### Тема урока: «Исследование функций»



#### Вопросы:

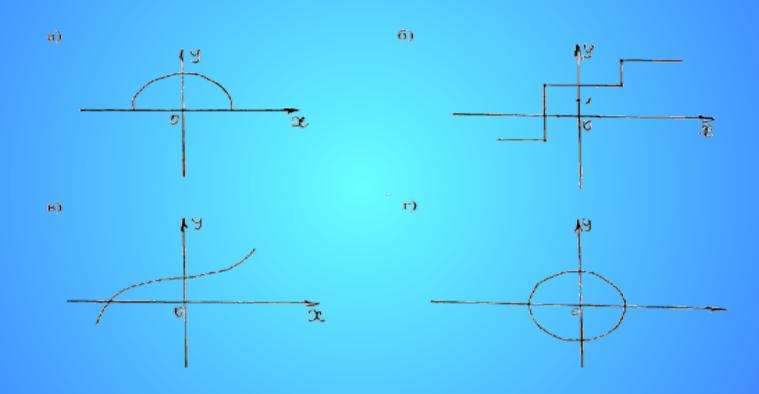
1. Что называется числовой функцией?

Числовой функцией с областью определения D называется соответствие, при котором каждому числу х из множества D сопоставляется по некоторому правилу число у, зависящее от х.

2. Что называется графиком функции?

Графиком функции f называется множество всех точек (х; у) координатной плоскости, где y=f(x), а x «пробегает» всю область определения функции f.

### 3. Какие из линий, изображённых на рисунке являются графиками функций?





- 1. Графиком функции  $y = x^2$  является ...
- 2. Вертикальную координатную прямую на координатной плоскости называют осью...
  - 3. Графиком функции у = 1/х является ...
  - 4. Зависимость, при которой каждому значению х ставится в соответствие единственное значение у называется ...
  - 5. Множество всех точек (x;y) координатной плоскости, где y = f(x), а x «пробегает» всю область определения функции f.

К

a

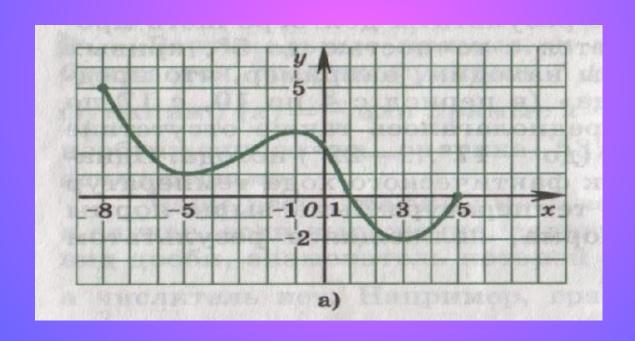
- 6. Графиком функции у = кх + в является ...
- 7. Горизонтальную координатную прямую на координатной плоскости называют осью...
- 8. Ось х и ось у называют осями ...

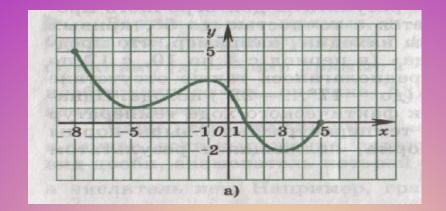
#### Схема исследования функций:

- 1. Найти область определения функции.
- 2. Определить чётность или нечётность функции, периодичность.
- 3. Найти координаты точек пересечения графика с осями координат.
- 1. Найти промежутки знакопостоянства функции.
- 5. Определить промежутки возрастания или убывания функции.
- 6. Найти точки экстремума функции, вид экстремума (максимум или минимум) и значения функции в этих точках.
- 7. Найти область значений функции.
- 8. Построить график функции.

#### Задание 1.

Проведите по общей схеме исследование функции, заданной графиком.

