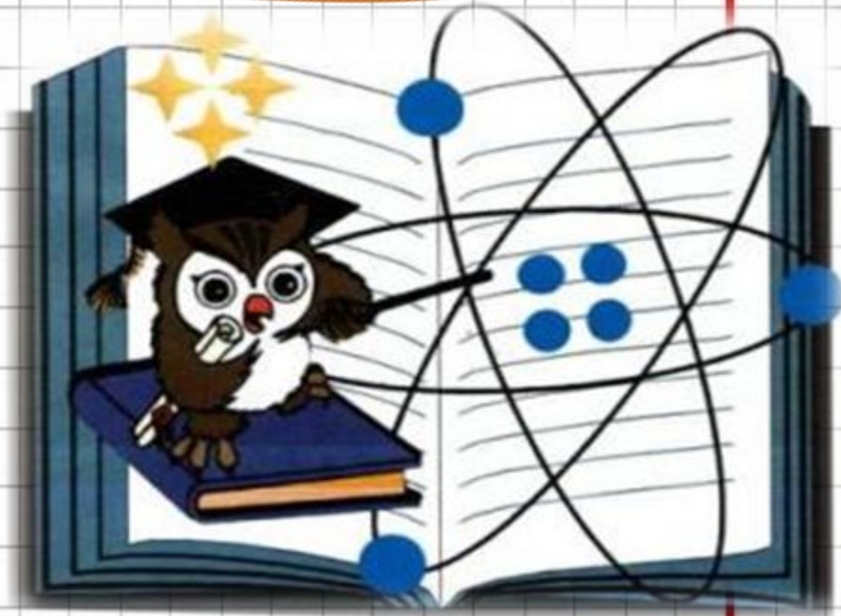
22.01.2019

Математическое описание случайных явлений



Событие называется *случайным*, если нельзя утверждать, что это событие в данных обстоятельствах непременно произойдет.

A={в следующем году первый снег в Питере выпадет в четверг};

B={свалившийся со стола бутерброд упадет на пол маслом вниз};

C={ при бросании кубика выпадет шестерка};

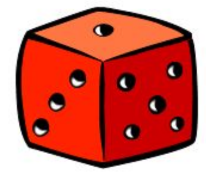
D= {при бросании кубика выпадет нечетное число очков}.

Невозможные события - события, которые в данных условиях произойти не могут.

F={ при бросании кубика выпадет девять}.

Достоверное событие - это событие, которое при данных условиях обязательно произойдет.

H={при бросании кубика выпадет число очков, меньшее 10}



Определить, случайным, достоверным или невозможным является событие, наступившее в результате проведённого испытания (см. табл.).

№ п/п	Испытание	Событие
1	Брошен игральный кубик	Выпало 6 очков
2	Брошен игральный кубик	Выпало 1 очко
3	Брошен игральный кубик	Выпало число очков, кратное 7
4	Брошен игральный кубик	Выпало число очков, меньшее 7
5	Брошено два игральных кубика	Сумма выпавших очков равна 3
6	Брошено два игральных кубика	Сумма выпавших очков равна 15

№ п/п	Испытание	Событие
7	Брошено два игральных кубика	Произведение выпавших очков равно 7
8	Брошено два игральных кубика	Произведение выпавших очков равно 8
9	Нагревается стальной стержень	Длина стержня увеличивается
10	Охлаждается стальной стержень	Длина стержня уменьшается
11	Произведены три выстрела по мишени	Мишень поражена одним или тремя выстрелами
12	Произведены три выстрела по мишени	Мишень не поражена ни одним из выстрелов

№ п/п	Испытание	Событие
13	Случайным образом открывается страница перекидного календаря на февраль месяц	Появилось 30-е число
14	Случайным образом открывается страница перекидного календаря на ноябрь месяц	Появилось 31-е число
15	Из колоды в 36 карт случайным образом извлечена одна карта	Извлечена карта бубновой масти
16	Из колоды в 36 карт случайным образом извлечена одна карта	Извлечена карта дама треф

№ п/п	Испытание	Событие
17	Девятиклассник вышел на улицу	Он встретил одноклассника
18	Девятиклассник вышел на улицу	Он встретил инопланетянина
19	Новый электроприбор включён в сеть	Электроприбор не работает
20	Новый электроприбор включён в сеть	Электроприбор проработал 1 ч

Совместные и несовместные события

Совместные события могут происходить в данных условиях одновременно.

