

В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, точки  $E, K$  середины ребер  $SB$  и  $SC$  соответственно. Найдите косинус угла между прямыми  $AE$  и  $BK$ .

Найдем координаты точек  $A, B, E, K$ .

Из  $\triangle ABD$

$$BD^2 = 1^2 + 1^2$$

$$BD^2 = 2$$

$$BD = \sqrt{2}$$

$$BO = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Лучше всего выбрать начало координат в центре основания пирамиды, а оси  $X$  и  $Y$  сделать параллельными сторонам основания.

Из  $\triangle SOB$

$$SO^2 = 1^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

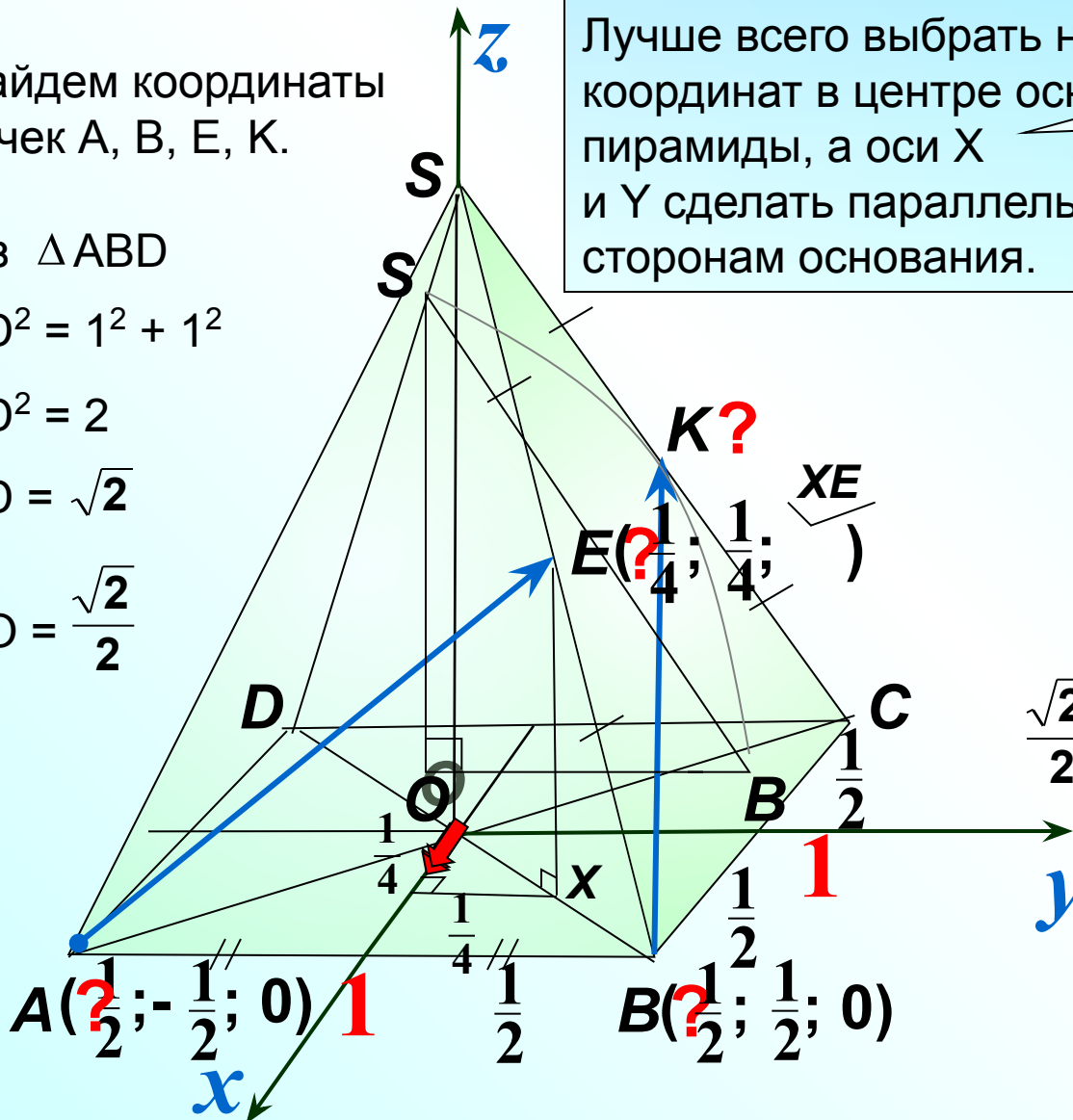
$$SO^2 = 1 - \frac{2}{4}$$

$$SO^2 = 1 - \frac{1}{2}$$

$$SO^2 = \frac{1}{2}$$

$$SO = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

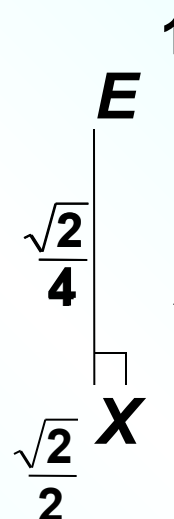
$$SO = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$A\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)$$

$$B\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$$

$$E\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$$



В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, точки  $E, K$  середины ребер  $SB$  и  $SC$  соответственно. Найдите косинус угла между прямыми  $AE$  и  $BK$ .