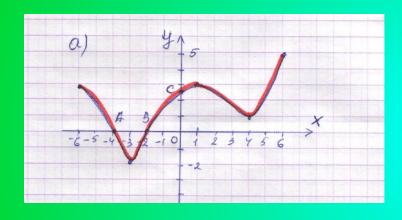


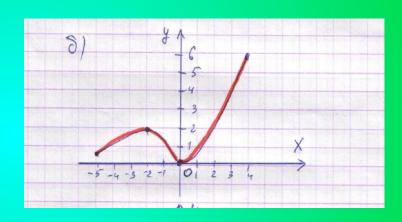


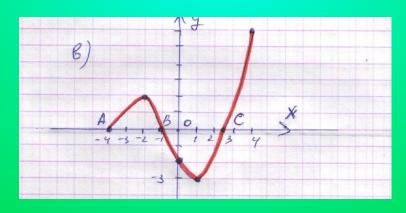
- 1. Область определения функции D(y) = [-8; 5].
- Функция ни чётная, ни нечетная. Функция не периодическая.
- 3. Пересечение с осью ОХ: (1; 0), (5; 0). с осью ОУ: (0; 2).
- 1. Промежутки знакопостоянства:
  - f(x) > 0, при x принадлежащем промежутку [-8; 1).
  - f(x) < 0, при x принадлежащем промежутку (1; 5].
- **5.** Функция возрастает на промежутке [-5; -1]U[3; 5]. Функция убывает на промежутке [-8; -5]U[-1; 3].
- 6. Точки экстремума:  $x_{max} = -1$ ,  $y_{max} = 3$ ,  $x_{min} = -5$ ,  $y_{min} = 1$ ,  $x_{min} = 3$ ,  $y_{min} = -2$ .
- **7.** Область значений E(y) = [-2; 5].

#### Задание 2.

Постройте график функции f, если известны её свойства.







### Задание 1. Построить график функции f(x) = 2x - 6, используя схему исследования.

#### Исследование функции f(x) = 2x - 6.

- 1. Область определения функции  $D(y) = (-\infty; +\infty)$ .
- 2. f(-x) = 2(-x) 6 = -2x 6 = -(2x + 6) функция ни чётная, ни нечетная. Функция не периодическая.
- 3. Пересечение с осью:
  - a) с осью OX, y = 0. 2x - 6 = 0, 2x = 6, x = 3(3; 0).

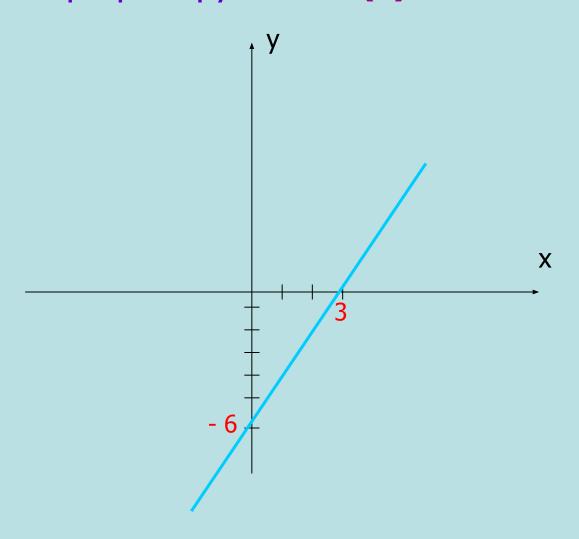
б) с осью ОУ, x = 0.  $2 \cdot 0 - 6 = y$ , 0 - 6 = y, y = -6. (0; -6).

4. Промежутки знакопостоянства:

$$f(x) > 0$$
,  $2x - 6 > 0$ ,  $2x > 6$ ,  $x > 3$ .  
 $f(x) < 0$ ,  $2x - 6 < 0$ ,  $2x < 6$ ,  $x < 3$ .

- $(3; +\infty)$ .  $(-\infty; 3)$ .
- 5. Функция возрастает на промежутке  $(-\infty; +\infty)$ , т. к.  $\kappa = 2$ ,  $\kappa > 0$ .
- 6. Точек экстремума нет.
- 7. Область значений  $E(y) = (-\infty; +\infty)$ .

#### Построим график функции f(x) = 2x - 6.



#### Задание 2.

Построить график функции  $f(x) = x^3 - 1$ , используя схему исследования.

#### Исследуем функцию $y = x^3 - 1$

- 1. Область определения функции  $D(y) = (-\infty; +\infty)$ .
- 2.  $f(-x) = (-x)^3 1 = -x^3 1 = -(x^3 + 1) функция ни чётная, ни нечетная. Функция не периодическая.$
- 3. Пересечение с осью:
  - а) с осью ОХ, y = 0.  $x^3 - 1 = 0$ ,  $x^3 = 1$ , x = 1. (1; 0).

