

# Исследование цепей с последовательным и параллельным соединением резисторов

## Последовательное соединение сопротивлений

Возьмем три постоянных сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  и включим их в цепь так, чтобы конец первого сопротивления  $R_1$  был соединен с началом второго сопротивления  $R_2$ , конец второго — с началом третьего  $R_3$ , а к началу первого сопротивления и к концу третьего подведем проводники от источника тока (рис. 1).

Такое соединение сопротивлений называется последовательным. Очевидно, что ток в такой цепи будет во всех ее точках один и тот же.

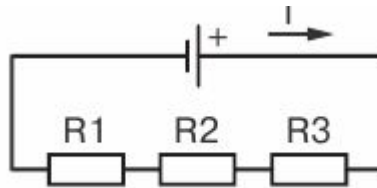


Рис 1. Последовательное соединение сопротивлений

Как определить общее сопротивление цепи, если все включенные в нее последовательно сопротивления мы уже знаем? Используя положение, что напряжение  $U$  на зажимах источника тока равно сумме падений напряжений на участках цепи, мы можем написать:

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

где

$$U_1 = IR_1 \quad U_2 = IR_2 \quad \text{и} \quad U_3 = IR_3$$

или

$$IR = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

Вынеся в правой части равенства  $I$  за скобки, получим  $IR = I(R_1 + R_2 + R_3)$ .

Поделив теперь обе части равенства на  $I$ , будем окончательно иметь  $R = R_1 + R_2 + R_3$

Таким образом, мы пришли к выводу, что при последовательном соединении сопротивлений общее сопротивление всей цепи равно сумме сопротивлений отдельных участков.

Проверим этот вывод на следующем примере. Возьмем три постоянных сопротивления, величины которых известны (например,  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 20 \text{ Ом}$  и  $R_3 = 50 \text{ Ом}$ ). Соединим их последовательно (рис. 2) и подключим к источнику тока, ЭДС которого равна  $60 \text{ В}$  (внутренним сопротивлением источника тока пренебрегаем).

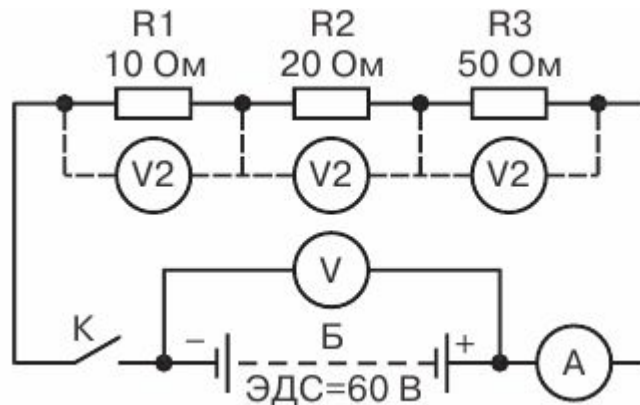


Рис. 2. Пример последовательного соединения трех сопротивлений

Подсчитаем, какие показания должны дать приборы, включенные, как показано на схеме, если замкнуть цепь. Определим внешнее сопротивление цепи:  $R = 10 + 20 + 50 = 80 \text{ Ом}$ .

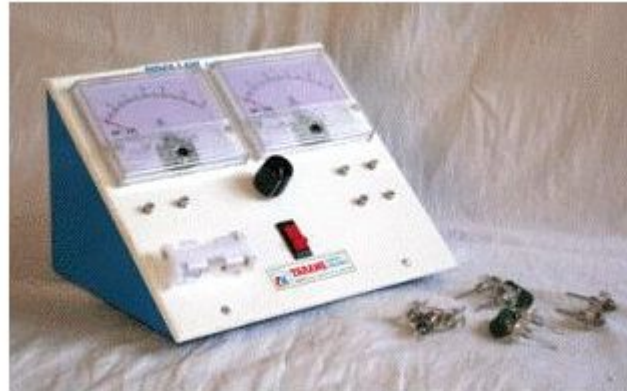
Найдем ток в цепи по закону Ома:  $60 / 80 = 0,75 \text{ А}$

Зная ток в цепи и сопротивления ее участков, определим падение напряжения на каждом участке цепи  $U_1 = 0,75 \times 10 = 7,5 \text{ В}$ ,  $U_2 = 0,75 \times 20 = 15 \text{ В}$ ,  $U_3 = 0,75 \times 50 = 37,5 \text{ В}$ .

