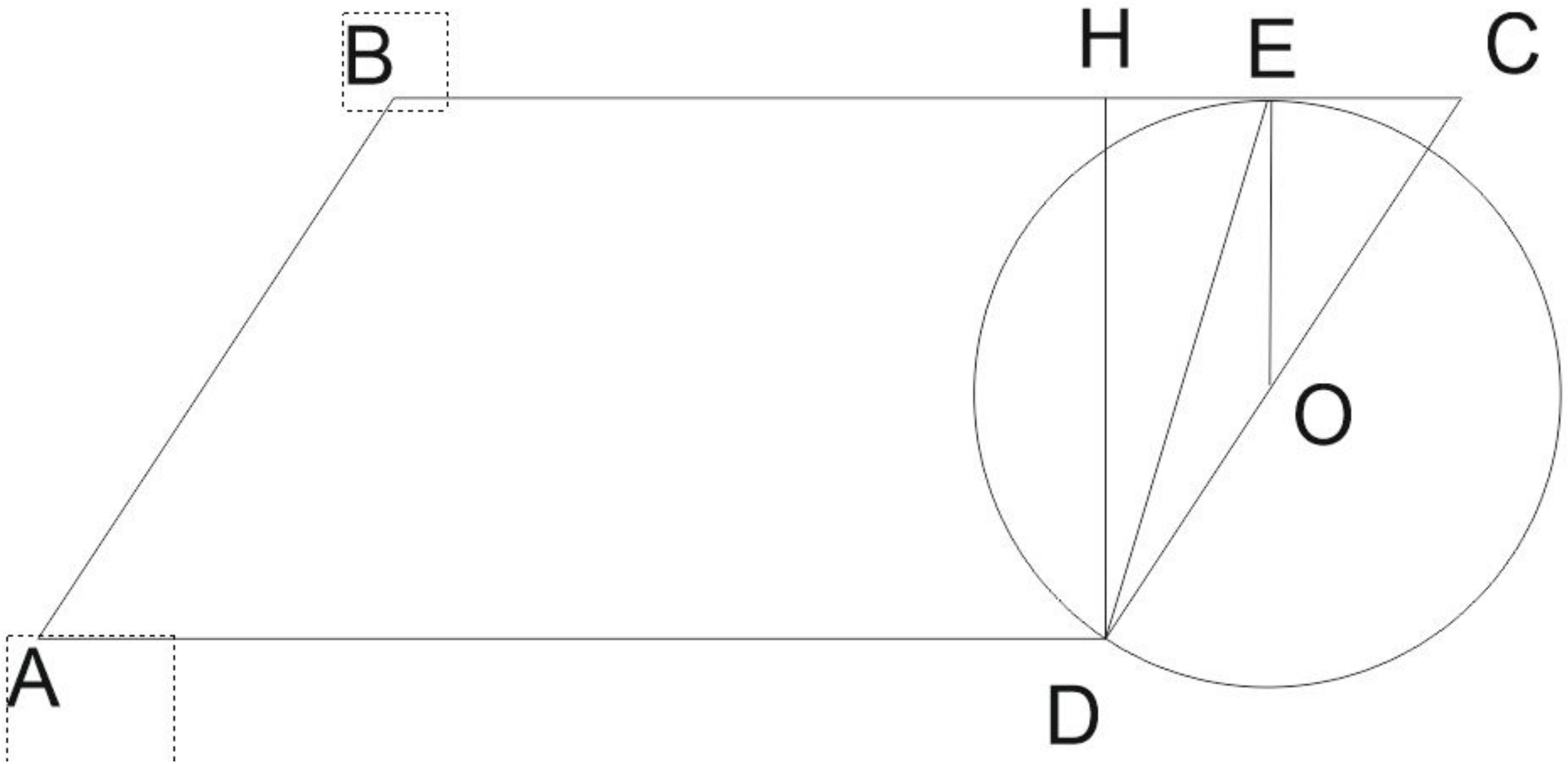
Планиметрия

Вспоминаем

- Окружность, касательная, секущая
- Теорема о секущих, теорема о квадрате касательной
- Пересечение хорд в окружности
- Вписанный описанный четырехугольник
- Вписанная трапеция

