«НАУЧНЫЕ ОТКРЫТИЯ РОССИИ»

ВЫПОЛНИЛ:

КАРЛЫШЕВ МАКСИМ

ГРУППА 322

ЗАДАЧА ТЫСЯЧЕЛЕТИЯ

ТЕОРЕМА ПУАНКАРЕ

ЧТО ТАКОЕ ТОПОЛОГИЯ?

- ТОПОЛОГИЮ ЧАСТО ОПРЕДЕЛЯЮТ КАК «РЕЗИНОВУЮ ГЕОМЕТРИЮ», Т.Е. КАК НАУКУ О СВОЙСТВАХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР, КОТОРЫЕ НЕ МЕНЯЮТСЯ ПРИ ПЛАВНЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ БЕЗ РАЗРЫВОВ И СКЛЕЕК.
- ГЛАВНУЮ ИДЕЮ ПРОЩЕ ВСЕГО ОБЪЯСНИТЬ НА КЛАССИЧЕСКОМ ПРИМЕРЕ КРУЖКИ И БУБЛИКА. КРУЖКУ МОЖНО ПРЕВРАТИТЬ В БУБЛИК НЕПРЕРЫВНОЙ ДЕФОРМАЦИЕЙ.

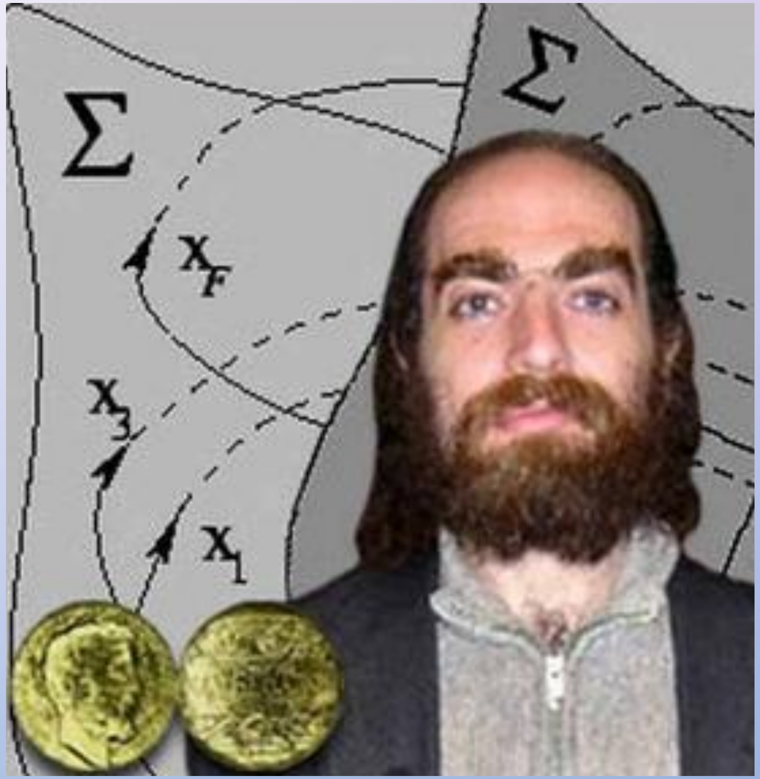
ГИПОТЕЗА ПУАНКАРЕ

— УТВЕРЖДАЕТ, ЧТО ВСЯКОЕ ЗАМКНУТОЕ N-МЕРНОЕ МНОГООБРАЗИЕ ГОМОТОПИЧЕСКИ ЭКВИВАЛЕНТНО N-МЕРНОЙ СФЕРЕ ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ОНО ГОМЕОМОРФНО ЕЙ.

ЕЕ СУТЬ - ТРЕХМЕРНЫЙ ОБЪЕКТ БЕЗ СКВОЗНЫХ ОТВЕРСТИЙ ТОПОЛОГИЧЕСКИ ЭКВИВАЛЕНТЕН СФЕРЕ.