Зная падение напряжений на участках, определим общее падение напряжения во внешней цепи, т. е. напряжение на зажимах источника тока  $U = 7,5 + 15 + 37,5 = 60 \text{ В}$ .

Мы получили таким образом, что  $U = 60 \text{ В}$ , т. е. несуществующее равенство ЭДС источника тока и его напряжения. Объясняется это тем, что мы пренебрегли внутренним сопротивлением источника тока.

Замкнув теперь ключ выключатель К, можно убедиться по приборам, что наши подсчеты примерно верны.



## Параллельное соединение сопротивлений

Возьмем два постоянных сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  и соединим их так, чтобы начала этих сопротивлений были включены в одну общую точку  $a$ , а концы — в другую общую точку  $б$ . Соединив затем точки  $a$  и  $б$  с источником тока, получим замкнутую электрическую цепь. Такое соединение сопротивлений называется параллельным соединением.

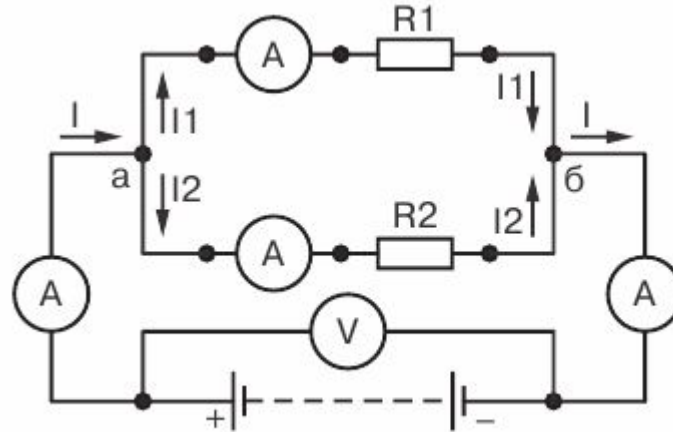


Рис 3. Параллельное соединение сопротивлений

Проследим течение тока в этой цепи. От положительного полюса источника тока по соединительному проводнику ток дойдет до точки  $a$ . В точке  $a$  он разветвится, так как здесь сама цепь разветвляется на две отдельные ветви: первую ветвь с сопротивлением  $R_1$  и вторую — с сопротивлением  $R_2$ . Обозначим токи в этих ветвях соответственно через  $I_1$  и  $I_2$ . Каждый из этих токов пойдет по своей ветви до точки  $б$ . В этой точке произойдет слияние токов в один общий ток, который и придет к отрицательному полюсу источника тока.

Таким образом, при параллельном соединении сопротивлений получается разветвленная цепь. Посмотрим, какое же будет соотношение между токами в составленной нами цепи.

Включим амперметр между положительным полюсом источника тока (+) и точкой а и заметим его показания. Включив затем амперметр (показанный «а рисунке пунктиром) в провод, соединяющий точку б с отрицательным полюсом источника тока (—), заметим, что прибор покажет ту же величину силы тока.

Значит, сила тока в цепи до ее разветвления (до точки а) равна силе тока после разветвления цепи (после точки б).

Будем теперь включать амперметр поочередно в каждую ветвь цепи, запоминая показания прибора. Пусть в первой ветви амперметр покажет силу тока  $I_1$ , а во второй —  $I_2$ . Сложив эти два показания амперметра, мы получим суммарный ток, по величине равный току  $I$  до разветвления (до точки а).

Следовательно, сила тока, протекающего до точки разветвления, равна сумме сил токов, утекающих от этой точки.  $I = I_1 + I_2$  Выражая это формулой, получим

Это соотношение, имеющее большое практическое значение, носит название закона разветвленной цепи.

Рассмотрим теперь, каково будет соотношение между токами в ветвях.

Включим между точками а и б вольтметр и посмотрим, что он нам покажет. Во-первых, вольтметр покажет напряжение источника тока, так как он подключен, как это видно из рис. 3, непосредственно к зажимам источника тока. Во-вторых, вольтметр покажет падения напряжений  $U_1$  и  $U_2$  на сопротивлениях  $R_1$  и  $R_2$ , так как он соединен с началом и концом каждого сопротивления.

Следовательно, при параллельном соединении сопротивлений напряжение на зажимах источника тока равно падению напряжения на каждом сопротивлении.

