

# Построение графиков функции с помощью производной

На прошлом уроке мы изучили план схематичного построения графиков функций. Для более точного построения графиков функций применяют схему исследования функции.

# План урока

1. Запиши новый материал: слайды 3-8.
2. **Отправь мне решение:** №45.4(а), 45.5(а) (замечание: если проведено полное исследование, то таблицу в конце необязательно строить).
3. Д. з №45.4-45.5(б).

# Уравнения асимптот

- $T_1$ . Если  $\lim_{x \rightarrow \infty} y = b$ , то  $y = b$  – уравнение горизонтальной асимптоты.
- $T_2$ . Если в функции  $f(x) = \frac{p(x)}{g(x)}$  при  $x = a$  знаменатель равен нулю, а числитель не равен нулю, то  $x = a$  – уравнение вертикальной асимптоты.
- $T_3$ . Если степень числителя на 1 больше степени знаменателя в функции  $f(x)$ ,  $y = kx + b$  – уравнение наклонной асимптоты,  $k = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)/x$ ,  $b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx)$ .

# План исследования функции

1.  $D(y)$ .
2. Точки пересечения с осями координат.
3. Четность, нечетность.
4. Асимптоты.
5. Стационарные и критические точки.
6. Монотонность.
7. Точки экстремума и экстремумы.
8. При необходимости находим координаты дополнительных точек.
9. График.

## Исследовать функцию $f(x)=x^4-2x^2-3$

□ Область определения:  $D(f)=\mathbb{R}$

---

□ Четность – нечетность функции:

$$f(-x)=x^4-2x^2-3,$$

значит  $f(-x) = f(x)$  для любого  $x$ , принадлежащего  $D(f)$  –  
функция является чётной.

□ Координаты точек пересечения графика с осями  
координат

с ось  $Oy$ :  $f(x)=0$ :  $(x^2-3)(x^2+1)=0$ ;  $x=\pm \sqrt{3}$ ;

с осью  $Ox$ :  $f(0)=-3$

□ Промежутки знакопостоянства производной  $f'$ .

□  $f''(x)=4x^3-4x=4x(x-1)(x+1)=0 \quad \longrightarrow \quad x = -1; 0; 1.$

□ Промежутки монотонности функция  $f(x)$ .

---

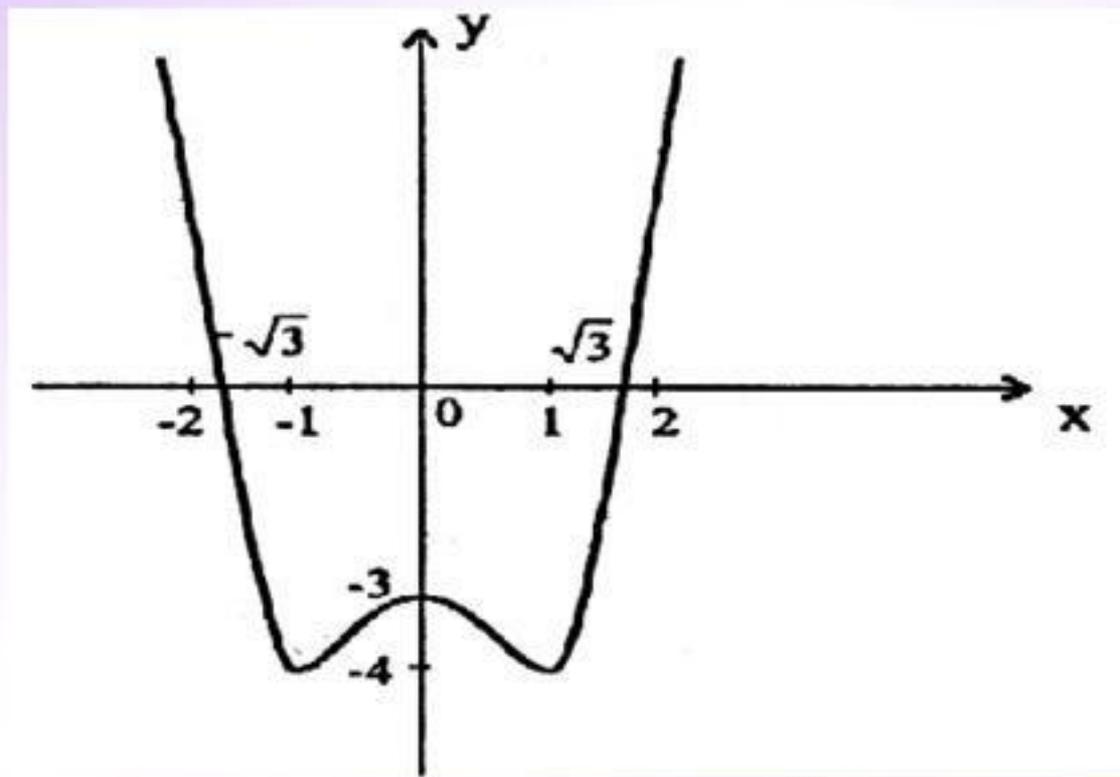
□ Точки экстремума и значения  $f$  в этих точках.

□ Составить таблицу.

$x$	$(-\infty; -1)$	$-1$	$(-1; 0)$	$0$	$(0; 1)$	$1$	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$		$-4$		$-3$		$-4$	
		$mi$ $n$		$max$		$min$	

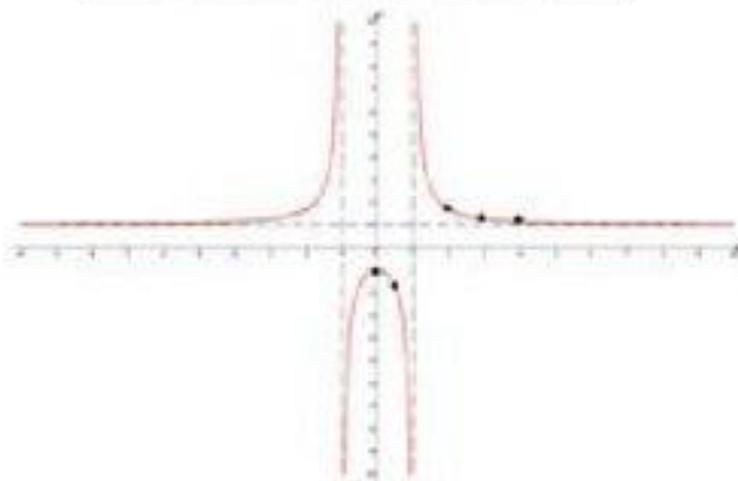
□ Построить график функции.

---



# Пример

$x$	0,5	2	3	4
$f(x)$	$-\frac{5}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{17}{15}$



Построить график функции

$$y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

Решение:

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

1.  $D(f) = (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

2. функция четная

3.  $x = \pm 1$  - вертикальные асимптоты

$y = 1$  - горизонтальная асимптота

4.  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$x$	$(-\infty; -1)$	$-1$	$(-1; 0)$	$0$	$(0; 1)$	$1$	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$+$	Не сущ.	$-$	$0$	$-$	Не сущ.	$-$
$f(x)$	$\nearrow$	Не сущ.	$\nearrow$	$-1$ max	$\searrow$	Не сущ.	$\searrow$