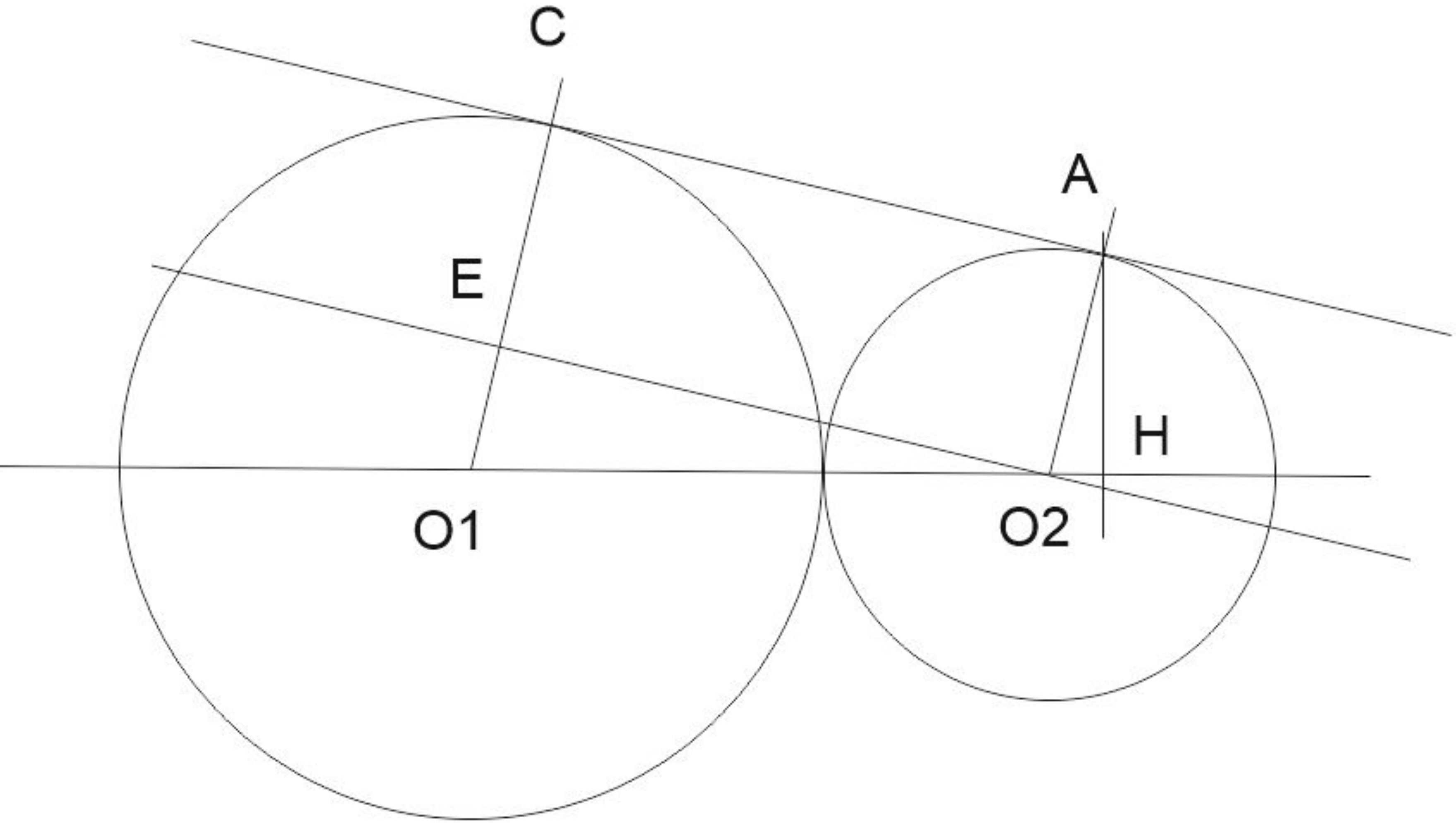
4. В параллелограмме $ABCD$ окружность радиуса $\frac{1}{4}$ с центром на отрезке CD проходит через точку D и касается отрезка BC в точке E такой, что угол BED равен $\operatorname{arctg}\frac{4}{3}$. Найдите высоту параллелограмма DF и длину отрезка CD. Найдите площадь параллелограмма, если $AB = BE$.

Ответ: $DF = \frac{8}{25}$, $CD = \frac{24}{21}$, $S = \frac{16}{25}$.



