

Метод анализа иерархий

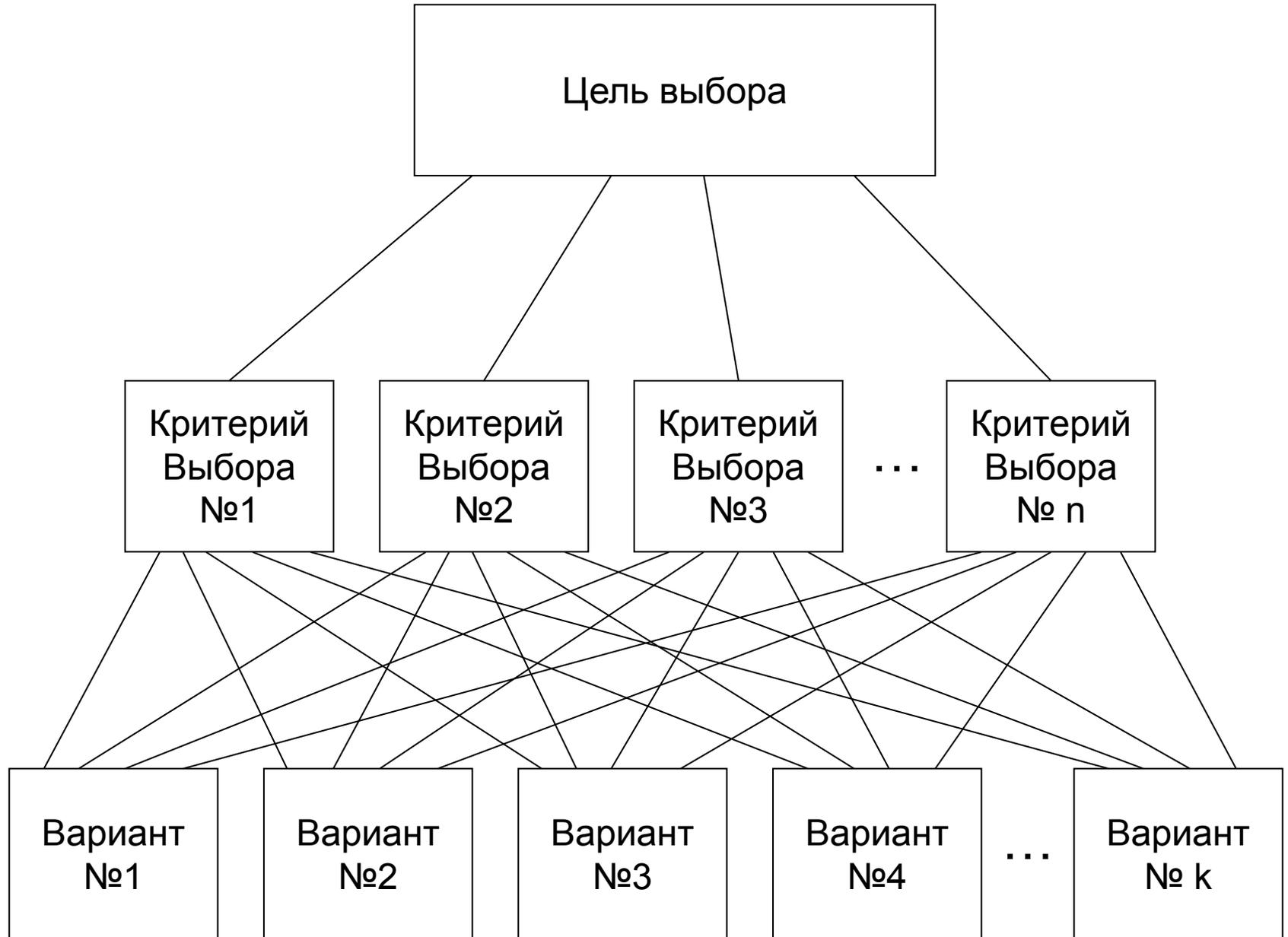
математический инструмент системного подхода к сложным проблемам принятия решений

позволяет сделать выбор из нескольких вариантов с учетом нескольких критериев различной природы

избавляет от необходимости принимать сложное решение, заменяя его рядом простых попарных сравнений

Саати Т. Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий. — М.: Радио и связь, 1989. — 316 с.

