

РІВНЯННЯ ДОТИЧНОЇ ДО ГРАФІКА ФУНКЦІЇ

ГЕОМЕТРИЧНИЙ ЗМІСТ ПОХІДНОЇ:

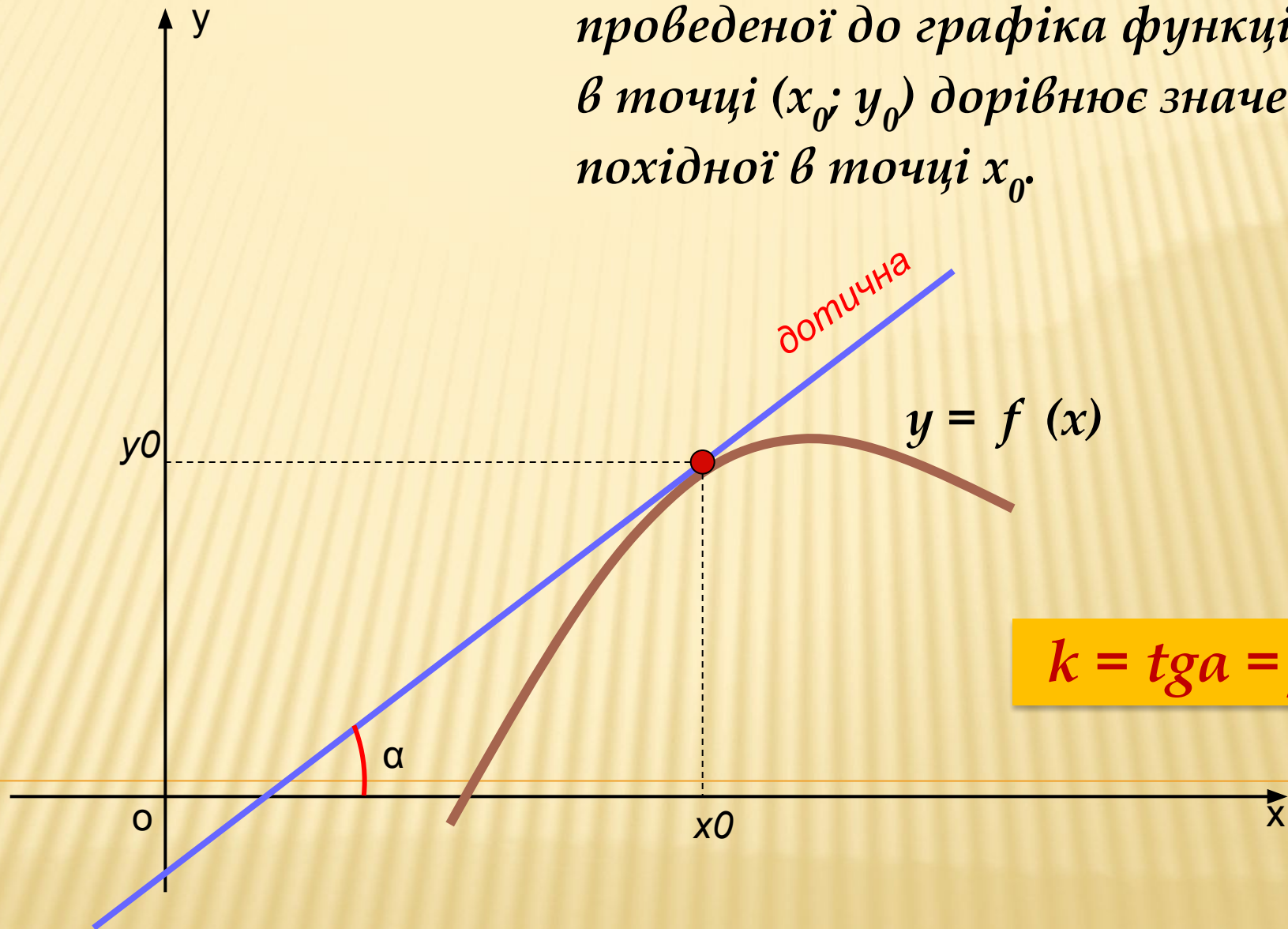
Кутівий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $y = f(x)$ в точці з абсцисою x_0 дорівнює значенню похідної функції в цій точці.

$$k = f'(x_0) = \operatorname{tga}$$

a – кут нахилу дотичної до додатного напрямку осі Ox

Геометричний зміст похідної:

Кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $y = f(x)$ в точці $(x_0; y_0)$ дорівнює значенню похідної в точці x_0 .



$$k = \operatorname{tg} \alpha = f'(x_0)$$

РІВНЯННЯ ДОТИЧНОЇ ДО ГРАФІКА ФУНКЦІЇ

Нехай $f(x)$ – дана функція,
 x_0 – дана точка, що належить графіку функції,
 $f(x_0)$ – значення функції в точці x_0
 $f'(x)$ – похідна функції $f(x)$,
 $f'(x_0)$ – значення похідної в точці x_0

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

АЛГОРИТМ СКЛАДАННЯ РІВНЯННЯ ДОТИЧНОЇ ДО ГРАФІКА ФУНКЦІЇ

Нехай $f(x)$ – дана функція,

x_0 – дана точка, що належить графіку функції

1. Знайти значення функції в точці x_0
2. Знайти похідну функції $f'(x)$
3. Знайти значення похідної функції в точці x_0 $f'(x_0)$
4. Записати рівняння дотичної, підставивши знайдені в пункті 1 та пункті 3 значення в рівняння дотичної

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

ПРИКЛАД 1

Скласти рівняння дотичної до графіка функції
 $f(x) = 2x^2 + 5x$ у точці з абсцисою $x_0 = -2$

Розв'язання:

1. Знайдемо значення функції в точці $x_0 = -2$: $f(x_0) = f(-2) = 2 \cdot (-2)^2 + 5 \cdot (-2) = 8 - 10 = -2$
2. Знайдемо похідну функції $f'(x)$: $f'(x) = (2x^2 + 5x)' = 4x + 5$
3. Знайдемо значення похідної функції в точці $x_0 = -2$: $f'(x_0) = f'(-2) = 4 \cdot (-2) + 5 = -8 + 5 = -3$

Зверніть увагу $f'(x_0) \neq f(x_0)$

4. Запишемо рівняння дотичної, підставивши знайдені в пункті 1 $f(x_0) = f(-2) = -2$

та пункті 3: $f'(x_0) = f'(-2) = -3$ значення в рівняння дотичної $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

$$y = -3 \cdot (x - (-2)) - 2, \quad y = -3x - 6 - 2, \quad y = -3x - 8$$

Відповідь: $y = -3x - 8$

ПРИКЛАД 2

Скласти рівняння дотичної до графіка функції
 $f(x) = \sin x$, у точці з абсцисою $x_0 = -\pi$

Розв'язання:

1. Знайдемо значення функції в точці $x_0 = -\pi$: $f(x_0) = f(-\pi) = \sin(-\pi) = 0$
2. Знайдемо похідну функції $f'(x)$: $f'(x) = (\sin x)' = \cos x$
3. Знайдемо значення похідної функції в точці $x_0 = -\pi$: $f'(x_0) = f'(-\pi) = \cos(-\pi) = -1$
4. Запишемо рівняння дотичної, підставивши знайдені в пункті 1 $f(x_0) = f(-\pi) = 0$ та пункті 3: $f'(x_0) = f'(-\pi) = -1$ значення в рівняння дотичної

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$y = -1 \cdot (x - (-\pi)) + 0, \quad y = -x - \pi.$$

Відповідь: $y = -x - \pi$