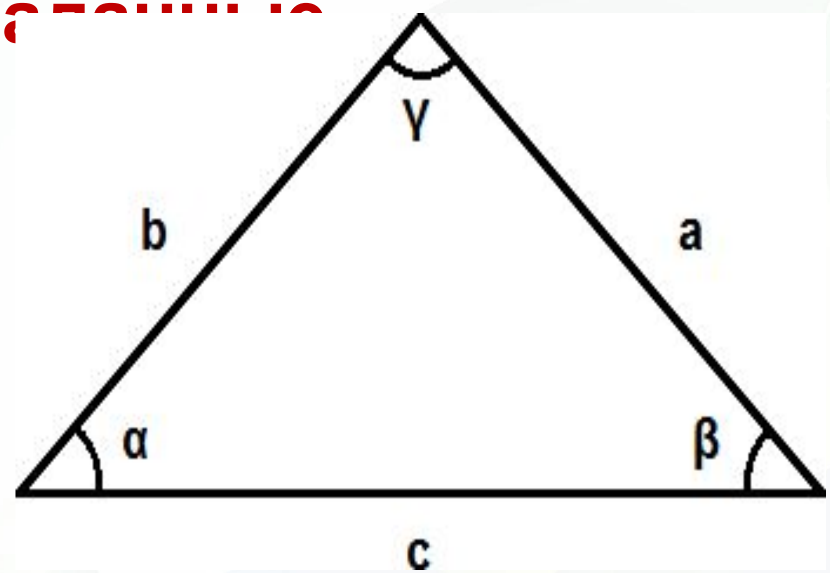
$$a^2 =$$
$$b^2 = \quad ?$$
$$c^2 =$$

$$\cos\alpha =$$
$$\cos\beta = \quad ?$$
$$\cos\gamma =$$

$$\sin a =$$
$$\sin\gamma = \quad ?$$
$$\sin\beta =$$



Вырази искомые элементы треугольника через заданные

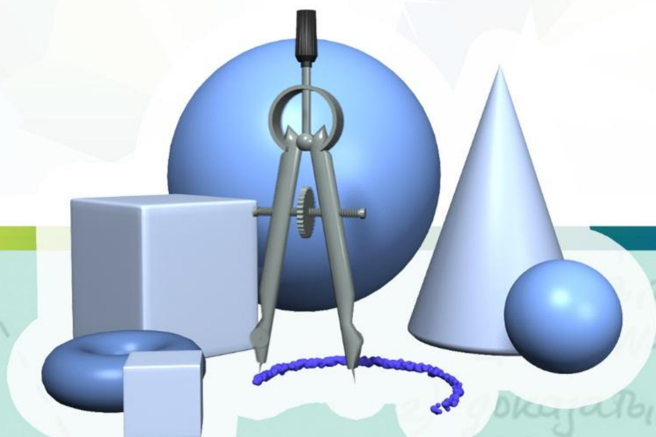


Теорема косинусов

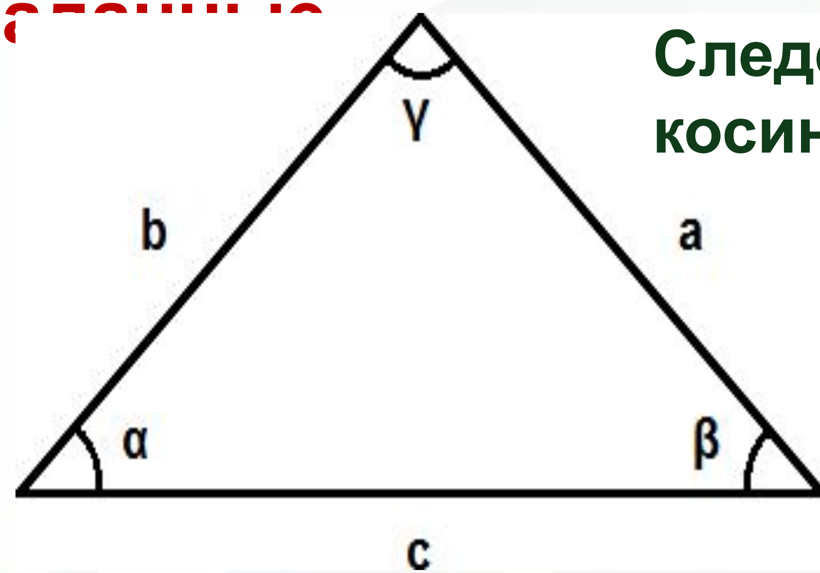
$$a^2 = c^2 + b^2 - 2 \cdot c \cdot b \cdot \cos\angle\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos\angle\beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\angle\gamma$$



