

Тема урока: «Исследование функций»



Вопросы:

1. Что называется числовой функцией?

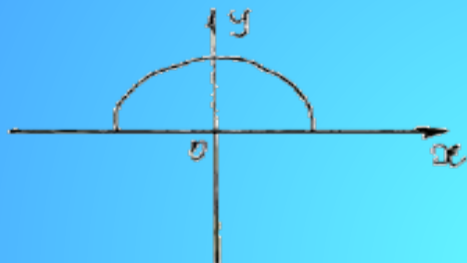
Числовой функцией с областью определения D называется соответствие, при котором каждому числу x из множества D сопоставляется по некоторому правилу число y , зависящее от x .

2. Что называется графиком функции?

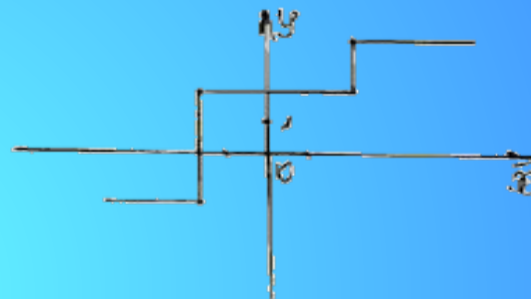
Графиком функции f называется множество всех точек $(x; y)$ координатной плоскости, где $y=f(x)$, а x «пробегаёт» всю область определения функции f .

3. Какие из линий, изображённых на рисунке являются графиками функций?

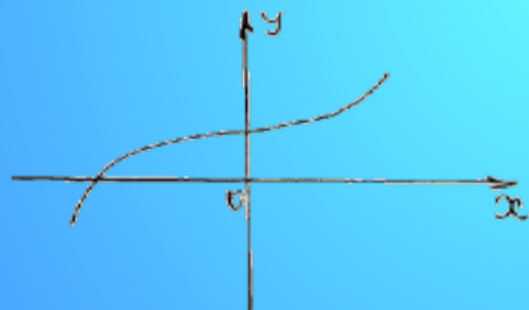
а)



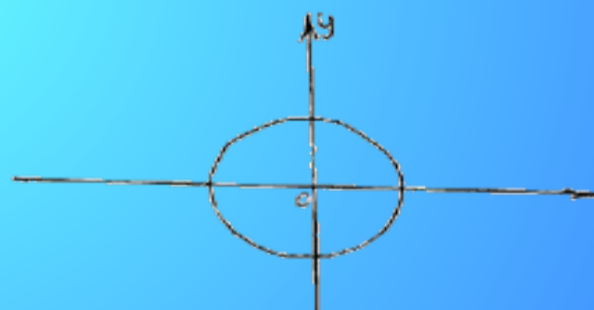
б)



в)



г)





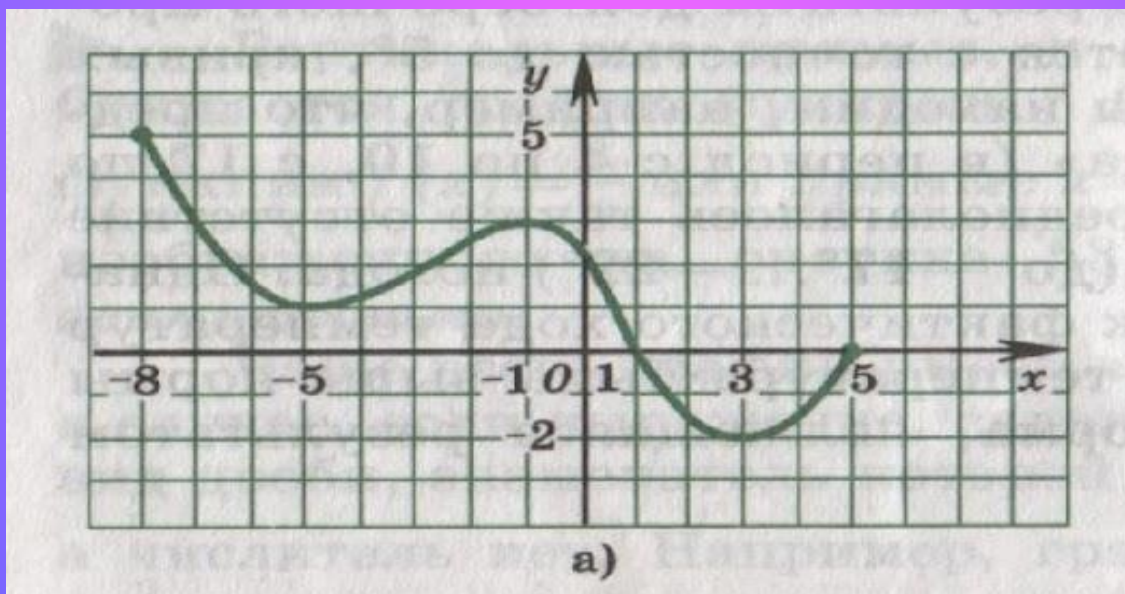
1. Графиком функции $y = x^2$ является ...
2. Вертикальную координатную прямую на координатной плоскости называют осью...
3. Графиком функции $y = 1/x$ является ...
4. Зависимость, при которой каждому значению x ставится в соответствие единственное значение y называется ...
5. Множество всех точек $(x;y)$ координатной плоскости, где $y = f(x)$, а x «пробегаёт» всю область определения функции f .
6. Графиком функции $y = kx + b$ является ...
7. Горизонтальную координатную прямую на координатной плоскости называют осью...
8. Ось x и ось y называют осями ...