Иерархия выбора в методе анализа иерархий



Метод анализа иерархий на примере принятия решения о покупке смартфона

Выбрать смартфон,
наилучший по соотношению
цена/качество

Размер
экрана

Число
пикселей

Скорость

Память

Батарея

Цена

Недостатки

Lenovo
S660

Lenovo
S850

Lenovo
S8

Lenovo
A916

Lenovo
S960

Lenovo
S860

Lenovo
K910

Таблица значений всех критериев качества для всех анализируемых вариантов выбора

	Размер экрана	Число пикселей	Скорость	Память ОЗУ+карта	Батарея	Цена	Недостатки
Lenovo S660	4.7"	960x540	17370	1+8	3000	2600	проблемы с датчиком приближения слетает будильник и мелодия звонка
Lenovo S850	5"	1280x720	17853	1+16	2000	3000	нет слота для карт памяти несъемная батарея задняя поверхность – стекло
Lenovo S8	5.3"	1280x720	24053	2+16	2000	3100	серая модель, не полная русификация
Lenovo A916	5.5"	1280x720	26500	1+8	2500	3300	чтобы переключиться на другую симкарту, нужно перегрузиться
Lenovo S960	5" Gorilla	1920x1080	15201	2+16	2000	3350	-
Lenovo S860	5.3"	1280x720	17322	2+16	4000	4400	Несъемная батарея, карты памяти не поддерживаются
Lenovo K910	5.5"	1920x1080	35501	2+16	3000	4500	-

Этап опроса экспертов

Привлекаются эксперты (от одного до десяти). Экспертов просят отвечать на достаточно простые вопросы типа:

“Какой критерий в целом важнее, емкость батареи или размер экрана?”

Или

“На сколько важно, чтобы экран был 1920x1080 пикселей, а не 1280x720 пикселей”?

Ответами на эти вопросы должно быть заполнено несколько таблиц – одна для критериев качества и n – для их значений, где n – число критериев качества.

Таблица относительных важностей критериев качества

	Размер экрана	Число пикселей	Скорость	Память ОЗУ+карта	Батарея	Цена	Недостатки
Размер экрана	1						
Число пикселей		1					
Скорость			1				
Память ОЗУ+карта				1			
Батарея					1		
Цена						1	
Недостатки							1

Таблица относительных важностей размеров экрана

	4.7"	5"	5.3"	5.5"	5" Gorilla	5.3"	5.5"
4.7"	1						
5"		1					
5.3"			1				
5.5"				1			
5" Gorilla					1		
5.3"						1	
5.5"							1

Таблица относительных важностей числа пикселей

	960x540	1280x720	1280x720	1280x720	1920x1080	1280x720	1920x1080
960x540	1						
1280x720		1					
1280x720			1				
1280x720				1			
1920x1080					1		
1280x720						1	
1920x1080							1

Таблица относительных важностей скорости процессора и графики

	17370	17853	24053	26500	15201	17322	35501
17370	1						
17853		1					
24053			1				
26500				1			
15201					1		
17322						1	
35501							1

Таблица относительных важностей объема ОЗУ и флэш-памяти

	1+8	1+16	2+16	1+8	2+16	2+16	2+16
1+8	1						
1+16		1					
2+16			1				
1+8				1			
2+16					1		
2+16						1	
2+16							1

Таблица относительных важностей емкости батареи

	3000	2000	2000	2500	2000	4000	3000
3000	1						
2000		1					
2000			1				
2500				1			
2000					1		
4000						1	
3000							1