Вырази искомые элементы треугольника через заданные

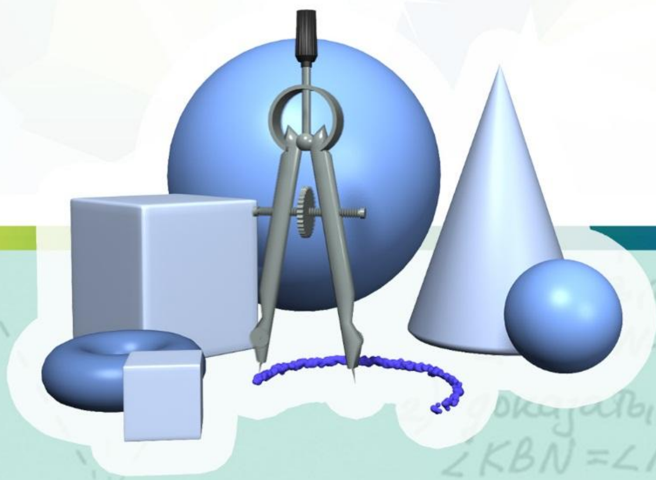


Следствия из теоремы косинусов:

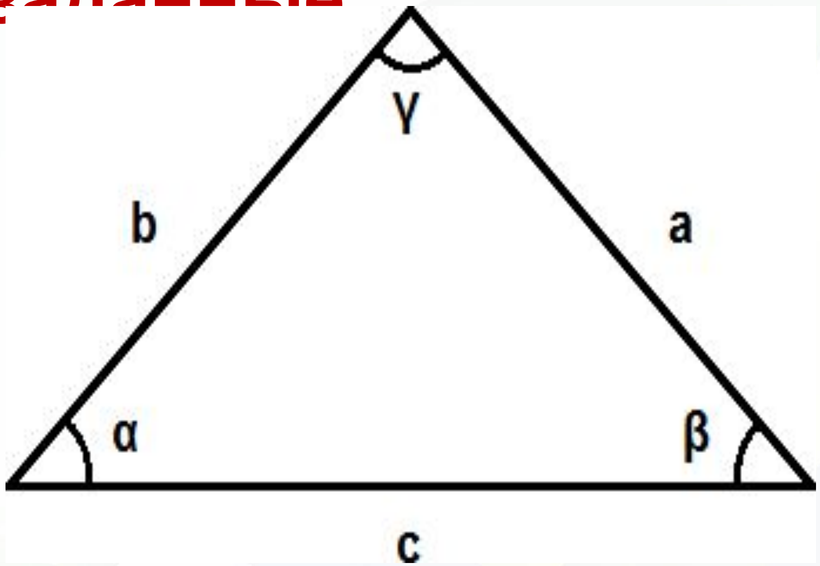
$$\cos\angle\alpha = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2 \cdot c \cdot b}$$

$$\cos\angle\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}$$

$$\cos\angle\gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$$



Вырази искомые элементы треугольника через заданные

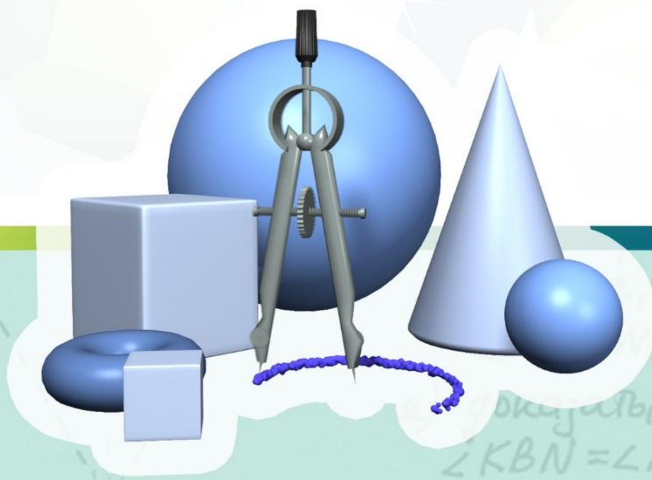


Следствия из теоремы синусов:

$$\sin\angle\alpha = \frac{a \cdot \sin\angle\gamma}{c} = \frac{a \cdot \sin\angle\beta}{b}$$