Несовместные события НЕ могут происходить в данных условиях одновременно.

Пример:

Совместные события: «наступило утро», «пошел снег».

Несовместные события: : «наступило утро», «наступил вечер».

Установить, являются ли совместными события A и B, наступающие в указанном испытании (см. табл.).

№ п/п	Испытание	События A и B
1	Брошена игральная кость и определено число очков, появившееся на верхней её грани	A: появилось число 5; B: появилось число больше 4
2	Брошена игральная кость и определено число очков, появившееся на верхней её грани	A: появилось число не больше 3; B: появилось число 3
3	Из колоды карт (36 листов) извлечена одна карта	A: извлечена карта пиковой масти; B: извлечена карта валет

№ п/п	Испытание	События *A* и *B*
4	Из колоды карт (36 листов) извлечена одна карта	*A*: извлечена карта трефовая дама; *B*: извлечена карта красной масти
5	Наблюдаются погодные явления в Туле 1 января	*A*: идёт снег; *B*: температура воздуха –10 °C
6	Наблюдаются погодные явления в Туле 1 января	*A*: идёт дождь; *B*: температура воздуха –30 °C

Случайные опыты

те условия и действия, при которых может осуществиться случайное событие, принято называть случайным опытом, или случайным экспериментом.

Элементарные события

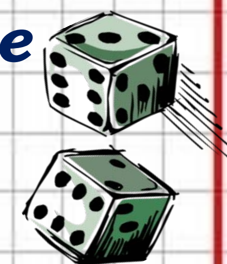
События которые нельзя разделить на более простые , называются элементарными событиями.

Пример:

Опыт: подбрасывание одной игральной кости

Элементарные события: «выпало одно очко», «выпало два очка», «выпало три очка», «выпало четыре очка», «выпало пять очков», «выпало шесть очков».

Не элементарное событие: «выпало меньше трех очков», «выпало не меньше пяти очков».



Элементарным событием при двух бросаниях игральной кости является пара чисел.

Пример:

Опыт: **подбрасывают две игральные кости.**

Элементарные события: *(1;1); (1;2)….*

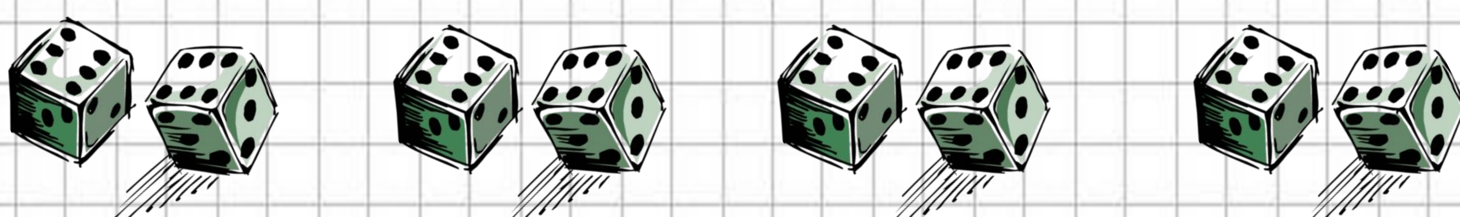
(2;1); (2;2)…

Элементарные события при подбрасывании двух игральных костей

1; 1	1; 2	1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
2; 1	2; 2	2; 3	2; 4	2; 5	2; 6
3; 1	3; 2	3; 3	3; 4	3; 5	3; 6
4; 1	4; 2	4; 3	4; 4	4; 5	4; 6
5; 1	5; 2	5; 3	5; 4	5; 5	5; 6
6; 1	6; 2	6; 3	6; 4	6; 5	6; 6

