

# Дифференцирование показательной и логарифмической функций

$$(e^x)' = e^x$$

$$(e^{kx})' = ke^x$$

$$\begin{aligned} a &= e^{\ln a} \Rightarrow a^x = e^{x \ln a} \Rightarrow (a^x)' = (e^{x \ln a})' = \\ &= \ln a \cdot e^{x \ln a} = \ln a \cdot a^x \end{aligned}$$

$$(a^x)' = \ln a \cdot a^x$$

# Пример:

Вычислить значение производной функции  $y = 5^x$  в точке  $x = 0$ .

Решение:

$$(a^x)' = \ln a \cdot a^x$$

$$(5^x)' = \ln 5 \cdot 5^x$$

$$y'(0) = \ln 5 \cdot 5^0 = \ln 5 \cdot 1 = \ln 5$$

Ответ:  $y'(0) = \ln 5$ .

# Пример:

Найти производную функции  $y = 4^{6x+5}$ .

Решение:

$$f'(kx + m) = kf'(kx + m)$$

$$(a^x)' = \ln a \cdot a^x$$

$$\begin{aligned}(4^{6x+5})' &= 6 \cdot (4^{6x+5})' = 6 \cdot \ln 4 \cdot 4^{6x+5} = \ln 4^6 \cdot 4^{6x+5} = \\ &= \ln 4096 \cdot 4^{6x+5}\end{aligned}$$

Ответ:  $y' = \ln 4096 \cdot 4^{6x+5}$ .

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a} \Rightarrow (\log_a x)' = \left( \frac{\ln x}{\ln a} \right)' = \frac{1}{\ln a} \cdot (\ln x)' =$$

$$= \frac{1}{\ln a} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

# Пример:

● Вычислить значение производной функции  $y = \log_3 x$  в точке  $x = 1$ .

Решение:

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\log_3 x)' = \frac{1}{x \ln 3}$$

$$y'(1) = \frac{1}{1 \cdot \ln 3} = \frac{1}{\ln 3}$$

Ответ:  $y'(1) = \frac{1}{\ln 3}$ .

# Пример:

Найти производную функции  $y = \log_8(7x + 9)$ .

Решение:

$$f'(kx + m) = kf'(kx + m)$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\log_8(7x + 9))' = 7 \cdot (\log_8(7x + 9))' = 7 \cdot \frac{1}{(7x + 9) \ln 8}$$

$$= \frac{7}{(7x + 9) \ln 8}$$

Ответ:  $y' = \frac{7}{(7x+9)\ln 8}$ .

$$(e^x)' = e^x$$

$$(e^{kx})' = ke^x$$

$$(a^x)' = \ln a \cdot a^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$