- б) с осью ОУ, x = 0.  $y = 0^3 - 1$ , y = -1. (0; -1).
- 4. Промежутки знакопостоянства:

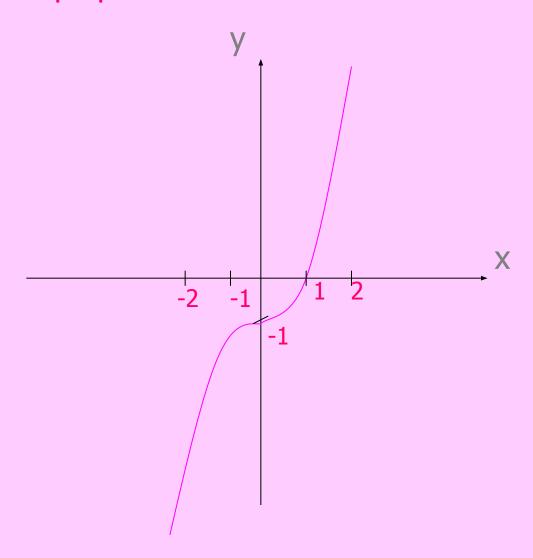
$$f(x) > 0$$
,  $x^3 - 1 > 0$ ,  $x^3 > 1$ ,  $x > 1$ .  
 $f(x) < 0$ ,  $x^3 - 1 < 0$ ,  $x^3 < 1$ ,  $x < 1$ .

$$(1; +\infty)$$
.  $(-\infty; 1)$ .

5. 
$$x_2 = 1$$
,  $x_1 = 0$ .  $f(x_2) = f(1) = 1^3 - 1 = 0$ .  $f(x_1) = f(0) = 0^3 - 1 = -1$ .  $x_2 > x_1$ ,  $f(x_2) > f(x_1) - функция возрастает.$ 

- 6. Точек экстремума нет, т. к. функция возрастает на всей области определения.
- 7. Область значений  $E(y) = (-\infty; +\infty)$ .

Используя схему исследования функции  $y = x^3 - 1$  строим её график.



#### Сделаем вывод.

# Графиком функции у = x<sup>3</sup> – 1 является кубическая парабола, опущенная на 1 единицу вниз.



#### **Задание** *3*.

Построить график функции  $f(x) = x^2 - 4x$ , используя схему исследования.

#### Исследуем функцию $y = x^2 - 4x$

- 1. Область определения функции D(y) = (-∞; +∞).
- 2.  $f(-x) = (-x)^2 4(-x) = x^2 + 4x = -(-x^2 4x) функция ни чётная, ни нечетная. Функция не периодическая.$
- 3. Пересечение с осью:

а) с осью ОХ, 
$$y = 0$$
.  $x^2 - 4x = 0$ ,  $y = 0^2 - 4 \cdot 0 = 0$ ,  $y = 0$ .  $y$ 

#### 4. Промежутки знакопостоянства:



$$f(x) > 0$$
,  $x^2 - 4x > 0$ ,  $x(x - 4) > 0$ ,  $X^2 - 4x = 0$ ,  $x(x - 4) = 0$ ,  $x = 0$  или  $x - 4 = 0$ .

$$f(x) > 0$$
,  $(-\infty; 0)U(4; +\infty)$ .



x = 4.

#### 5. Промежутки возрастания и убывания функции:

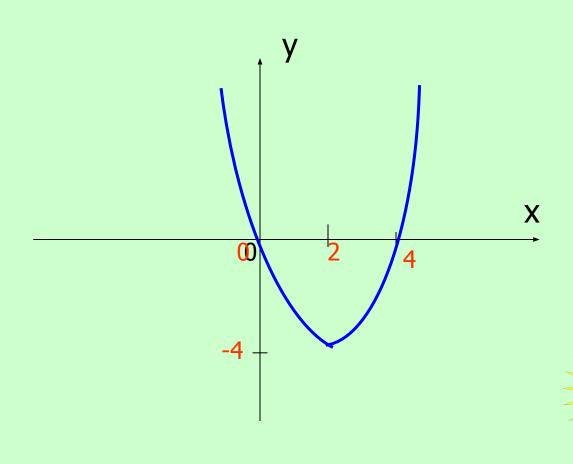
$$x_2 = 1$$
,  $x_1 = 0$ .  
 $f(x_2) = f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 = -3$ .  
 $f(x_1) = f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 = 0$ .  
 $x_2 > x_1$ ,  $f(x_2) < f(x_1) - функция убывает на промежутке  $(-\infty; 2)$ .$ 

$$x_1 = 3$$
,  $x_2 = 4$ .  $f(x_1) = f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 = -3$ .  $f(x_2) = f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 = 0$ .  $x_2 > x_1$ ,  $f(x_2) > f(x_1) - функция возрастает на промежутке  $(2; +\infty)$ .$ 

- 6. Точка минимума (2; -4).
- 7. Область значений  $E(y) = (-4; +\infty)$ .