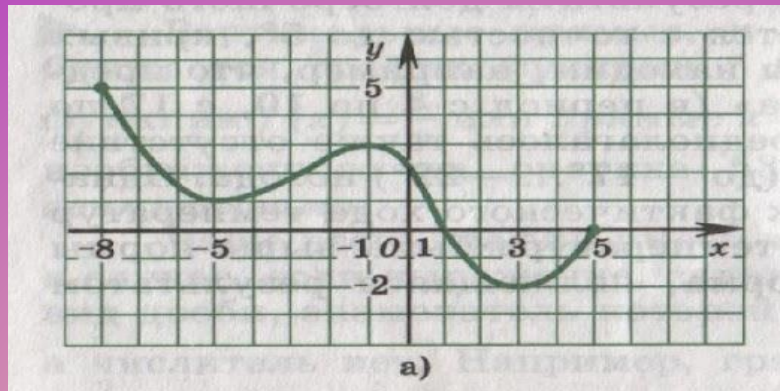
Схема исследования функций:

1. Найти область определения функции.
2. Определить чётность или нечётность функции, периодичность.
3. Найти координаты точек пересечения графика с осями координат.
 1. Найти промежутки знакопостоянства функции.
5. Определить промежутки возрастания или убывания функции.
6. Найти точки экстремума функции, вид экстремума (максимум или минимум) и значения функции в этих точках.
7. Найти область значений функции.
8. Построить график функции.

Задание 1.

Проведите по общей схеме исследование функции, заданной графиком.