$$A\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)$$

$$B\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$$

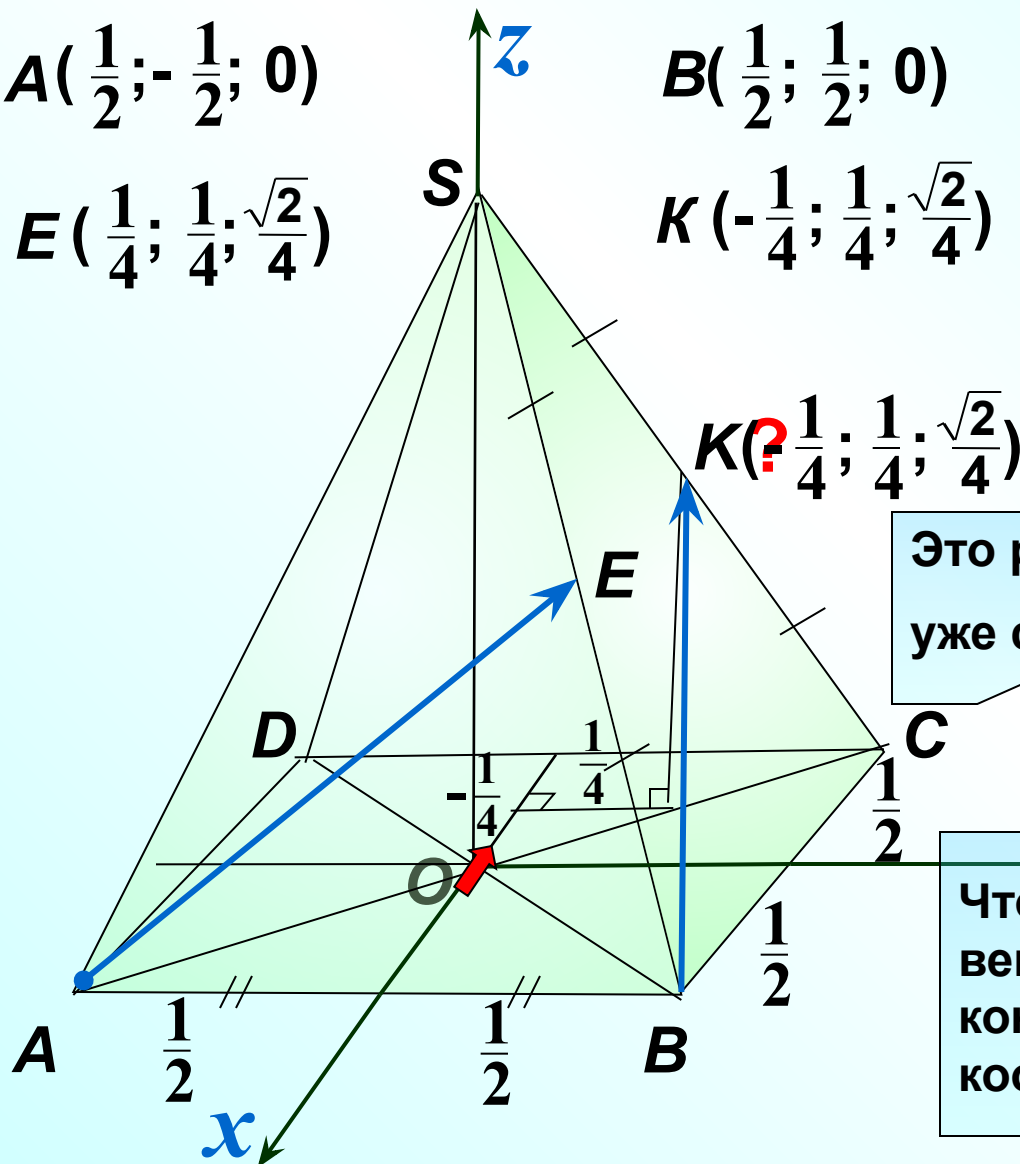
$$E\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$$

$$K\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$$

Найдем координаты точки  $K$ , векторов  $\vec{AE}$  и  $\vec{BK}$ .

1.  $\vec{AE} \left(-\frac{1}{4}; \frac{3}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

2.  $\vec{BK} \left(-\frac{3}{4}; -\frac{1}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$



Это расстояние мы уже считали  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  ❌

Чтобы найти координаты вектора вычтем из координат конца соответствующие координаты начала вектора. ❌

1.  $\vec{AE} \left(-\frac{1}{4}; \frac{3}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

2.  $\vec{BK} \left(-\frac{3}{4}; -\frac{1}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

3.  $\cos \varphi = \frac{|x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$

$$\cos \varphi = \frac{\left| -\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} \right|}{\sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2} \cdot \sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2}} = \frac{\left| \frac{3}{16} - \frac{3}{16} + \frac{2}{16} \right|}{\sqrt{\frac{12}{16}} \cdot \sqrt{\frac{12}{16}}}$$

$$= \frac{\left| +\frac{1}{8} \right|}{\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\frac{3}{4}}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{6}$$