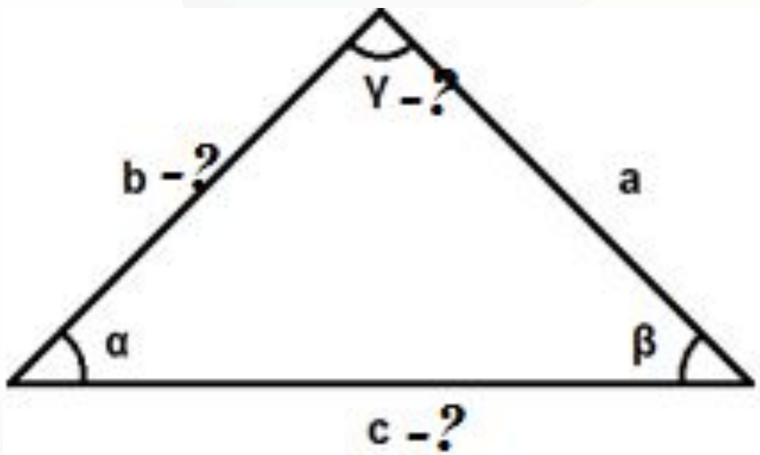
$$\sin\angle\beta = \frac{b \cdot \sin\angle\gamma}{c} = \frac{b \cdot \sin\angle\alpha}{a}$$

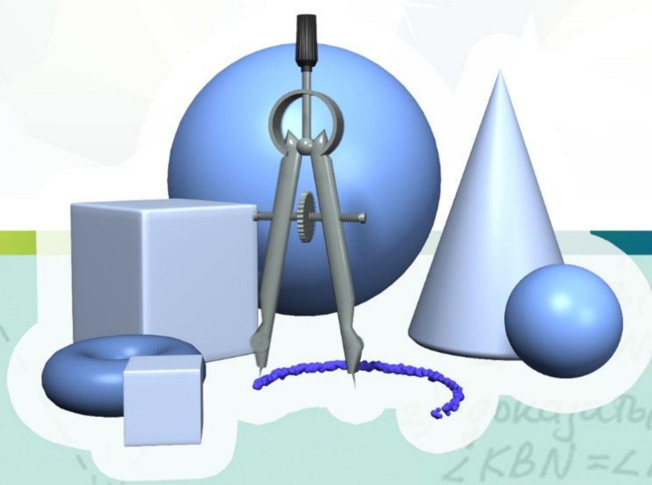
$$\sin\angle\gamma = \frac{c \cdot \sin\angle\alpha}{a} = \frac{c \cdot \sin\angle\beta}{b}$$



Основные виды задач на решение треугольника

I вид по стороне и двум углам





Дано: $a, \angle\alpha, \angle\beta$

Найти: $\angle\gamma$, b, c.

Решение:

По теореме о сумме углов треугольника:

$\gamma = 180° - (\alpha+\beta)$;

По теореме синусов:

$$\frac{a}{\sin\angle\alpha} = \frac{b}{\sin\angle\beta} <=> b = \frac{a \cdot \sin\angle\beta}{\sin\angle\alpha}$$