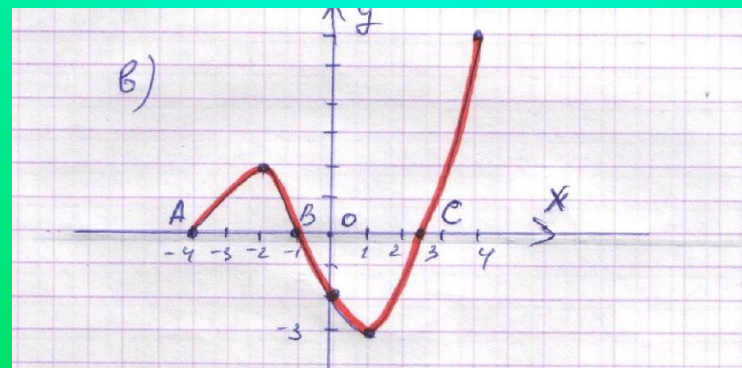
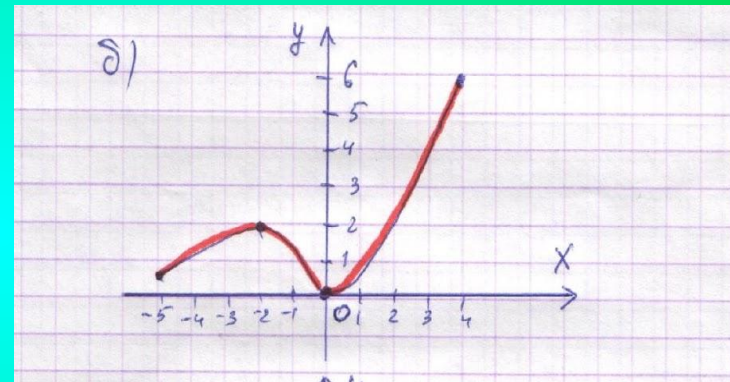
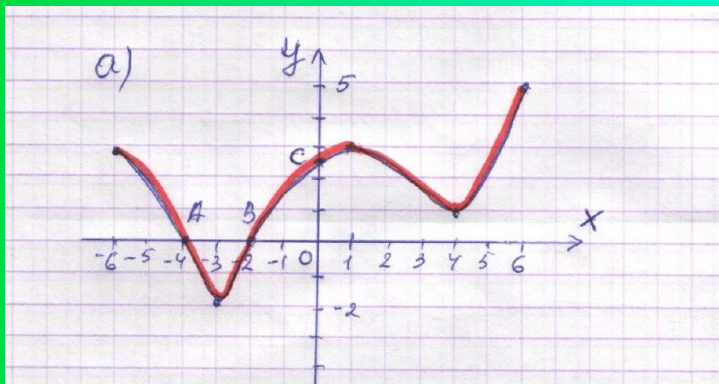




1. Область определения функции $D(y) = [-8; 5]$.
2. Функция ни чётная, ни нечетная. Функция не периодическая.
3. Пересечение с осью OX : $(1; 0), (5; 0)$.
с осью OY : $(0; 2)$.
1. Промежутки знакопостоянства:
 $f(x) > 0$, при x принадлежащем промежутку $[-8; 1)$.
 $f(x) < 0$, при x принадлежащем промежутку $(1; 5]$.
5. Функция возрастает на промежутке $[-5; -1] \cup [3; 5]$.
Функция убывает на промежутке $[-8; -5] \cup [-1; 3]$.
6. Точки экстремума: $x_{\max} = -1, y_{\max} = 3, x_{\min} = -5, y_{\min} = 1,$
 $x_{\min} = 3, y_{\min} = -2$.
7. Область значений $E(y) = [-2; 5]$.

Задание 2.

Постройте график функции f , если известны её свойства.



Задание 1. Построить график функции $f(x) = 2x - 6$, используя схему исследования.

Исследование функции $f(x) = 2x - 6$.

1. Область определения функции $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

2. $f(-x) = 2(-x) - 6 = -2x - 6 = -(2x + 6)$ – функция ни чётная, ни нечётная. Функция не периодическая.

3. Пересечение с осью:

а) с осью OX , $y = 0$.

$$2x - 6 = 0,$$

$$2x = 6,$$

$$x = 3$$

$$(3; 0).$$

б) с осью OY , $x = 0$.

$$2 \cdot 0 - 6 = y,$$

$$0 - 6 = y,$$

$$y = -6.$$

$$(0; -6).$$

4. Промежутки знакопостоянства:

$$f(x) > 0, \quad 2x - 6 > 0, \quad 2x > 6, \quad x > 3. \quad (3; +\infty).$$

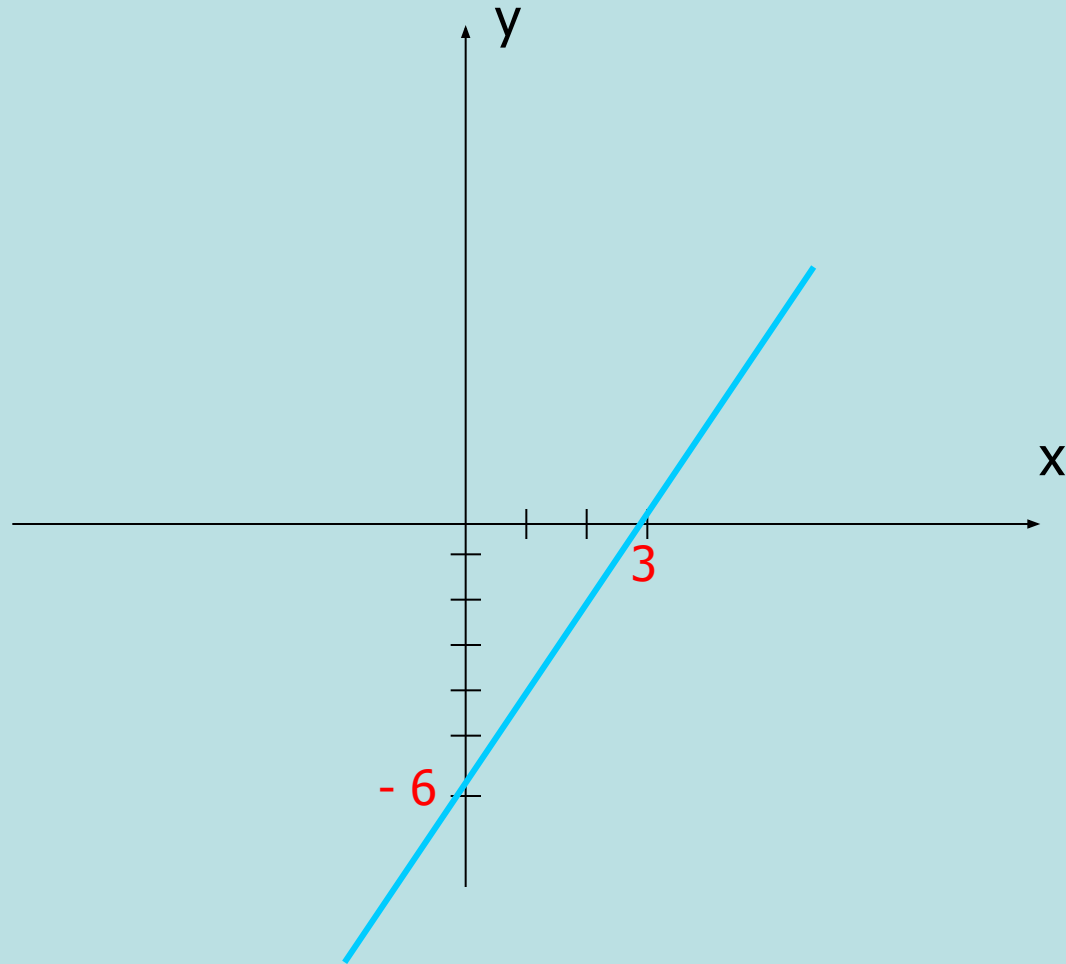
$$f(x) < 0, \quad 2x - 6 < 0, \quad 2x < 6, \quad x < 3. \quad (-\infty; 3).$$

5. Функция возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$, т. к. $k = 2$, $k > 0$.

6. Точек экстремума нет.

7. Область значений $E(y) = (-\infty; +\infty)$.

Построим график функции $f(x) = 2x - 6$.



Задание 2.

Построить график функции $f(x) = x^3 - 1$,
используя схему исследования.

Исследуем функцию $y = x^3 - 1$

1. Область определения функции $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

2. $f(-x) = (-x)^3 - 1 = -x^3 - 1 = -(x^3 + 1)$ – функция ни чётная, ни нечетная. Функция не периодическая.

3. Пересечение с осью:

а) с осью OX , $y = 0$.

$$x^3 - 1 = 0,$$

$$x^3 = 1,$$

$$x = 1.$$

$$(1; 0).$$

б) с осью OY , $x = 0$.

$$y = 0^3 - 1,$$

$$y = -1.$$

$$(0; -1).$$

4. Промежутки знакопостоянства:

$$f(x) > 0, \quad x^3 - 1 > 0, \quad x^3 > 1, \quad x > 1. \quad (1; +\infty).$$

$$f(x) < 0, \quad x^3 - 1 < 0, \quad x^3 < 1, \quad x < 1. \quad (-\infty; 1).$$

5. $x_2 = 1, x_1 = 0.$

$$f(x_2) = f(1) = 1^3 - 1 = 0.$$

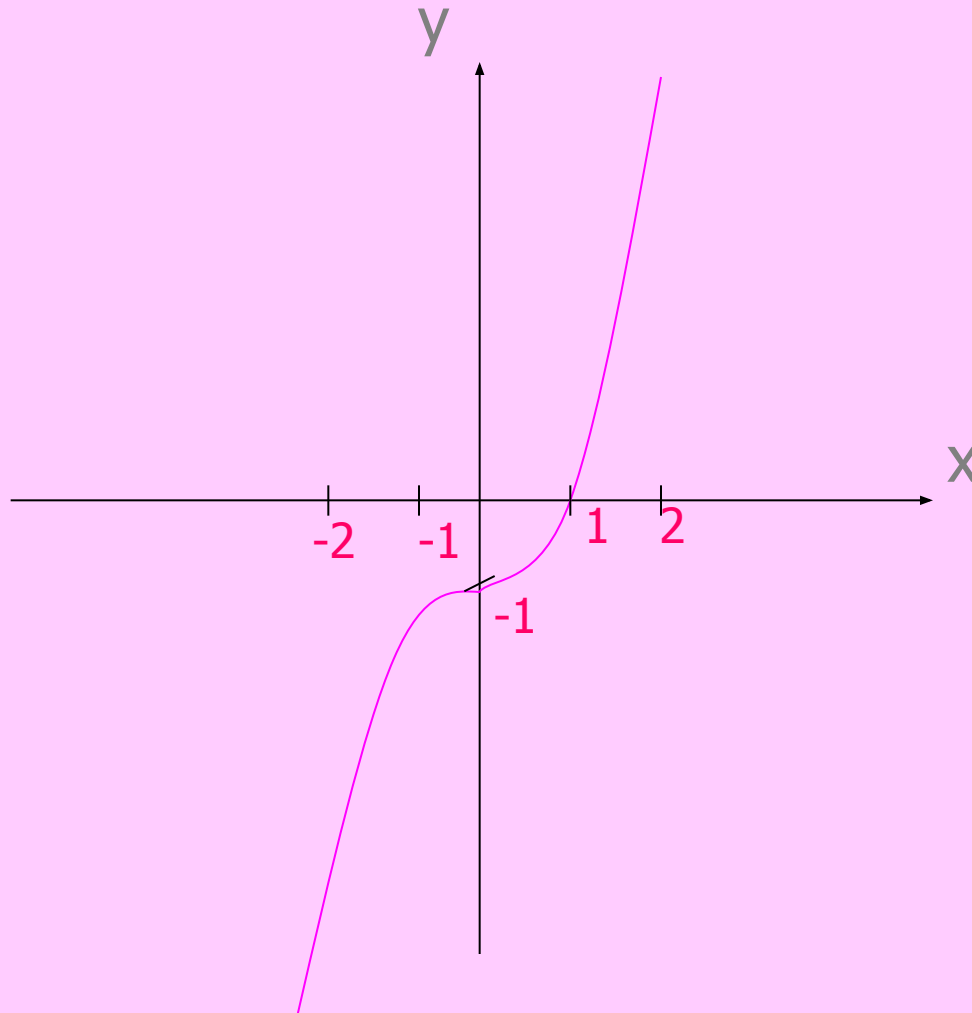
$$f(x_1) = f(0) = 0^3 - 1 = -1.$$

$x_2 > x_1, f(x_2) > f(x_1)$ – функция возрастает.

6. Точек экстремума нет, т. к. функция возрастает на всей области определения.

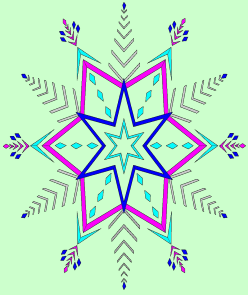
7. Область значений $E(y) = (-\infty; +\infty).$

Используя схему исследования функции $y = x^3 - 1$ строим её график.



Сделаем вывод.

Графиком функции $y = x^3 - 1$ является кубическая парабола, опущенная на 1 единицу вниз.



Задание 3.

Построить график функции $f(x) = x^2 - 4x$,
используя схему исследования.

Исследуем функцию $y = x^2 - 4x$

1. Область определения функции $D(y) = (-\infty; +\infty)$.
2. $f(-x) = (-x)^2 - 4(-x) = x^2 + 4x = -(-x^2 - 4x)$ – функция ни чётная, ни нечётная. Функция не периодическая.

