Алгебра логики

Значения

В алгебре логики переменные и выражения могут иметь только два значения:

- Истина;
- Ложь.

Подобно древнегреческой логике.

Отрицание ¬

Иными словами НЕ. Также обозначается полоской над переменной или функцией.

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

Конъюнкция ∧

Иными словами умножение или логическое И

Таблица -- >
истинности

A	B	A ∧ B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Дизъюнкция V

Иными словами умножение или логическое ИЛИ

A	B	A ∨ B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Импликация →

Иными словами операция следования. Из истины не может следовать ложь.

a	b	$a \to b$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Эквивалентность ≡

Если переменные равны, то функция истина.

Таблица истинности эквиваленции:

A	B	$A \equiv B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

XOR ⊕

Иными словами “исключающее ИЛИ”.

a	b	$a \oplus b$
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

NB!

Обратите внимание, что таблица истинности XOR соответствует отрицанию эквивалентности. Следовательно $\mathbf{A \oplus B = \neg (A \equiv B)}$

А таблица истинности импликации соответствует $\mathbf{\neg A \lor B}$.

Следовательно: $\mathbf{A \rightarrow B = \neg A \lor B}$

Законы

В алгебре логики действуют те же правила, что и в обычной:

Закон	Для ∨	Для ∧
Переместительный	$A \vee B = B \vee A$	$A \wedge B = B \wedge A$
Сочетательный	$A \vee (B \vee C) = (B \vee A) \vee C$	$A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C$
Распределительный	$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	$A \vee B \wedge C = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
Правила де Моргана	$A \mathbin{\overline{\vee}} B = \overline{A} \wedge \overline{B}$	$A \mathbin{\overline{\wedge}} B = \overline{A} \vee \overline{B}$
Идемпотенции	$A \vee A = A$	$A \wedge A = A$
Поглощения	$A \vee A \wedge B = A$	$A \wedge (A \vee B) = A$
Склеивания	(A ∧ B) ∨ (A↖{-} ∧ B) = B	(A ∨ B) ∧ (A↖{-} ∨ B) = B
Операция переменной с ее инверсией	$A \vee \overline{A} = 1$	$A \wedge \overline{A} = 0$
Операция с константами	$A \vee 0 = A$ $A \vee 1 = 1$	$A \wedge 1 = A$ $A \wedge 0 = 0$
Двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	

Законы Де Моргана

Если таблица истинности одного выражения эквивалентная таблице истинности второго, то такие выражения эквивалентны.

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$$

$$\overline{A \,\&\, B} = \overline{A} \vee \overline{B}$$