Таблица относительных важностей цены смартфона

	2600	3000	3100	3300	3350	4400	4500
2600	1						
3000		1					
3100			1				
3300				1			
3350					1		
4400						1	
4500							1

Таблица относительных важностей разных недостатков

	Датчик приближения и звонок	Несъемная батарея, нет карты памяти	серая модель, русификация	Плохое переключ. симкарт	-	Несъемная батарея, нет карты памяти	-
Датчик приближения и звонок	1						
Несъемная батарея, нет карты памяти		1					
серая модель, русификация			1				
Плохое переключ. симкарт				1			
-					1		
Несъемная батарея, нет карты памяти						1	
-							1

При сравнении двух критериев или двух значений критерия экспертом каждый из них получает определенное число баллов по шкале относительной важности:

Соотношение важностей	Баллы	
	Более важный	Менее важный
Равная важность	1	1
Умеренное превосходство одного над другим	3	1/3
Существенное или сильное превосходство	5	1/5
Значительное превосходство	7	1/7
Очень сильное превосходство	9	1/9

Если есть сомнения, например, умеренное или сильное превосходство, то можно брать промежуточные баллы (в данном случае 4 и 1/4).

Заполненная экспертом таблица важностей критериев качества

	Размер экрана	Число пикселей	Скорость	Память ОЗУ+карта	Батарея	Цена	Недостатки
Размер экрана	1	5	1/3	1/3	1	1/7	1
Число пикселей	1/5	1	1/9	1/3	1/3	1/7	1
Скорость	3	9	1	5	3	1/5	3
Память ОЗУ+карта	3	3	1/5	1	1/3	1/9	1
Батарея	1	3	1/3	3	1	1/7	2
Цена	7	7	5	9	7	1	7
Недостатки	1	1	1/3	1	1/2	1/7	1

Таблица относительных важностей размеров экрана

	4.7"	5"	5.3"	5.5"	5" Gorilla	5.3"	5.5"
4.7"	1	1/5	1/5	1/7	1/7	1/5	1/7
5"	5	1	1/2	1/3	1/3	1/2	1/3
5.3"	5	2	1	1/2	1/2	1	1/2
5.5"	7	3	2	1	2	2	1
5" Gorilla	7	3	2	1/2	1	2	1/2
5.3"	5	2	1	1/2	1/2	1	1/2
5.5"	7	3	2	1	2	2	1

Таблица относительных важностей числа пикселей

	960x540	1280x720	1280x720	1280x720	1920x1080	1280x720	1920x1080
960x540	1	1/3	1/5	1/3	1/5	1/3	1/5
1280x720	3	1	1	1	1/2	1	1/2
1280x720	3	1	1	1	1/2	1	1/2
1280x720	3	1	1	1	1/2	1	1/2
1920x1080	5	2	2	2	1	2	1
1280x720	3	1	1	1	1/2	1	1/2
1920x1080	5	2	2	2	1	2	1

Таблица относительных важностей скорости процессора и графики

	17370	17853	24053	26500	15201	17322	35501
17370	1	1	1/7	1/7	1	1	1/9
17853	1	1	1/7	1/7	1	1	1/9
24053	7	7	1	1	7	7	1/3
26500	7	7	1	1	7	7	1/3
15201	1	1	1/7	1/7	1	1	1/9
17322	1	1	1/7	1/7	1	1	1/9
35501	9	9	3	3	9	9	1

Таблица относительных важностей объема ОЗУ и флэш-памяти

	1+8	1+16	2+16	1+8	2+16	2+16	2+16
1+8	1	1/5	1/9	1	1/9	1/9	1/9
1+16	5	1	1/7	5	1/7	1/7	1/7
2+16	9	7	1	9	1	1	1
1+8	1	1/5	1/9	1	1/9	1/9	1/9
2+16	9	7	1	9	1	1	1
2+16	9	7	1	9	1	1	1
2+16	9	7	1	9	1	1	1