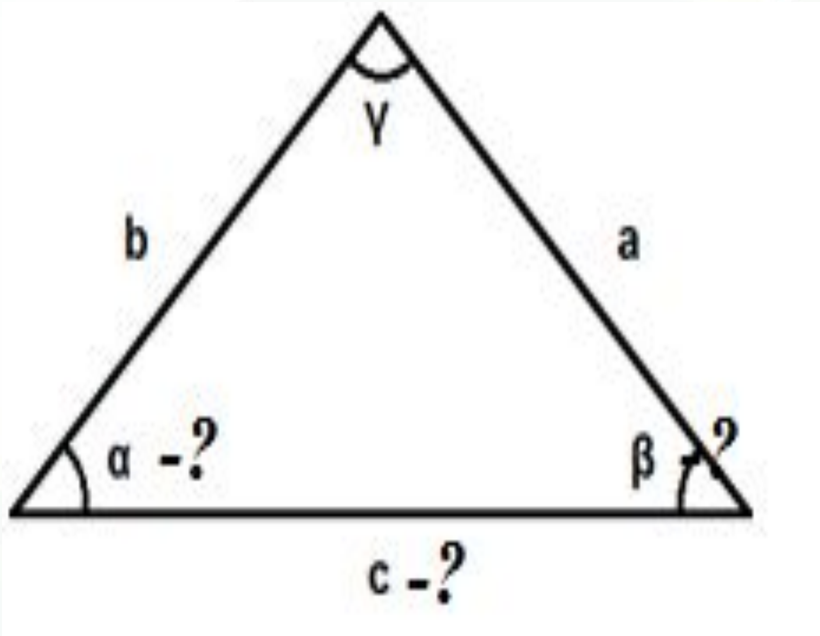
$$\frac{b}{\sin\angle\beta} = \frac{c}{\sin\angle\gamma} <=> c = \frac{b \cdot \sin\angle\gamma}{\sin\angle\beta}$$

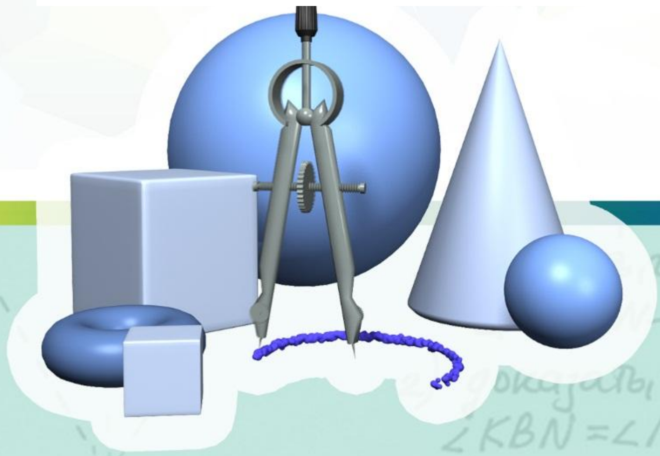
Или по теореме косинусов:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\angle\gamma$$

Основные виды задач на решение треугольника

II вид: по двум сторонам и углу между ними.





Дано: a, b, ∠γ.
Найти:c, ∠α, ∠β,.
Решение:

По теореме косинусов:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot cos\angle\gamma$$

Находим ∠α:

$$cos\angle\alpha = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2 \cdot c \cdot b}$$

Или по теореме синусов:

$$\frac{a}{\sin\angle\alpha} = \frac{c}{\sin\angle\gamma}$$

$$\sin\angle\alpha = \frac{a \cdot \sin\angle\gamma}{c}$$

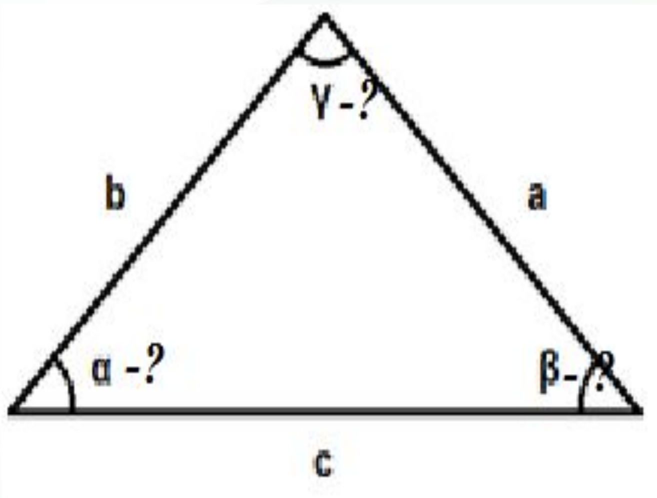
Используем таблицу значений косинуса или синуса находим ∠α.

По теореме о сумме углов треугольника:

∠β =180°-(∠α+∠γ)

Основные виды задач на решение треугольника

II вид: по трем сторонам



Дано: а, в, с.

Найти: $\angle\alpha, \angle\beta, \angle\gamma$.