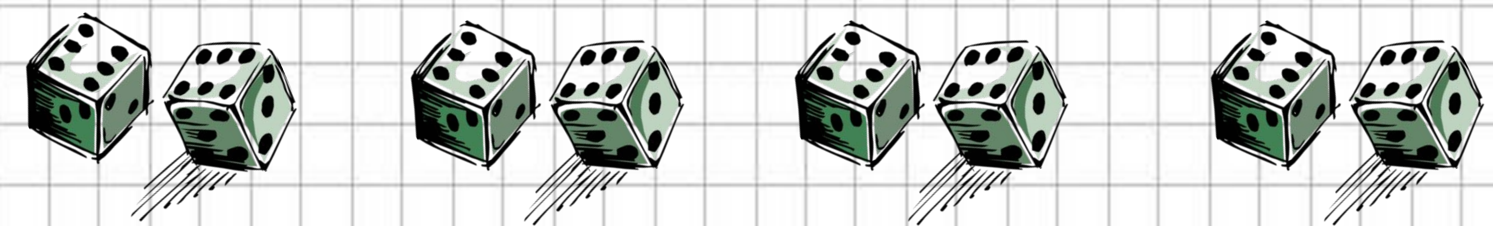
Равновозможные элементарные события

***Равновозможные элементарные события* – это элементарные события шансы которых одинаковы.**



Примеры:

1. При бросании одной игральной кости равновозможных элементарных событий 6.
2. При бросании двух игральных костей равновозможных элементарных событий 36.



Вопросы:

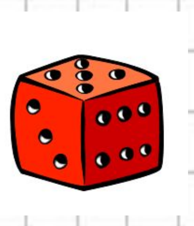
1. Равновозможны ли элементарные события «ОРЕЛ» и «РЕШКА» при бросании монеты.
2. Равновозможны ли падения бутерброда с маслом?

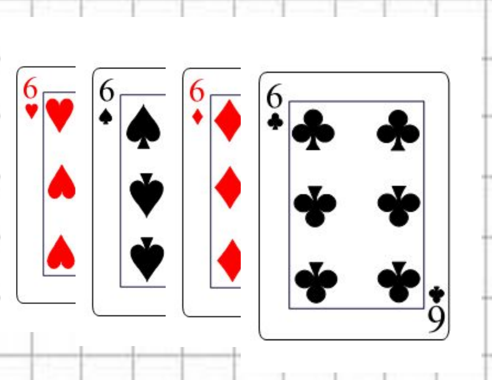
Установить, являются ли равновозможными события A и B, которые могут произойти в результате указанного испытания (см. табл.).

Испытание	События A и B
Бросают игральный кубик	A: выпало чётное число очков; B: выпало нечётное число очков
Бросают игральный кубик	A: выпало нечётное число очков; B: выпало число очков, кратное 3

Испытание	События A и B
Из полной колоды карт (36 листов) извлечена одна карта	A: извлечена карта красной масти; B: извлечена карта чёрной масти
Из полной колоды карт (36 листов) извлечена одна карта	A: извлечён валет; B: извлечена шестёрка
Из полной колоды карт (36 листов) извлечена одна карта	A: извлечена дама красной масти; B: извлечён король треф

Пример. Что вероятнее:
А={получить шестерку при подбрасывании кубика} или В={вытянуть шестерку из перетасованной колоды карт}?