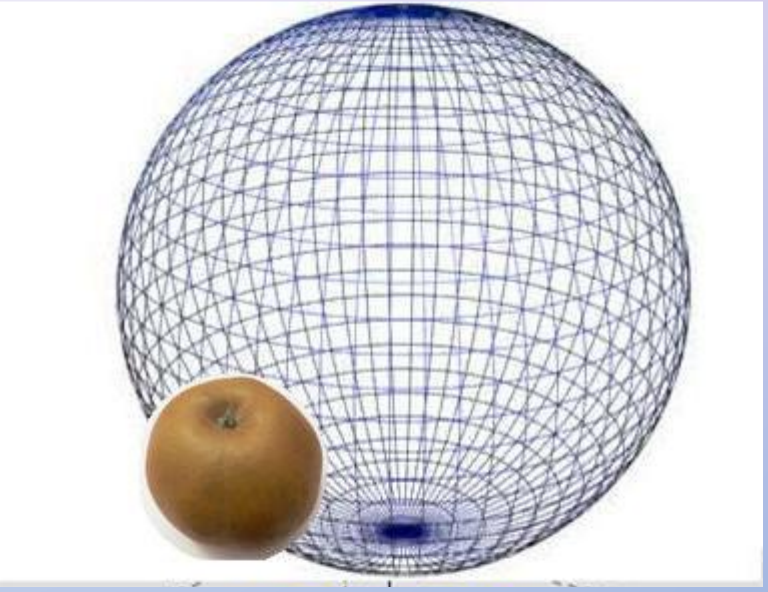
РОССИЙСКИЙ МАТЕМАТИК ГРИГОРИЙ ПЕРЕЛЬМАН В 2002 ГОДУ ДОКАЗАЛ ГИПОТЕЗУ ПУАНКАРЕ

ПЕРЕЛЬМАН СМОГ ДОКАЗАТЬ ЭТУ ГИПОТЕЗУ, ОДНАКО НЕБЫВАЛУЮ ПОПУЛЯРНОСТЬ В СМИ ОН ПОЛУЧИЛ ТОГДА, КОГДА ОТКАЗАЛСЯ ОТ ПРЕМИИ В 1 МИЛЛИОН ДОЛЛАРОВ ОТ ИНСТИТУТА КЛЭЯ ЗА ЭТО ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