Решение:

По теореме косинусов:

$$a^2 = c^2 + b^2 - 2 \cdot c \cdot b \cdot \cos\angle\alpha$$

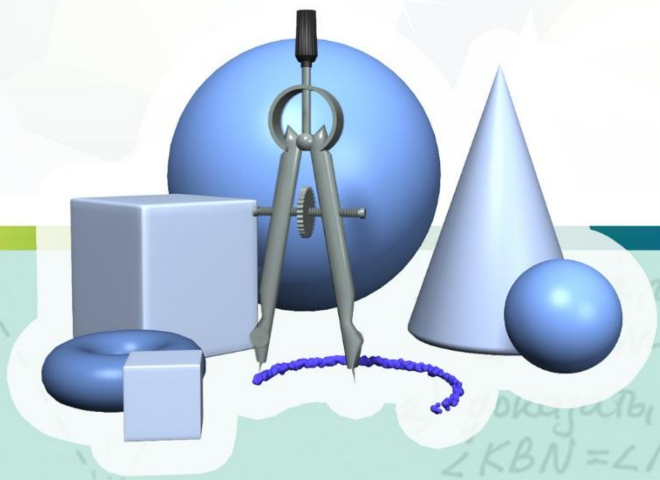
$$\cos\angle\alpha = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2 \cdot c \cdot b}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot c \cdot a \cdot \cos\angle\beta$$

$$\cos\angle\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}$$

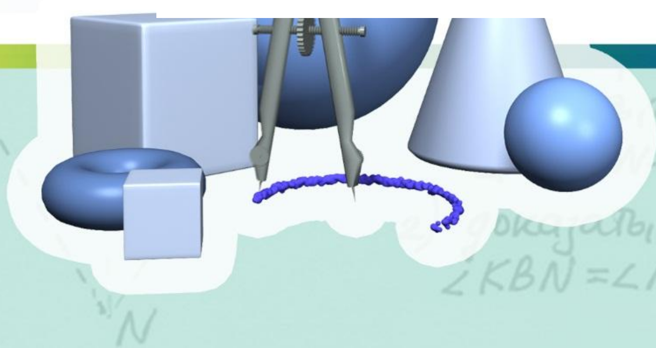
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\angle\gamma$$

$$\cos\angle\gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$$



Умение решать задачи - такое же практическое искусство, как умение плавать или бегать на лыжах. Ему можно научиться только путём подражания или упражнения.

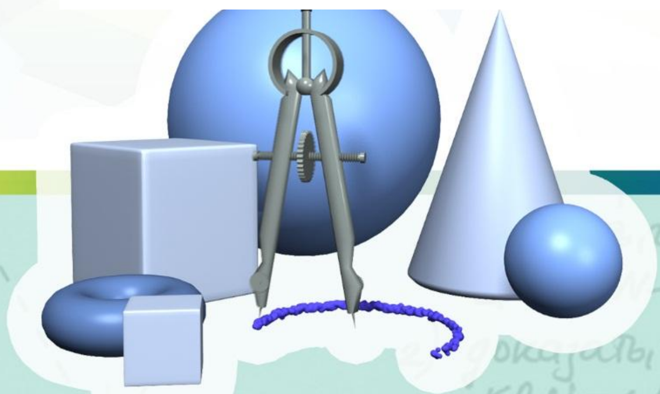
Д. Пойа



<u>РЕШАЕМ ЗАДАЧИ</u>

1. Найти сторону АВ треугольника АВС , если АС=120м, а углы А и С равны 45 и 60 градусов соответственно.

2. Угол при вершине D трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC равен 60º. Найдите диагонали трапеции, если AD = 10, BC = 3 и CD = 4.