Таблица относительных важностей емкости батареи

	3000	2000	2000	2500	2000	4000	3000
3000	1	5	5	3	5	1/3	1
2000	1/5	1	1	1/3	1	1/7	1/5
2000	1/5	1	1	1/3	1	1/7	1/5
2500	1/3	3	3	1	3	1/5	1/3
2000	1/5	1	1	1/3	1	1/7	1/5
4000	3	7	7	5	7	1	3
3000	1	5	5	3	5	1/3	1

Таблица относительных важностей цены смартфона

	2600	3000	3100	3300	3350	4400	4500
2600	1	2	2	2	2	9	9
3000	1/2	1	1	2	2	9	9
3100	1/2	1	1	2	2	9	9
3300	1/2	1/2	1/2	1	1	9	9
3350	1/2	1/2	1/2	1	1	9	9
4400	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1	1
4500	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1	1

Таблица относительных важностей разных недостатков

	Датчик приближения и звонок	Несъемная батарея, нет карты памяти	серая модель, русификация	Плохое переключ. симкарт	-	Несъемная батарея, нет карты памяти	-
Датчик приближения и звонок	1	5	1/2	1	1/3	5	1/3
Несъемная батарея, нет карты памяти	1/5	1	1/5	1/3	1/7	1	1/7
серая модель, русификация	2	5	1	3	1	5	1
Плохое переключ. симкарт	1	3	1/3	1	1/5	3	1/5
-	3	7	1	5	1	7	1
Несъемная батарея, нет карты памяти	1/5	1	1/5	1/3	1/7	1	1/7
-	3	7	1	5	1	7	1

Несколько экспертов

Каждую матрицу можно получить не от одного, а от нескольких экспертов, и затем усреднить их

Нахождение собственного вектора каждой матрицы

Для каждой строки находим среднее геометрическое. Для этого перемножаем все числа в строке и находим корень степени n (n – количество чисел в строке)

5.5"	7	3	2	1	2	2	1
------	---	---	---	---	---	---	---

$$7 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 2 \times 1 = 168$$

$$\sqrt[7]{168} = 2.0792$$

Собственный вектор для критериев качества

Размер экрана	0.70
Число пикселей	0.32
Скорость	2.19
Память ОЗУ+карта	0.68
Батарея	0.98
Цена	5.24
Недостатки	0.58

0.066
0.030
0.205
0.064
0.092
0.490
0.054

нормированный
на сумму всех
чисел в столбце

Собственный вектор для размеров экрана

4.7"	0.22
5"	0.64
5.3"	1.03
5.5"	2.08
5" Gorilla	1.54
5.3"	1.03
5.5"	2.08

0.026
0.074
0.120
0.241
0.179
0.120
0.241

нормированный
на сумму всех
чисел в столбце

Собственный вектор для числа пикселей

960x540	0.31
1280x720	0.96
1280x720	0.96
1280x720	0.96
1920x1080	1.87
1280x720	0.96
1920x1080	1.87

0.039
0.122
0.122
0.122
0.237
0.122
0.237

нормированный
на сумму всех
чисел в столбце

Собственный вектор для скорости

17370	0.42
17853	0.42
24053	2.6
26500	2.6
15201	0.42
17322	0.42
35501	4.8

0.026
0.026
0.158
0.158
0.026
0.026
0.291

нормированный
на сумму всех
чисел в столбце

Собственный вектор для памяти

1+8	0.23
1+16	0.52
2+16	2.47
1+8	0.23
2+16	2.47
2+16	2.47
2+16	2.47

0.021
0.048
0.227
0.021
0.227
0.227
0.227

нормированный
на сумму всех
чисел в столбце

Собственный вектор для емкости батареи

3000	1.99
2000	0.41
2000	0.41
2500	0.93
2000	0.41
4000	3.97
3000	1.99

0.197
0.041
0.041
0.092
0.041
0.393
0.197

нормированный
на сумму всех
чисел в столбце

Собственный вектор для цены смартфона

2600	2.78
3000	2.07
3100	2.07
3300	1.39
3350	1.39
4400	0.21
4500	0.21

0.275
0.204
0.204
0.138
0.138
0.021
0.021

нормированный
на сумму всех
чисел в столбце

Собственный вектор для недостатков телефона

Датчик приближения звонок	1.05
Несъемная батарея, нет карты памяти	0.31
серая модель, русификация	2.05
Плохое переключ. симкарт	0.74
-	2.57
Несъемная батарея, нет карты памяти	0.31
-	2.57