Шестерок на кубике - 1

Всего граней у куба - 6

1 шанс из 6

Шестерок в колоде - 4

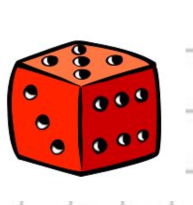
Всего карт в колоде - 36

4 шанса из 36

$$\frac{1}{6} > \frac{4}{36}$$

Таким образом, долю успеха того или иного события математики стали называть ВЕРОЯТНОСТЬЮ этого события и обозначать буквой Р (от латинского слова probilitas - вероятность)

Ученые наблюдали за игрой в кости и делали математические выводы…



Вероятности элементарных событий

Вероятность равновозможных элементарных событий:
***P(A)=1/N*,**
где A- элементарное событие,
N- число равновозможных элементарных событий случайного опыта.

Пример:

Все элементарные события случайного эксперимента равновозможны. Найдите вероятность каждого элементарного события, если их общее число равно 17.

Решение:

b – элементарное событие случайного эксперимента.

$$P(b)=1/N,$$

где b- событие,

$$N=17,$$

$$P(b)=1/17.$$

Ответ: $P(b)=1/17.$

В каждом опыте сумма вероятностей всех элементарных событий равна 1.

Пример:

Рассмотрим случайный эксперимент, в котором три элементарных события: a, b, c. Вероятности этих элементарных событий обозначим P(a), P(b), P(c). Найти сумму вероятностей этих элементарных событий.

Решение:

В данном случае

$$P(a)+P(в)+P(c)=1$$

В каждом опыте сумма вероятностей всех элементарных событий равна 1.

Пример:

Рассмотрим случайный эксперимент, в котором бросают шестигранный кубик. Определить элементарные события. Найти сумму вероятностей всех элементарных событий.

Решение:

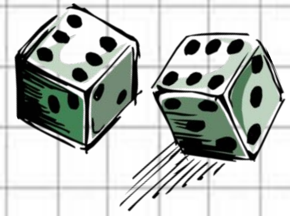
Благоприятствующие элементарные события

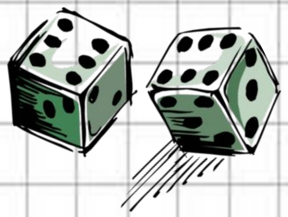
Элементарные события, при которых наступает событие А, называются элементарными событиями, благоприятствующими событию А.

Пример:

Опыт: бросание одной игральной кости.
Событие А: «Выпало четное число очков»

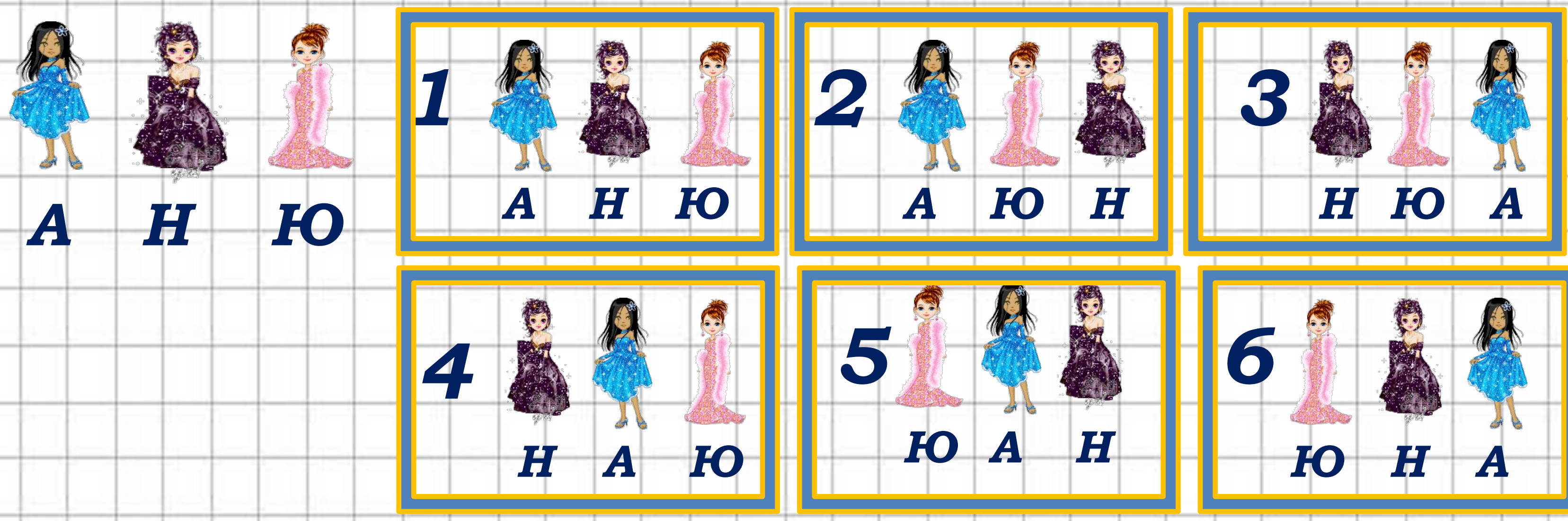
Благоприятствующие события:
«выпало 2 очка»,
«выпало 4 очка»,
«выпало шесть очков».