3. Пересечение с осью:

а) с осью OX , $y = 0$.

$$x^2 - 4x = 0,$$

$$x(x - 4) = 0,$$

$$x = 0 \text{ или } x - 4 = 0$$

$$x = 4.$$

$(0; 0)$. $(4; 0)$.

б) с осью OY , $x = 0$.

$$y = 0^2 - 4 \cdot 0 = 0,$$

$$y = 0.$$

$(0; 0)$

Найдём вершину параболы: $x = 4 : 2 = 2$;

$$y = 2^2 - 4 \cdot 2 = 4 - 8 = -4.$$

$(2; -4)$ – вершина параболы.

4. Промежутки знакопостоянства:



$$f(x) > 0, \quad x^2 - 4x > 0, \quad x(x - 4) > 0,$$

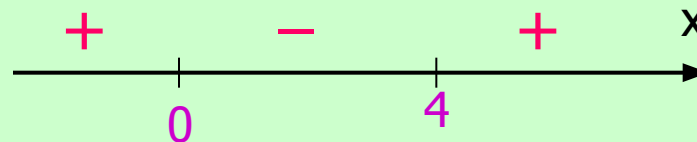
$$x^2 - 4x = 0, \quad x(x - 4) = 0,$$

$$x = 0 \text{ или } x - 4 = 0.$$

$$x = 4.$$

$$f(x) > 0, \quad (-\infty; 0) \cup (4; +\infty).$$

$$f(x) < 0, \quad (0; 4).$$



5. Промежутки возрастания и убывания функции:

$$x_2 = 1, x_1 = 0.$$

$$f(x_2) = f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 = -3.$$

$$f(x_1) = f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 = 0.$$

$x_2 > x_1, f(x_2) < f(x_1)$ – функция убывает на промежутке $(-\infty; 2)$.

$$x_1 = 3, x_2 = 4.$$

$$f(x_1) = f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 = -3.$$

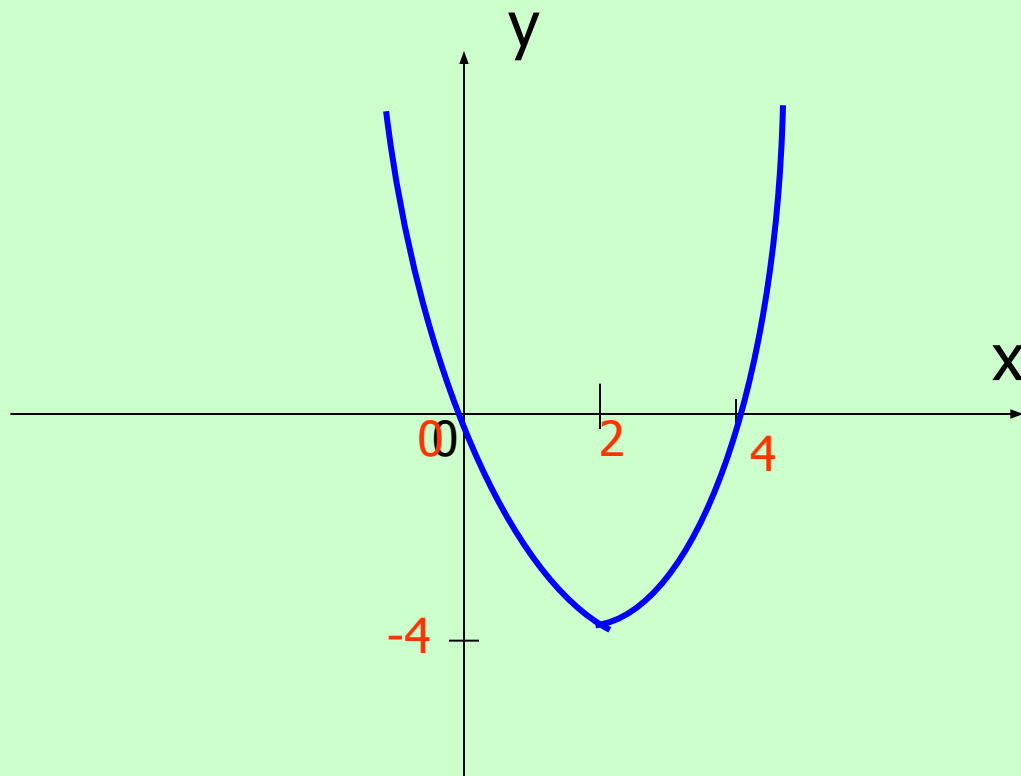
$$f(x_2) = f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 = 0.$$

$x_2 > x_1, f(x_2) > f(x_1)$ – функция возрастает на промежутке $(2; +\infty)$.