0.109
0.032
0.214
0.077
0.268
0.032
0.268

нормированный
на сумму всех
чисел в столбце

Таблица значений собственных векторов решений, умноженных на собственный вектор критериев качества

	Размер экрана	Число пикселей	Скорость	Память ОЗУ+карта	Батарея	Цена	Недостатки
Lenovo S660	0.026 * 0.066	0.039* 0.03	0.026*0.205	0.021*0.064	0.197*0.092	2.78*0.49	0.109*0.054
Lenovo S850	0.074*0.066	0.122* 0.03	0.026*0.205	0.048*0.064	0.041*0.092	2.07*0.49	0.032*0.054
Lenovo S8	0.120*0.066	0.122* 0.03	0.158*0.205	0.227*0.064	0.041*0.092	2.07*0.49	0.214*0.054
Lenovo A916	0.241*0.066	0.122* 0.03	0.158*0.205	0.021*0.064	0.092*0.092	1.39*0.49	0.077*0.054
Lenovo S960	0.179*0.066	0.237* 0.03	0.026*0.205	0.227*0.064	0.041*0.092	1.39*0.49	0.268*0.054
Lenovo S860	0.120*0.066	0.122* 0.03	0.026*0.205	0.227*0.064	0.393*0.092	0.21*0.49	0.032*0.054
Lenovo K910	0.241*0.066	0.237* 0.03	0.291*0.205	0.227*0.064	0.197*0.092	0.21*0.49	0.268*0.054

Вычисляется произведение в каждой клетке и суммируются все числа в строке.
Получается итоговый вес каждого варианта выбора. Это и есть его качество.

	Размер экрана	Число пикселей	Скорость	Память ОЗУ+карта	Батарея	Цена	Недостатки	СУММА
Lenovo S660	0.0017	0.0012	0.0053	0.0013	0.0181	0.1348	0.0059	0.170
Lenovo S850	0.0049	0.0037	0.0053	0.0031	0.0038	0.1001	0.0017	0.125
Lenovo S8	0.0079	0.0037	0.0324	0.0145	0.0038	0.1001	0.0116	0.187
Lenovo A916	0.0159	0.0037	0.0324	0.0013	0.0085	0.0674	0.0042	0.146
Lenovo S960	0.0118	0.0071	0.0053	0.0145	0.0038	0.0674	0.0145	0.126
Lenovo S860	0.0079	0.0037	0.0053	0.0145	0.0362	0.0101	0.0017	0.081
Lenovo K910	0.0159	0.0071	0.0597	0.0145	0.0181	0.0101	0.0145	0.164

Результат принятия решения

Без нормировки

	СУММА
Lenovo S660	0.170
Lenovo S850	0.125
Lenovo S8	0.187
Lenovo A916	0.146
Lenovo S960	0.126
Lenovo S860	0.081
Lenovo K910	0.164

С нормировкой на максимум

	СУММА
Lenovo S660	0.91
Lenovo S850	0.67
Lenovo S8	1
Lenovo A916	0.78
Lenovo S960	0.68
Lenovo S860	0.43
Lenovo K910	0.88

Итоги работы метода анализа иерархий

Оптимальный выбор: **Lenovo S8**

Неплохими вариантами также являются:

Lenovo S660 (91% от оптимального) – недорогая альтернатива

и

Lenovo K910 (88% от оптимального) – качественный, но дорогой

Остальные варианты выбора проигрывают очень сильно несмотря на то, что могут являться наилучшими по отдельным критериям качества