Пример:

Аня, Наташа и Юля (А, Н и Ю) встают в очередь. Все возможные события в этом случае складываются из элементарных событий, которых в данном случае шесть:



Рассмотрим событие : «Ю стоит первой».

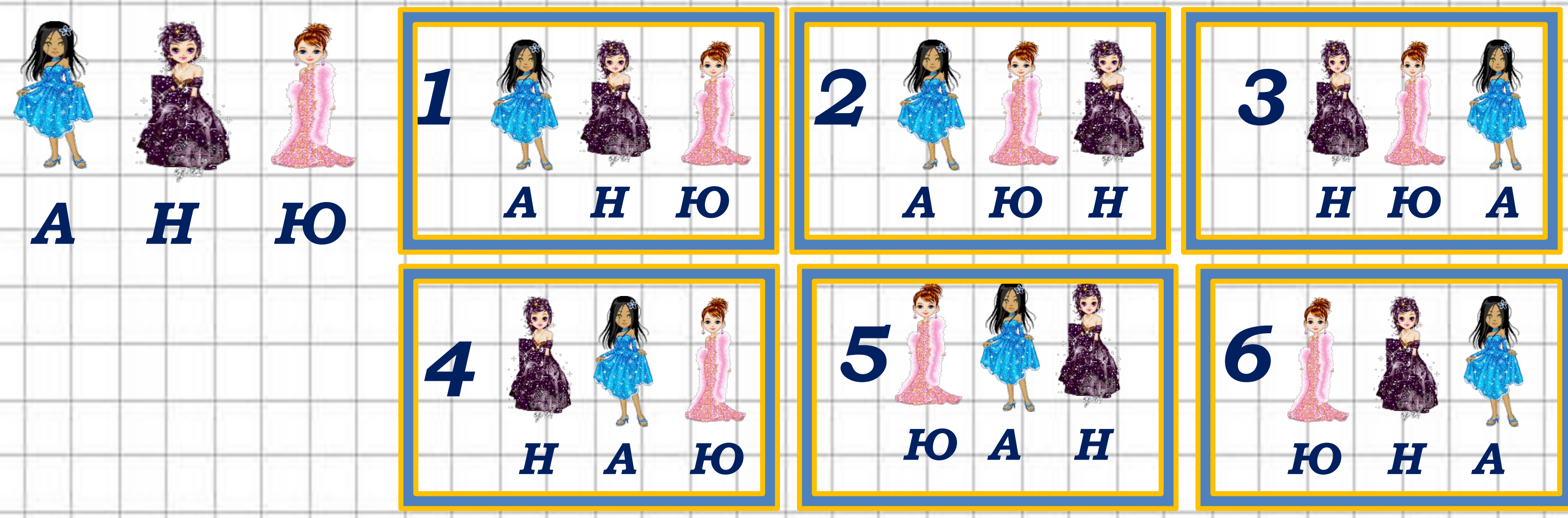
Ему благоприятствуют элементарные события:

«ЮАН»,

«ЮНА».

