

Решение задач по теме «Основы термодинамики»

Основные формулы

1. Уравнение состояния идеального газа (Менделеева – Клапейрона)

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

2. Внутренняя энергия

↖ одноатомного газа

$$U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{3}{2} pV$$

↖ двухатомного газа

$$U = \frac{5}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{5}{2} pV$$

3. Работа газа

$$A' = p\Delta V = \frac{m}{M} R\Delta T$$

4. Работа внешних сил

$$A = -A' = p(V_1 - V_2)$$

Основные формулы

при нагревании и
охлаждении

$$Q = cm\Delta T$$

при горении

$$Q = qm$$

при плавлении и
кристаллизации

$$Q = \lambda m$$

при
парообразовании
и конденсации

$$Q = rm$$

5. Количество теплоты

Основные формулы

6. Первый закон термодинамики

$$\Delta U = A + Q$$

$$Q = \Delta U + A'$$

7. КПД тепловых двигателей

$$\eta = \frac{A'}{Q_1}$$

$$A' = Q_1 - |Q_2|$$

$$\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}$$

$$\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Задача 1. В стальном баллоне находится гелий массой 0,5 кг при температуре 10 °С. Как изменится внутренняя энергия гелия, если его температура повысится до 30 °С?

Дано:

$$m = 0,5 \text{ кг}$$

$$t_1 = 10^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 30^\circ\text{C}$$

$$M = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$R = 8,31 \text{ Дж/моль К}$$

ΔU - ?

“СИ”

$$T_1 = 283 \text{ К}$$

$$T_2 = 303 \text{ К}$$

Решение.

$$U_1 = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT_1.$$

$$U_2 = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT_2.$$

Найдём изменение внутренней энергии:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT_2 - \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT_1 = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R \Delta T.$$

$$\Delta U = \frac{3 \cdot 0,5 \text{ кг} \cdot 8,31 \text{ Дж/моль К} \cdot 20^\circ \text{ К}}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}} \approx 31,2 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 31,2 \text{ кДж}$$

Ответ: $\Delta U = 31,2$ Дж.

$$T = t + 273$$

$$\Delta t = \Delta T$$

Задача 2. Какова внутренняя энергия 5 моль кислорода при 10°C ?

Дано:
 $\nu = 5$ моль
 $t = 10^{\circ}\text{C}$
 $R = 8,31$ Дж/моль К

$U = ?$

“СИ”
 283°K

Решение.

Кислород O_2 – двухатомный газ.

$$U = \frac{5}{2} \frac{m}{M} RT,$$

$$\nu = \frac{m}{M} \text{ - количество вещества.}$$

$$U = \frac{5}{2} \nu RT.$$

$$U = \frac{5}{2} \cdot 5 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль К}} 10^{\circ}\text{K} =$$

$$= 1038,75 \text{ Дж} \approx 1,04 \text{ кДж.}$$

Ответ: $U = 1,04$ кДж

Задача 3. Какова внутренняя энергия гелия, заполняющего аэростат объёмом 50 м^3 при давлении 60 кПа ?

Дано:

Решение.

$$V = 50 \text{ м}^3$$

$$p = 80 \text{ кПа}$$

$U = ?$

“СИ”