6. Точка минимума $(2; -4)$.

7. Область значений $E(y) = (-4; +\infty)$.

Построим график функции $y = x^2 - 4x$



Вывод

**Графиком функции $y = x^2 - 4x$
является парабола,
ветви параболы направлены вверх.**

*Самостоятельно выполнит
задание.*



Построить график функции

$$f(x) = \sqrt{x} - 3,$$

используя схему исследования.

Исследуем функцию $f(x) = \sqrt{x - 3}$ по схеме исследования.

1. Область определения функции $D(y) = [\quad]$.

2. $f(-x) = \underline{\hspace{2cm}}$

3. Пересечение с осью:

а) с осью Ox , $y = 0$.

б) с осью Oy , $x = 0$.

4. Промежутки знакопостоянства: $\underline{\hspace{2cm}}$

$f(x) > 0$,

$\underline{\hspace{2cm}}$

5. Промежутки возрастания и убывания функции:

$$x_2 = 4, x_1 = 3.$$

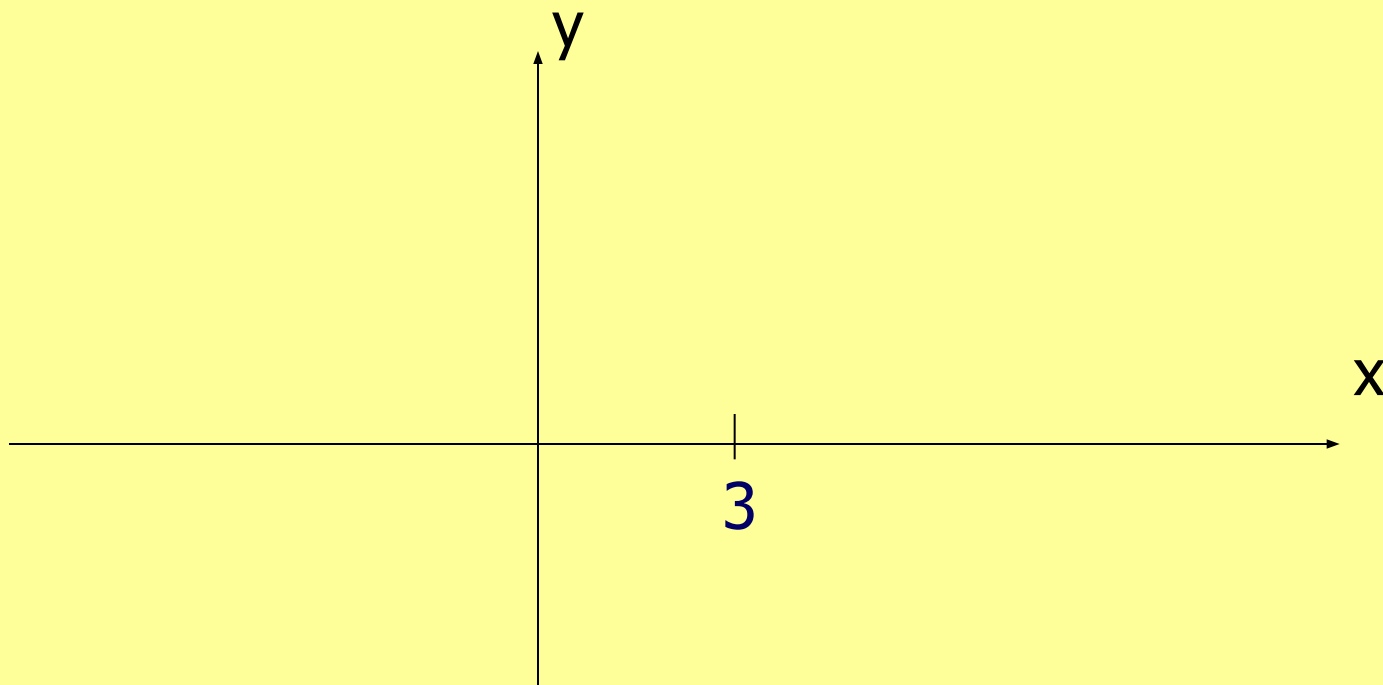
$$f(x_2) = f(4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f(x_1) = f(3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

6. Точек экстремума

7. Область значений

Используя схему исследования функции $f(x) = \sqrt{x} - 3$ построим её график.