Пример:

Аня, Наташа и Юля (А, Н и Ю) встают в очередь. Все возможные события в этом случае складываются из элементарных событий, которых в данном случае шесть:



Рассмотрим событие : «Н стоит впереди А».

Ему благоприятствуют элементарные события:

«НЮА», «НАЮ», «ЮНА».

Пример:

Игральную кость бросают дважды. Таблица элементарных событий этого опыта:

1; 1	1; 2	1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
2; 1	2; 2	2; 3	2; 4	2; 5	2; 6
3; 1	3; 2	3; 3	3; 4	3; 5	3; 6
4; 1	4; 2	4; 3	4; 4	4; 5	4; 6
5; 1	5; 2	5; 3	5; 4	5; 5	5; 6
6; 1	6; 2	6; 3	6; 4	6; 5	6; 6

Рассмотрим событие : «сумма очков при двух бросках равна 11».

Ему благоприятствуют элементарные события:

(6; 5) и (5; 6).

Пример:

Игральную кость бросают дважды. Таблица элементарных событий этого опыта:

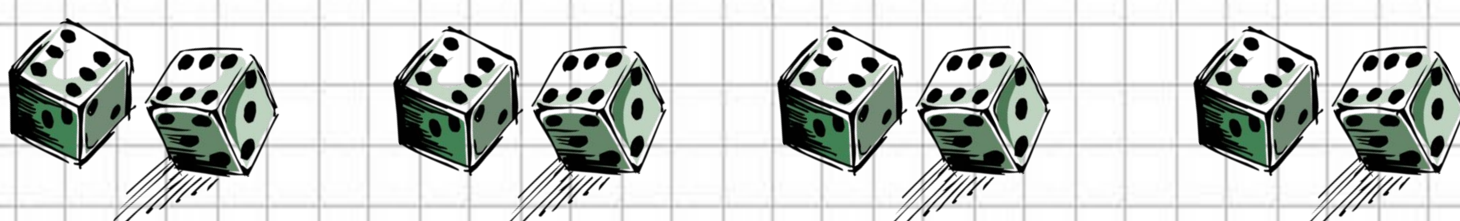
1; 1	1; 2	1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
2; 1	2; 2	2; 3	2; 4	2; 5	2; 6
3; 1	3; 2	3; 3	3; 4	3; 5	3; 6
4; 1	4; 2	4; 3	4; 4	4; 5	4; 6
5; 1	5; 2	5; 3	5; 4	5; 5	5; 6
6; 1	6; 2	6; 3	6; 4	6; 5	6; 6

Рассмотрим событие : «произведение очков при двух бросках равна 12».

Ему благоприятствуют элементарные события:

(4; 3), (3; 4), (2, 6) и (6; 2).

а) если Р(А)=0, то события называются невозможными;
b) если Р(А)=1, то события называются достоверными;
с) для случайных событий:
$0 < P(A) < 1$.



Укажите, какие из следующих событий – невозможные, достоверные, случайные, а о каких мы можем сказать, что оно «маловероятно» или «очень вероятно»:

1. Футбольный матч «Спартак» - «Динамо» закончится вничью.
2. Вы выиграете, участвуя в беспроигрышной лотерее.
3. В полночь выпадет снег, а через 24 часа будет светить солнце.
4. Завтра будет контрольная по математике.
5. Вы получите «5» за контрольную работу по математике.
6. 30 февраля будет дождь.
7. Вас изберут президентом США.
8. Вас изберут президентом России.
9. Круглая отличница получит двойку.
10. На день рождения вам подарят живого крокодила.

Вероятности событий

Вероятность события равна сумме вероятностей элементарных событий, благоприятствующих этому событию.