$$8 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT$$

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

-уравнение Менделеева-Клапейрона

$$U = \frac{3}{2} pV.$$

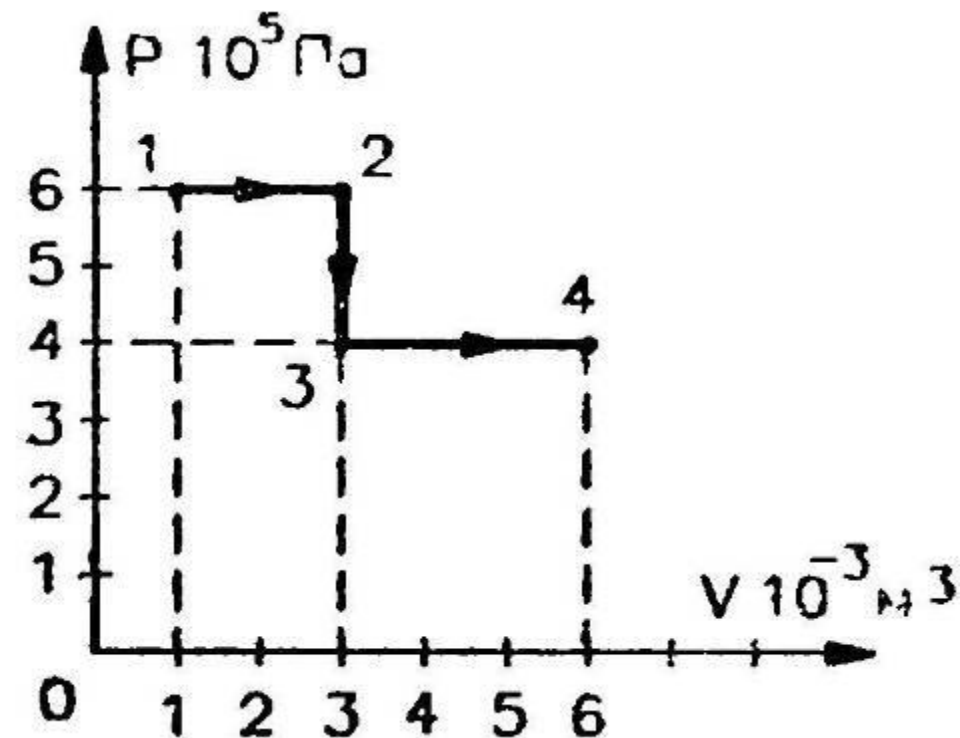
$$U = \frac{3 \cdot 8 \cdot 10^4 \text{ Па} \cdot 50 \text{ м}^3}{2} = 6 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 6 \text{ МДж}.$$

Ответ: $U = 6 \text{ МДж}$

Задача 5. Идеальный газ переходит из состояния 1 в состояние 4 так, как показано на рисунке. Вычислите работу, совершаемую газом.

Дано:

Решение.



Найти: A' - ?

$$A' = A_{12} + A_{23} + A_{34}$$

$$A_{12} = p_1 (V_2 - V_1)$$

$$A_{23} = 0, \text{ т.к. } \Delta V = 0$$

$$A_{34} = p_3 (V_4 - V_3)$$

$$A' = A_{12} + A_{34}$$

$$A' = 6 \cdot 10^5 (3 - 1) \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^5 (6 - 3) \cdot 10^{-3} = 24 \cdot 10^2 = 2,4 \text{ кДж.}$$

Ответ: $A' = 2,4 \text{ кДж.}$

Задача 6. Какую работу совершает идеальный газ в количестве 2 моль при его изобарном нагревании на 5°C ?

Дано:
 $\nu = 2$ моль
 $p = \text{const}$
 $\Delta t = 5^{\circ}\text{C}$
 $R = 8,31$ Дж/мольК

“СИ”
 $\Delta T = 5^{\circ}\text{K}$

Решение.

$$A' = p\Delta V$$

$$pV_1 = \frac{m}{M}RT_1; pV_2 = \frac{m}{M}RT_2$$

$$pV_2 - pV_1 = \frac{m}{M}R(T_2 - T_1)$$

$$p\Delta V = \frac{m}{M}R\Delta T \Rightarrow A' = \frac{m}{M}R\Delta T$$

$$\nu = \frac{m}{M}$$

$$A' = \nu R\Delta T$$

$$A' = 2 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}} \cdot 5^{\circ}\text{K} = 83,1 \text{ Дж}$$

Ответ: $A' = 83,1$ Дж

Задача 7. Для приготовления ванны вместимостью 200 л смешали холодную воду при температуре 10°C с горячей водой при температуре 60°C . Какие объёмы той и другой воды надо взять, чтобы температура установилась 40°C ?