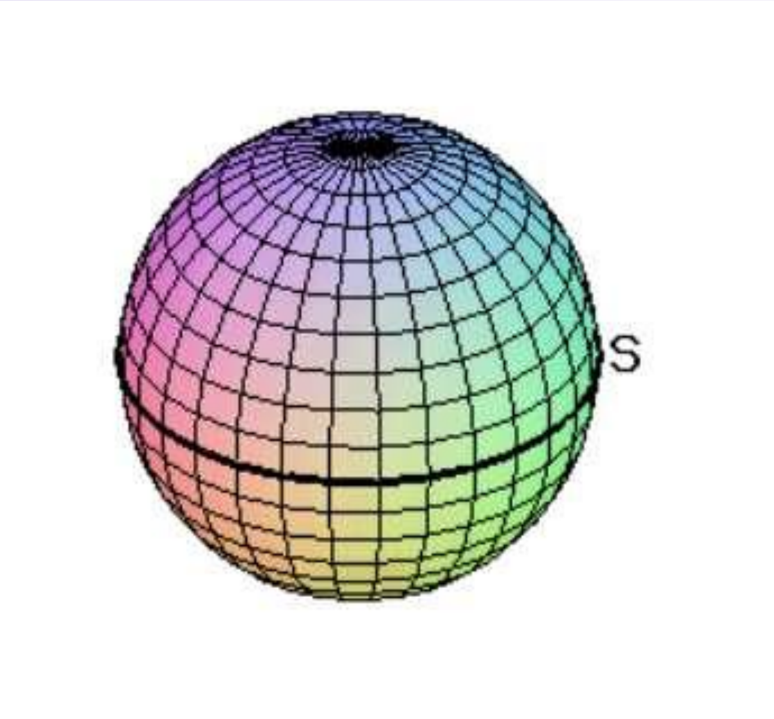


СФЕРА ЯВЛЯЕТСЯ ДВУМЕРНОЙ

- ДВУМЕРНАЯ СФЕРА ВКЛЮЧАЕТ В СЕБЯ ВСЕ ТОЧКИ ТРЕХМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА, РАВНОУДАЛЕННЫЕ ОТ НЕКОТОРОЙ ТОЧКИ, КОТОРУЮ НАЗЫВАЮТ ЦЕНТРОМ, ОДНАКО ОНА НЕ ПРИНАДЛЕЖИТ СФЕРЕ



ШАР — ТРЕХМЕРНЫЙ.

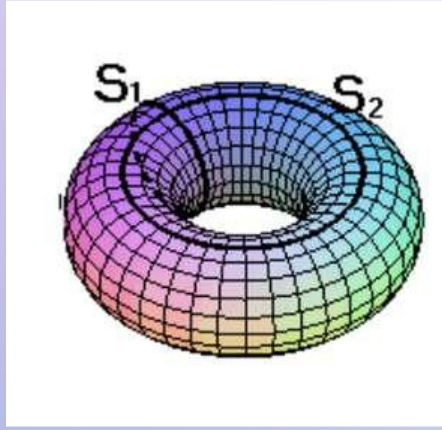


- ТРЕХМЕРНАЯ СФЕРА СОДЕРЖИТ В СЕБЕ ВСЕ ТОЧКИ ЧЕТЫРЕХМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА, ТАКЖЕ РАВНОУДАЛЕННЫЕ ОТ ЦЕНТРА, КОТОРЫЙ СФЕРЕ НЕ ПРИНАДЛЕЖИТ.

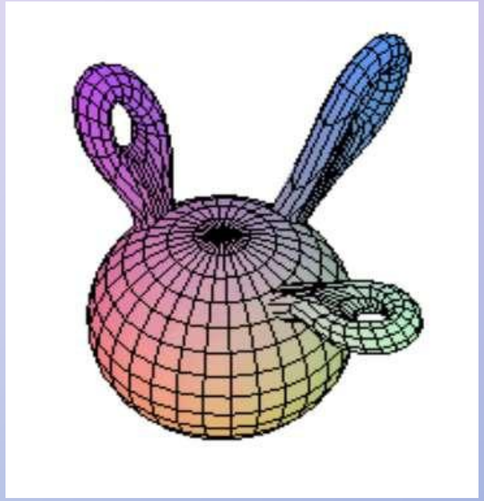
Гипотеза Пуанкаре, а ныне теорема Пуанкаре — Перельмана, — это фундаментальное наблюдение в топологии. С точки зрения человека, она описывает мир, в котором мы живем. Но что мы знаем о нашем мире? Во-первых, он трехмерный, а значит, из любой фиксированной точки мы можем провести три оси, которые будут перпендикулярны друг другу попарно, а четвертую ось уже невозможно провести. Четвертая ось уходит в новые измерения, поэтому она не видна. Во-вторых, в районе любой точки, в которой ты находишься, мир устроен одинаково, и обзор с каждой точки похож на обзор с другой. Локально он устроен как внутренность футбольного мяча. Если говорить научным языком, то наш мир является гладким трехмерным многообразием

Третьим условием служит тонкое свойство нашего мира, о котором рассказывают путем аналогий с осязаемыми объектами, — односвязность. Рассмотрим поверхность мяча. По аналогии с нашим миром поверхность мяча можно назвать гладким двумерным многообразием. Это значит, что в каждой точке на поверхности мяча я могу провести только две прямые, которые будут друг другу перпендикулярны, поэтому третье направление будет покидать эту поверхность. Для плоского разумного существа, которое может жить на поверхности мяча, третье направление будет неосязаемым. Это существо сказало бы, что его мир двумерный, потому что есть две прямые, перпендикулярные друг другу, которые оно в каждой точке может нарисовать. Поверхность мяча обладает всеми остальными свойствами. Поверхность мяча устроена одинаково для любой точки, и она конечна.