#### Построим график функции у

$$=\mathbf{X}^2-4\mathbf{X}$$



#### Вывод

Графиком функции у = x<sup>2</sup> – 4х является парабола, ветви параболы направлены вверх.

## Самостоятельно выполниту задание.

Построить график функции

$$f(x) = \sqrt{x-3},$$

используя схему исследования.

Исследуем функцию  $f(x) = \sqrt{x-3}$  по схеме исследования.

- 1. Область определения функции D(y) = [ ).
- 2. f(- x) =
- 3. Пересечение с осью: a) с осью OX, y = 0.

- б) с осью ОУ, x = 0.
- 4. Промежутки знакопостоянства: f(x) > 0,

5. Промежутки возрастания и убывания функции:

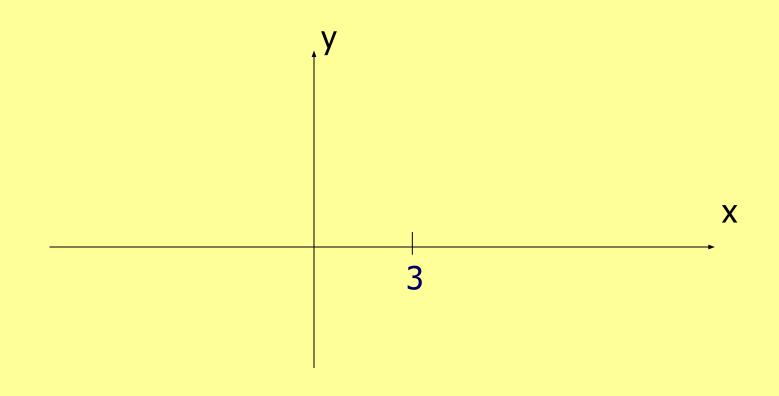
$$x_2 = 4$$
,  $x_1 = 3$ .

$$f(x_2) = f(4) =$$

$$f(x_1) = f(3) =$$

- 6. Точек экстремума
- 7. Область значений

## Используя схему исследования функции $f(x) = \sqrt{x - 3}$ построим её график.



#### Задание 5.

Построить график функции f(x) = |x| + 1,

используя схему исследования.



#### Исследуем функцию f(x) = |x| + 1

1. Область определения функции D(у)

2. 
$$f(-x) =$$

- 3. Пересечение с осью:
  - а) с осью OX, y = 0.

- б) с осью ОУ, x = 0.
- 4. Промежутки знакопостоянства: f(x) > 0,



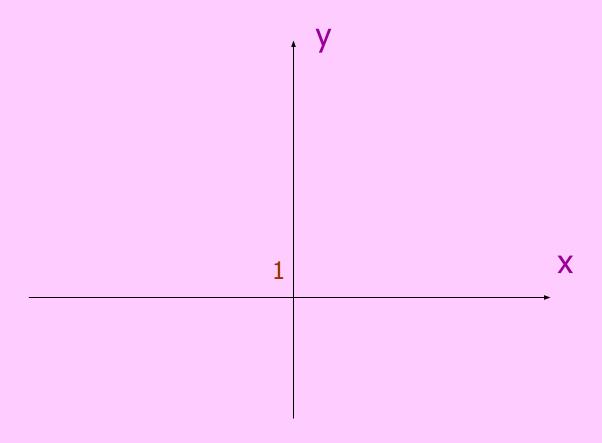
5. Промежутки возрастания и убывания функции:

$$x_2 = -1, x_1 = -2.$$

$$X_1 = 1, X_2 = 2.$$

- 6. Точка минимума
- 7. Область значений Е(у) =

#### Построим график функции f(x) = |x| + 1





#### Домашнее задание

Исследовать функцию 1. f(x) = x + 5

2. 
$$f(x) = x^2 - 5x + 6$$
.