Это дает нам право написать, что  $U = U_1 = U_2$ ,

где  $U$  — напряжение на зажимах источника тока;  $U_1$  — падение напряжения на сопротивлении  $R_1$ ,  $U_2$  — падение напряжения на сопротивлении  $R_2$ . Вспомним, что падение напряжения на участке цепи численно равно произведению силы тока, протекающего через этот участок, на сопротивление участка  $U = IR$ .

Поэтому для каждой ветви можно написать:  $U_1 = I_1R_1$  и  $U_2 = I_2R_2$ , но так как  $U_1 = U_2$ , то и  $I_1R_1 = I_2R_2$ .

Применяя к этому выражению правило пропорции, получим  $I_1 / I_2 = U_2 / U_1$  т. е. ток в первой ветви будет во столько раз больше (или меньше) тока во второй ветви, во сколько раз сопротивление первой ветви меньше (или больше) сопротивления второй ветви.

Итак, мы пришли к важному выводу, заключающемуся в том, что при параллельном соединении сопротивлений общий ток цепи разветвляется на токи, обратно пропорциональные величинам сопротивлений параллельных ветвей. Иначе говоря, чем больше сопротивление ветви, тем меньший ток потечет через нее, и, наоборот, чем меньше сопротивление ветви, тем больший ток потечет через эту ветвь.

Убедимся в правильности этой зависимости на следующем примере. Соберем схему, состоящую из двух параллельно соединенных сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ , подключенных к источнику тока. Пусть  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 20$  Ом и  $U = 3$  В.

Подсчитаем сначала, что покажет нам амперметр, включенный в каждую ветвь:

$$I_1 = U / R_1 = 3 / 10 = 0,3 \text{ A} = 300 \text{ mA}$$

$$I_2 = U / R_2 = 3 / 20 = 0,15 \text{ A} = 150 \text{ mA}$$

$$\text{Общий ток в цепи } I = I_1 + I_2 = 300 + 150 = 450 \text{ mA}$$

Проделанный нами расчет подтверждает, что при параллельном соединении сопротивлений ток в цепи разветвляется обратно пропорционально сопротивлениям.

Действительно,  $R_1 = 10 \text{ Ом}$  вдвое меньше  $R_2 = 20 \text{ Ом}$ , при этом  $I_1 = 300 \text{ mA}$  вдвое больше  $I_2 = 150 \text{ mA}$ .  
Общий ток в цепи  $I = 450 \text{ mA}$  разветвился на две части так, что большая его часть ( $I_1 = 300 \text{ mA}$ ) пошла через меньшее сопротивление ( $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ), а меньшая часть ( $I_2 = 150 \text{ mA}$ ) — через большее сопротивление ( $R_2 = 20 \text{ Ом}$ ).

Посмотрим теперь, чему будет равно эквивалентное сопротивление двух параллельно соединенных сопротивлений. Применяя к этой цепи закон Ома, мы можем написать:  $I = U/R$ , где  $I$  — ток во внешней цепи (до точки разветвления),  $U$  — напряжение внешней цепи,  $R$  — сопротивление внешней цепи, т. е. эквивалентное сопротивление.

Точно так же для каждой ветви  $I_1 = U_1 / R_1$ ,  $I_2 = U_2 / R_2$ , где  $I_1$  и  $I_2$  — токи в ветвях;  $U_1$  и  $U_2$  — напряжение на ветвях;  $R_1$  и  $R_2$  — сопротивления ветвей.



По закону разветвленной цепи:  $I = I_1 + I_2$

Подставляя значения токов, получим  $U / R = U_1 / R_1 + U_2 / R_2$

Так как при параллельном соединении  $U = U_1 = U_2$ , то можем написать  $U / R = U / R_1 + U / R_2$

Вынеся  $U$  в правой части равенства за скобки, получим  $U / R = U (1 / R_1 + 1 / R_2)$

Разделив теперь обе части равенства на  $U$ , будем окончательно иметь  $1 / R = 1 / R_1 + 1 / R_2$

Помня, что проводимостью называется величина, обратная сопротивлению, мы можем сказать, что в полученной формуле  $1 / R$  - проводимость внешней цепи;  $1 / R_1$  проводимость первой ветви;  $1 / R_2$  - проводимость второй ветви.

На основании этой формулы делаем вывод: при параллельном соединении проводимость внешней цепи равна сумме проводимостей отдельных ветвей.

Следовательно, чтобы определить эквивалентное сопротивление включенных параллельно сопротивлений, надо определить проводимость цепи и взять величину, ей обратную.