Теперь разберемся с односвязностью. Представим, что на поверхность мяча я бросил кусок нитки. Неважно, где она находится — по диаметру или просто в окрестности, даже если она с самопересечениями. Я всегда могу стянуть ее в одну точку или убрать с мяча. Если рассмотреть поверхность бублика, в математике — тор. Все предыдущее верно и про него тоже. Он конечен, и его поверхность устроена одинаково для любой точки. Если на этом двумерном бублике будет жить очень маленький организм, то он не заметит изогнутости, и для него это будет похоже на сферу. Изогнутости — артефакт того, что бублик вложен в наш трехмерный мир. В четырехмерном мире он мог быть неизогнутым. Он бы имел другие свойства, но все равно был бы двумерным. Бублик отличается от сферы тем, что вокруг него можно через дырочку завязать нитку. Эту нитку, как ее ни шевели, снять с бублика невозможно. Я могу взять за эту веревочку, вот так поднять и подержать бублик. Это называется «неодносвязность». Существуют нитки, которые снять нельзя. На сфере таких ниток нет, а на бублике есть.



Семейство, которое начинается со сферы и продолжается бубликами с дырочками. Потом из двух бубликов создается кренделек с двумя дырками. Затем еще одну такую подрисовать.
Это полная классификация двумерных конечных поверхностей — компактных двумерных многообразий. Если наложить дополнительное условие односвязности — веревочку, которую мы завяжем, всегда можно снять, — то уйдут бублики и крендельки, потому что с них нитку нельзя снять. Остается только сфера, поэтому здесь применяется гипотеза Пуанкаре — математическая гипотеза о том, что любое двумерное, ориентируемое, компактное многообразие является сферой. Для трехмерных поверхностей гипотеза Пуанкаре идентична: любое трехмерное многообразие компактное, односвязное обязано быть трехмерной сферой, которая похожа на четырехмерный мяч. Существует непрерывное перетаскивание этой поверхности в множество, без склеиваний и разрывов. Оно задается одним уравнением: $x^2+y^2+z^2+t^2=1$ в четырехмерном пространстве.



Поверить в очевидность всех условий на примере нашей Вселенной легко, не считая односвязности. Разберемся с односвязностью с помощью космического корабля с веревкой, который запустили в долгий полет, а затем вернули в исходную точку. Мы завяжем нитку от корабля, но потом сможем ее стянуть. У нас нет полной уверенности, что корабль не обернул невидимую четырехмерную дыру, но если мы поверим во все условия, то выяснится, что мы живем на поверхности трехмерной сферы — на границе четырехмерного шара. Живем на простом уравнении. Эйлера считают основоположником идей о топологии, а Пуанкаре развил эти идеи до состояния точной науки, которая находится в сердце всех математических знаний. Если математика считается сердцем всех естественно-научных знаний, то ядром для математики служит топология. Гипотеза Пуанкаре стала сложнейшей теоремой, которую доказали только через 102 года, после того как в 1900 году ее сформулировал Анри Пуанкаре. В 2002 году российский ученый Григорий Перельман полностью доказал ее. Доказательство чрезвычайно сложное, не случайно это относят именно к топологии.

ГРИГОРИЙ ПЕРЕЛЬМАН, ДОКАЗАВШИЙ ТЕОРЕМУ ПУАНКАРЕ, ПРИЗНАЛСЯ, ЧТО ЗНАЕТ, КАК УПРАВЛЯТЬ ВСЕЛЕННОЙ, А ПОТОМУ НЕ ВИДИТ СМЫСЛА «БЕЖАТЬ ЗА МИЛЛИОНОМ»

Спасибо за внимание!