Задание 5.

Построить график функции $f(x) = |x| + 1$,
используя схему исследования.



Исследуем функцию $f(x) = |x| + 1$

1. Область определения функции $D(y)$

2. $f(-x) =$

3. Пересечение с осью:

а) с осью OX , $y = 0$.

б) с осью OY , $x = 0$.

4. Промежутки знакопостоянства:

$f(x) > 0$,



5. Промежутки возрастания и убывания функции:

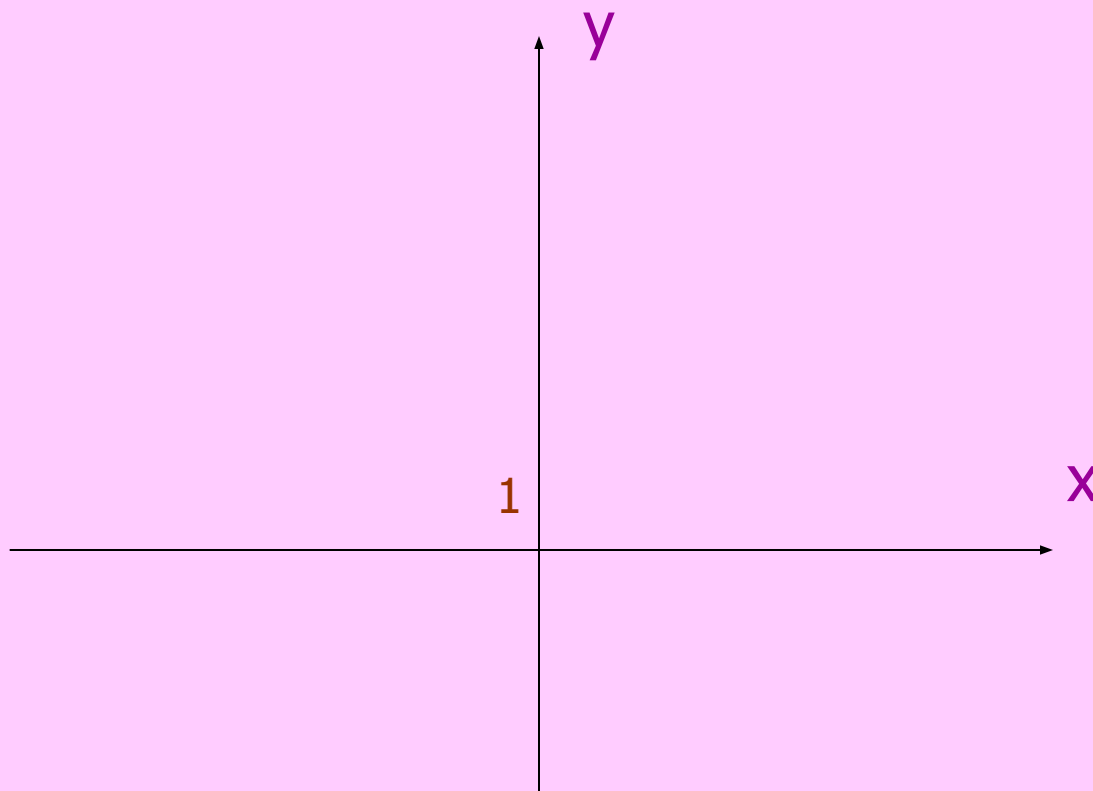
$$x_2 = -1, x_1 = -2.$$

$$x_1 = 1, x_2 = 2.$$

6. Точка минимума

7. Область значений $E(y) =$

Построим график функции $f(x) = |x| + 1$





Домашнее задание

Исследовать функцию

1. $f(x) = x + 5$

2. $f(x) = x^2 - 5x + 6.$