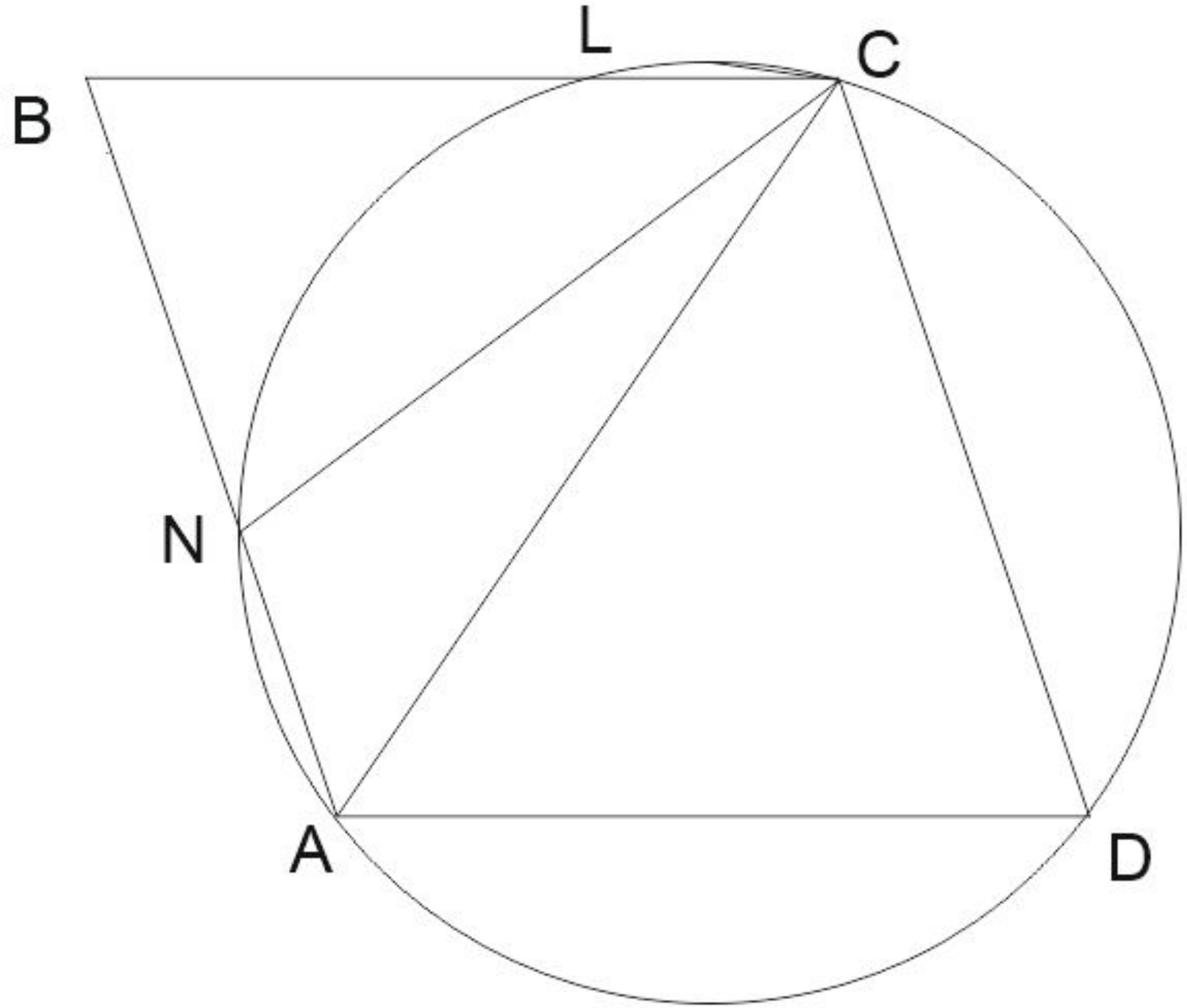
4. Две окружности разных радиусов касаются внешним образом. К ним проведены две общие внешние касательные AC и BD. Их точки касания с меньшей окружностью – A и B, с большей окружностью – C и D. Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AB = \frac{24}{5}$, $AC = 12$.

Ответ: $r = 3$, $R = 12$.



5. В параллелограмме $ABCD$ угол ADC равен $\arcsin\frac{\sqrt{24}}{5}$. Окружность Ω, проходящая через точки A, C и D, пересекает стороны AB и BC в точках N и L соответственно, причём $AN = 11$, $BL = 6$. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$ и радиус окружности Ω.

Ответ: $S = 60\sqrt{6}$, $R = \frac{5\sqrt{265}}{4\sqrt{6}}$.



7. В углы A и B треугольника ABC вписаны соответственно окружности с центрами O_1 и O_2 равного радиуса, точка O - центр окружности, вписанной в треугольник ABC. Данные окружности касаются стороны AB в точках K_1, K_2 и K соответственно, при этом $AK_1 = 4$, $BK_2 = 6$, и $AB = 16$.

а) Найдите длину отрезка AK.

б) Пусть окружность с центром O_1 касается стороны AC в точке K_3. Найдите угол CAB, если известно, что точка O_1 является центром окружности, описанной около треугольника OK_1K_3.