Из формулы также следует, что проводимость цепи больше проводимости каждой ветви, а это значит, что эквивалентное сопротивление внешней цепи меньше наименьшего из включенных параллельно сопротивлений.

Рассматривая случай параллельного соединения сопротивлений, мы взяли наиболее простую цепь, состоящую из двух ветвей. Однако на практике могут встретиться случаи, когда цепь состоит из трех и более параллельных ветвей. Как же поступать в этих случаях?

Оказывается, все полученные нами соотношения остаются справедливыми и для цепи, состоящей из любого числа параллельно соединенных сопротивлений.

Чтобы убедиться в этом, рассмотрим следующий пример.

Возьмем три сопротивления  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 20 \text{ Ом}$  и  $R_3 = 60 \text{ Ом}$  и соединим их параллельно. Определим эквивалентное сопротивление цепи (рис. 5).

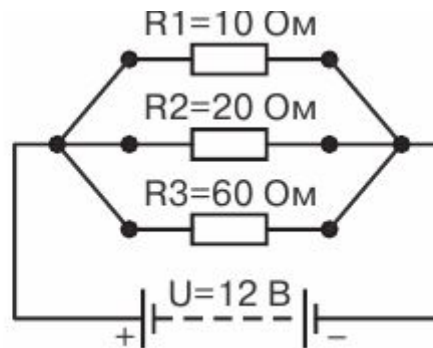


Рис. 5. Цепь с тремя параллельно соединенными сопротивлениями

Применяя для этой цепи формулу  $1 / R = 1 / R_1 + 1 / R_2$ , можем написать  $1 / R = 1 / R_1 + 1 / R_2 + 1 / R_3$  и, подставляя известные величины, получим  $1 / R = 1 / 10 + 1 / 20 + 1 / 60$

Сложим эти дроби:  $1 / R = 10 / 60 = 1 / 6$ , т. е.. проводимость цепи  $1 / R = 1 / 6$  Следовательно, эквивалентное сопротивление  $R = 6 \text{ Ом}$ .

Таким образом, эквивалентное сопротивление меньше наименьшего из включенных параллельно в цепь сопротивлений, т. е. меньше сопротивления  $R_1$ .

Посмотрим теперь, действительно ли это сопротивление является эквивалентным, т. е. таким, которое могло бы заменить включенные параллельно сопротивления в 10, 20 и 60 Ом, не изменяя при этом силы тока до разветвления цепи.

Допустим, что напряжение внешней цепи, а следовательно, и напряжение на сопротивлениях  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  равно 12 В. Тогда сила токов в ветвях будет:  $I_1 = U/R_1 = 12 / 10 = 1,2$  А  $I_2 = U/R_2 = 12 / 20 = 0,6$  А  $I_3 = U/R_3 = 12 / 60 = 0,2$  А

Общий ток в цепи получим, пользуясь формулой  $I = I_1 + I_2 + I_3 = 1,2 + 0,6 + 0,2 = 2$  А.

Проверим по формуле закона Ома, получится ли в цепи ток силой 2 А, если вместо трех параллельно включенных известных нам сопротивлений включено одно эквивалентное им сопротивление 6 Ом.

$$I = U/R = 12 / 6 = 2 \text{ А}$$

Как видим, найденное нами сопротивление  $R = 6$  Ом действительно является для данной цепи эквивалентным.

В этом можно убедиться и на измерительных приборах, если собрать схему с взятыми нами сопротивлениями, измерить ток во внешней цепи (до разветвления), затем заменить параллельно включенные сопротивления одним сопротивлением 6 Ом и снова измерить ток. Показания амперметра и в том и в другом случае будут примерно одинаковыми.

На практике могут встретиться также параллельные соединения, для которых рассчитать эквивалентное сопротивление можно проще, т. е. не определяя предварительно проводимостей, сразу найти сопротивление.

Например, если соединены параллельно два сопротивления  $R_1$  и  $R_2$ , то формулу  $1/R = 1/R_1 + 1/R_2$  можно преобразовать так:  $1/R = (R_2 + R_1) / R_1 R_2$  и, решая равенство относительно  $R$ , получить  $R = R_1 \times R_2 / (R_1 + R_2)$ , т. е. при параллельном соединении двух сопротивлений эквивалентное сопротивление цепи равно произведению включенных параллельно сопротивлений, деленному на их сумму.