Физкульт. минутка: работа с рулеткой по измерению сторон треугольника

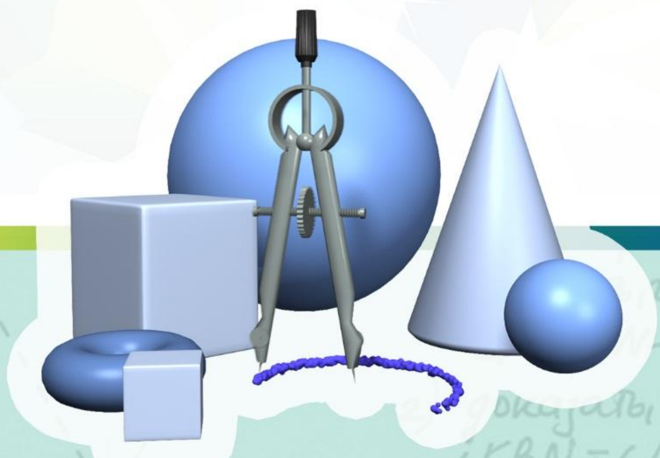
1 группа: вершинами треугольника являются точки - центры столов, за которыми они сидят

2 группа: вершинами треугольника являются точки выделенные цветными магнитиками на доске

3 группа: вершинами треугольника являются точки выделенные цветными магнитиками на стене

Все данные зафиксировать себе в тетрадь

Решение задач в группах

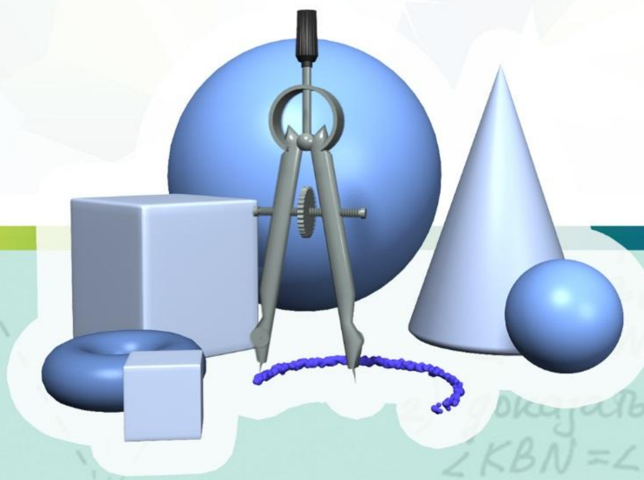


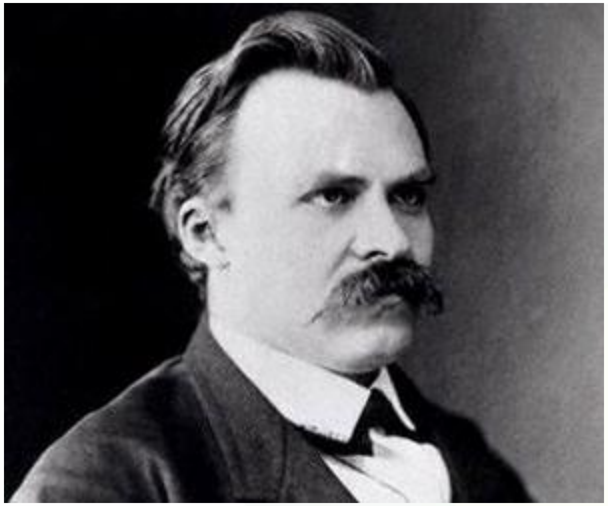
Домашнее задание

Найдите углы треугольников, стороны которых вы замерили рулеткой

РЕФЛЕКСИЯ

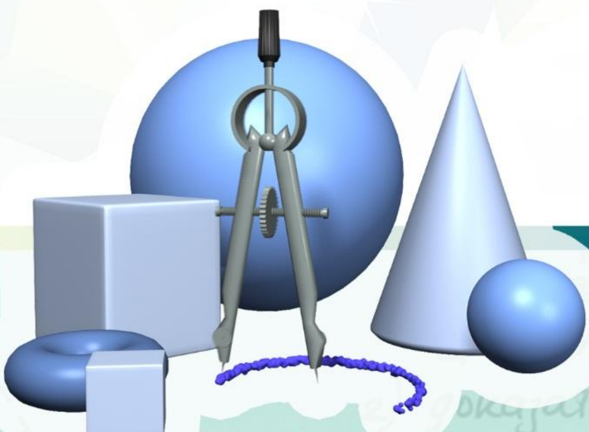
Сегодня я узнал……………..
Мне было интересно…………..
Для меня было трудно………..
Теперь я могу………………..
Я научился………………..
У меня получилось ……………..





То, что не убьет нас сегодня,
завтра сделает нас сильнее

Фридрих Ницше



Спасибо за урок