В правильной четырехугольной пирамиде SABCD, все ребра которой равны 1, точки E, K середины ребер SB и SC соответственно. Найдите косинус угла между прямыми AE и BK.

Найдем координаты точек A, B, E, K.

Лучше всего выбрать начало координат в центре основания пирамиды, а оси X и Y сделать параллельными сторонам основания.

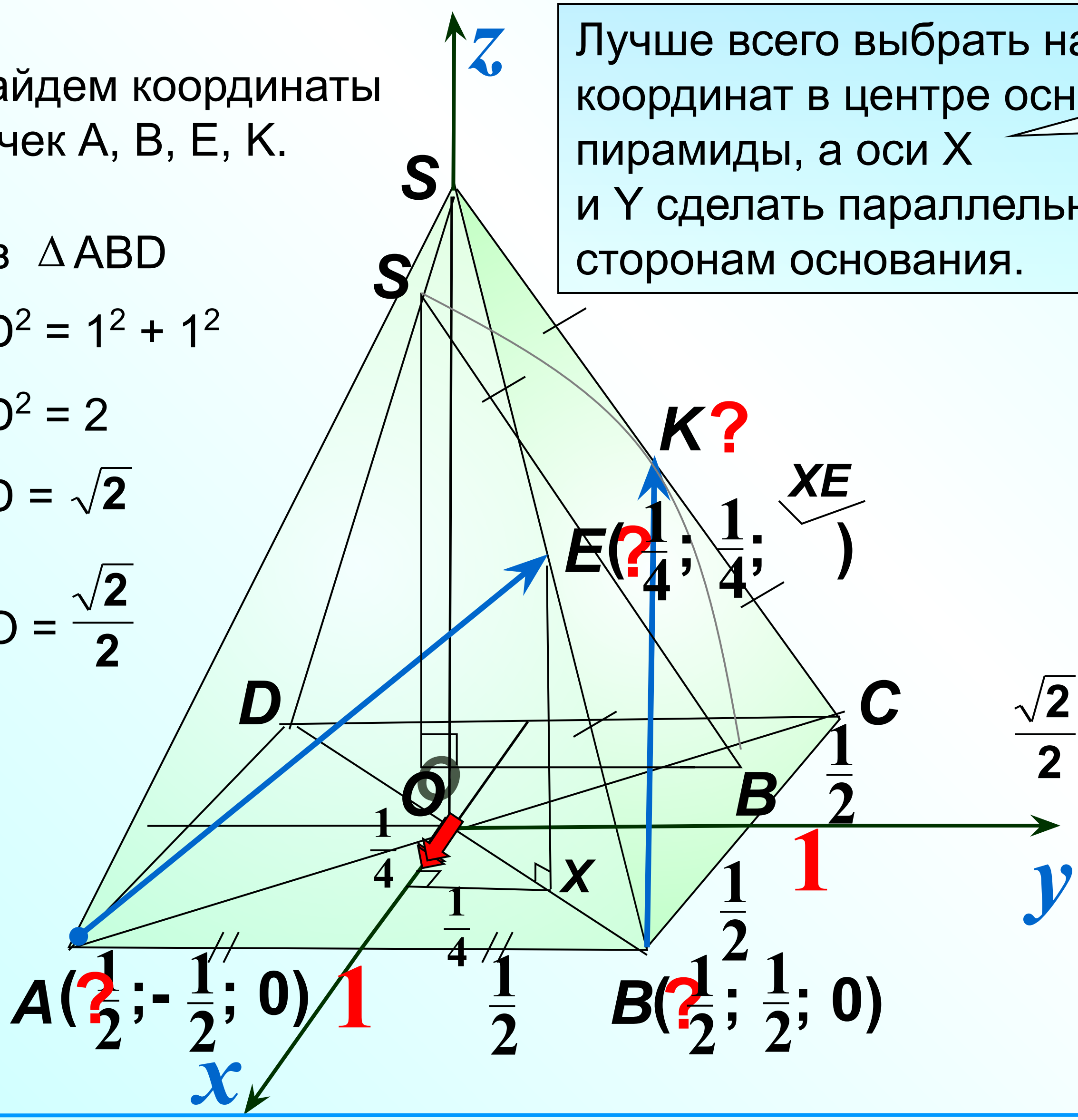
Из ΔABD

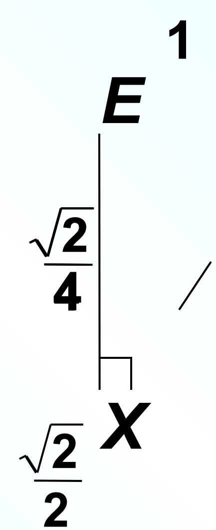
$BD^2 = 1^2 + 1^2$

$BD^2 = 2$

$BD = \sqrt{2}$

$BO = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$





Из ΔSOB

$SO^2 = 1^2 - \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$SO^2 = 1 - \dfrac{2}{4}$

$SO^2 = 1 - \dfrac{1}{2}$

$SO^2 = \dfrac{1}{2}$

$SO = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$SO = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

В правильной четырехугольной пирамиде SABCD, все ребра которой равны 1, точки E, K середины ребер SB и SC соответственно. Найдите косинус угла между прямыми AE и BK.