Дано:

$$V = 200 \text{ л}$$

$$t_{1\text{хол}} = 10^{\circ}\text{C}$$

$$t_{2\text{гор}} = 60^{\circ}\text{C}$$

$$t = 40^{\circ}\text{C}$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$c = 4200 \text{ Дж/кг}^{\circ}\text{K}$$

$$V_1 - ?$$

$$V_2 - ?$$

“СИ”

$$0,2 \text{ м}^3$$

$$T_{1\text{хол}} = 283^{\circ}\text{K}$$

$$T_{2\text{гор}} = 333^{\circ}\text{K}$$

$$T = 313^{\circ}\text{K}$$

$$\Delta t^{\circ}\text{C} = \Delta T^{\circ}\text{K}$$

Примечание: холодную и горячую воду можно рассматривать как замкнутую систему тел, так как при данных условиях нет теплообмена с окружающей средой.

Решение.

Количество теплоты, полученное холодной водой: $Q_1 = cm_1(t - t_1)$

Количество теплоты, отданное горячей водой:

$$Q_2 = cm_2(t - t_2) \quad \text{или} \quad -Q_2 = cm_2(t_2 - t)$$

Уравнение теплового баланса: $Q_1 - Q_2 = 0 \Rightarrow Q_1 = Q_2$

$$m = m_1 + m_2 \Rightarrow m_1 = m - m_2$$

$$(m - m_2)(t - t_1) = m_2(t_2 - t)$$

$$(m - m_2)(40 - 10) = m_2(60 - 40)$$

$$30(m - m_2) = 20m_2$$

$$30m - 30m_2 = 20m_2$$

$$50m_2 = 30m = 30\rho V \Rightarrow m_2 = \frac{30\rho V}{50} = 120 \text{ кг}$$

$$m_1 = 200 - 120 = 80 \text{ кг}$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

$$V_1 = \frac{80 \text{ кг}}{10^3 \text{ кг/м}^3} = 0,08 \text{ м}^3 = 80 \text{ л}$$

$$V_2 = \frac{120 \text{ кг}}{10^3 \text{ кг/м}^3} = 0,12 \text{ м}^3 = 120 \text{ л}$$

Ответ: $V_1 = 80 \text{ л}$
 $V_2 = 120 \text{ л}$

Задача 9. При изотермическом расширении идеальным газом совершена работа 15 кДж. Какое количество теплоты сообщено газу?

Дано:

“СИ”

$$A' = 15 \text{ кДж}$$

$$1,5 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$T = \text{const}$$

$$Q = ?$$

Решение.

По I закону термодинамики: $Q = A' + \Delta U$

При изотермическом процессе ($T = \text{const}$) внутренняя энергия газа не меняется, то есть

$$\Delta U = 0.$$

Тогда газ совершает механическую работу за счёт сообщенного ему количества теплоты:

$$Q = A'$$

Таким образом, газу сообщено количество теплоты, равное

$$Q = 1,5 \cdot 10^4 \text{ Дж} = 15 \text{ кДж}.$$

Ответ: $Q = 15 \text{ кДж}$.

Задача 13. Тепловой двигатель получает от нагревателя за одну секунду 7200 кДж теплоты и отдаёт холодильнику 5600 кДж. Каков КПД теплового двигателя?

Дано:

“СИ”

$$Q_1 = 7200 \text{ кДж}$$

$$7,2 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

$$Q_2 = 5600 \text{ кДж}$$

$$5,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

η - ?

Решение.

По определению КПД тепловой машины:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\%$$

$$\eta = \frac{7,2 \cdot 10^6 - 5,6 \cdot 10^6}{7,2 \cdot 10^6} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{(7,2 - 5,6) \cdot 10^6}{7,2 \cdot 10^6} \cdot 100\% = \frac{1,6}{7,2} \cdot 100\% \approx 22\%$$

Ответ: $\eta = 22\%$.