$P(A)=P(a)+P(b)+P(c)+P(d)$,

где A-событие,

a, b, c, d – элементарные события, благоприятствующие событию A

Пример:

В шахматной партии, которую Остап Бендер играет с любителем шахмат города Васюки, вероятность выигрыша Остапа равна 0,001, вероятность ничьей равна 0,01. Найдем вероятность события А «Остап не проиграл».

Решение:

Благоприятствующие события:
«Остап выиграл»,
«партия окончилась вничью».

P(A) = 0,001 + 0,01 = 0,011

Пример:

Автомобиль подъезжает к перекрестку. Вероятность элементарного события «автомобиль свернет вправо» равна 0,5, вероятность элементарного события «автомобиль свернет влево» равна 0,3, вероятность элементарного события «автомобиль поедет прямо» равна 0,18. Нужно найти вероятность события А «автомобиль не поедет обратно».

Решение:

Благоприятствующие события:
«автомобиль свернет вправо»,
«автомобиль свернет влево»,
«автомобиль поедет прямо».

Р(А) = 0,5 + 0,3 + 0,18 = 0,98

Равновероятные события

События, которые имеют одинаковые вероятности.

Пример:

Стрелок один раз стреляет в круглую мишень. При этом вероятность попадания в зоны мишени представлены в таблице:

[redacted]										
Вероятность	0	0,001	0,004	0,006	0,021	0,065	0,14	0,243	0,334	0,186

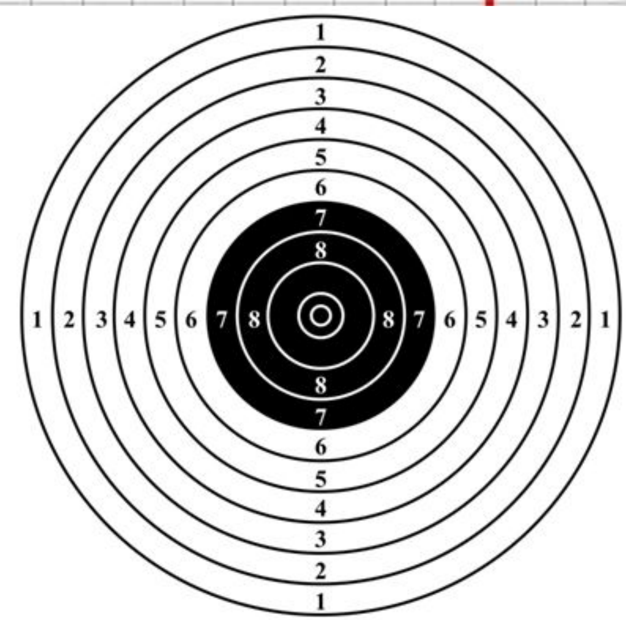
Найдите вероятность события:

а) «стрелок выбил меньше 5 очков»;

б) «стрелок выбил больше 7 очков»;

в) «стрелок попал в черную зону»;

г) «стрелок выбил четное число очков».



Опыты с равновозможными элементарными событиями

Вероятность равновозможных элементарных событий:
$P(A)=1/N$,
где A- элементарное событие,
N- число равновозможных элементарных событий случайного опыта.

Вероятность произвольного события равна отношению числа элементарных событий, благоприятствующих этому событию, к общему числу элементарных событий.

$$P(A)=N(A)/N$$

ФОРМУЛА ВЕРОЯТНОСТИ

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

- **Эта формула называется классической формулой вероятности или классическим определением вероятности. Где:**

P(A) – вероятность события ***A***.

m – число (количество) благоприятных исходов,

n – число (количество) всех исходов.

ПРАВИЛО: **Вероятность всегда равна от 0 до 1**. Ни меньше, ни больше!

В ящике находятся 3 белых и 4 чёрных шара. Наугад вынимают один шар. Найти вероятность того, что этот шар:

1) белый;
2) чёрный;
3) белый или чёрный;
4) красный.