$A\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)$ $B\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$

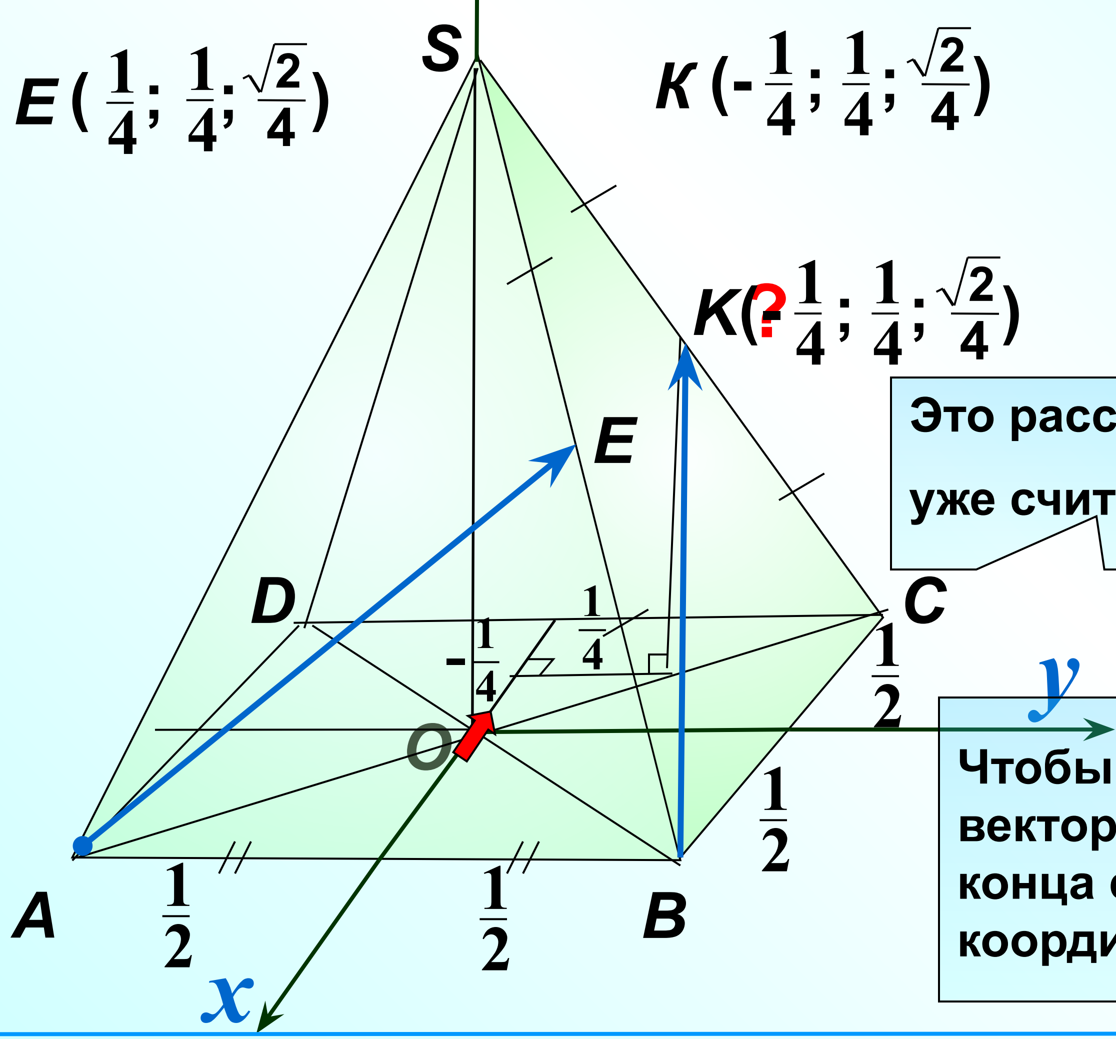
$E\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ $K\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

Найдем координаты точки К.

векторов $\overrightarrow{AE}$ и $\overrightarrow{BK}$.

1. $\overrightarrow{AE}\left(-\frac{1}{4}; \frac{3}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

2. $\overrightarrow{BK}\left(-\frac{3}{4}; -\frac{1}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$



Это расстояние мы уже считали $\frac{\sqrt{2}}{4}$

Чтобы найти координаты вектора вычтем из координат конца соответствующие координаты начала вектора.

1. $\overrightarrow{AE}\ \left(-\frac{1}{4};\ \frac{3}{4};\ \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

2. $\overrightarrow{BK}\ \left(-\frac{3}{4};-\frac{1}{4};\ \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

3. $\cos\varphi = \dfrac{\left|x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2\right|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$

$$\cos\varphi = \frac{\left|-\frac{1}{4}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{\sqrt{2}}{4}\cdot\frac{\sqrt{2}}{4}\right|}{\sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{3}{4}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2}\cdot\sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2+\left(-\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2}} = \frac{\left|\frac{3}{16}-\frac{3}{16}+\frac{2}{16}\right|}{\sqrt{\frac{12}{16}}\cdot\sqrt{\frac{12}{16}}}$$

$$= \frac{\left|+\frac{1}{8}\right|}{\sqrt{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt{\frac{3}{4}}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{8}\cdot\frac{4}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\cos\varphi = \frac{1}{6}$$