Электростатика

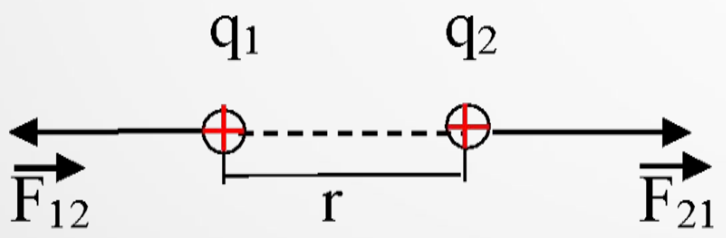
Электрический заряд – это свойство элементарных частиц.

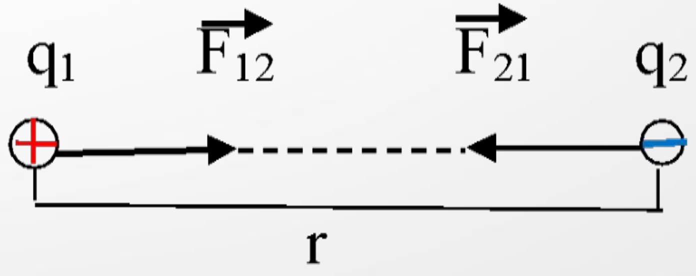
Свойства электрического заряда:

- Двузначность.
- Симметрия.
- Квантованность.
- Сохраняемость.
- Инвариантность.

Точечный электрический заряд – это заряженное тело, размеры которого много меньше расстояния до других тел.

Закон Кулона: сила взаимодействия двух точечных зарядов прямо пропорциональна величинам зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Сила направлена вдоль линии, соединяющей заряды.





$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$$

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.
$\vec{r}$ - радиус-вектор, соединяющий заряды.

Единица заряда в СИ: 1 Кулон (Кл) – заряд, проходящий через сечение проводника за 1 секунду при токе в 1 А.

В пространстве, окружающем электрический заряд, возникает электрическое поле.

Электростатическое поле-это электрическое поле, не изменяющееся со временем. Оно создаётся неподвижными электрическими зарядами.

Напряженность электрического поля – физическая величина, численно равна силе, действующей на единичный положительный заряд в данной точке поля.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

В СИ размерность Е (В/м)

Напряженность поля точечного заряда

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$$

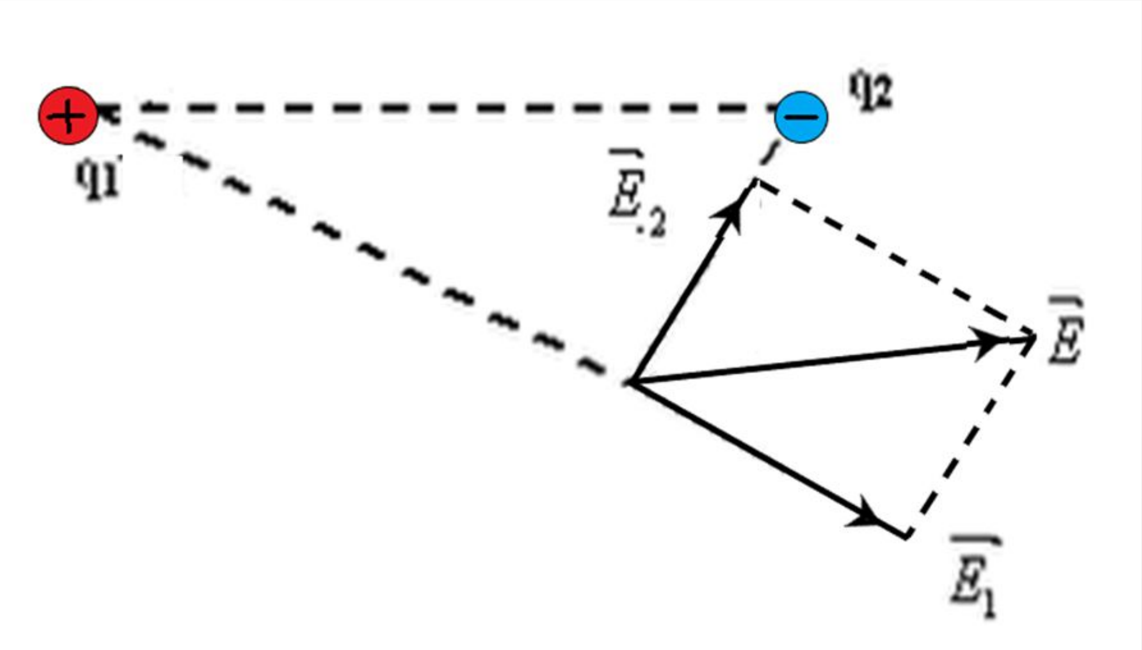
Направление вектора   определяется направлением силы, действующей на положительный точечный заряд в данной точке поля

Принцип суперпозиции.

Напряженность электрического поля, создаваемого системой зарядов в данной точке пространства, равна векторной сумме напряженностей электрических полей, создаваемых в той же точке зарядами в отдельности:

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 + \ldots.$$

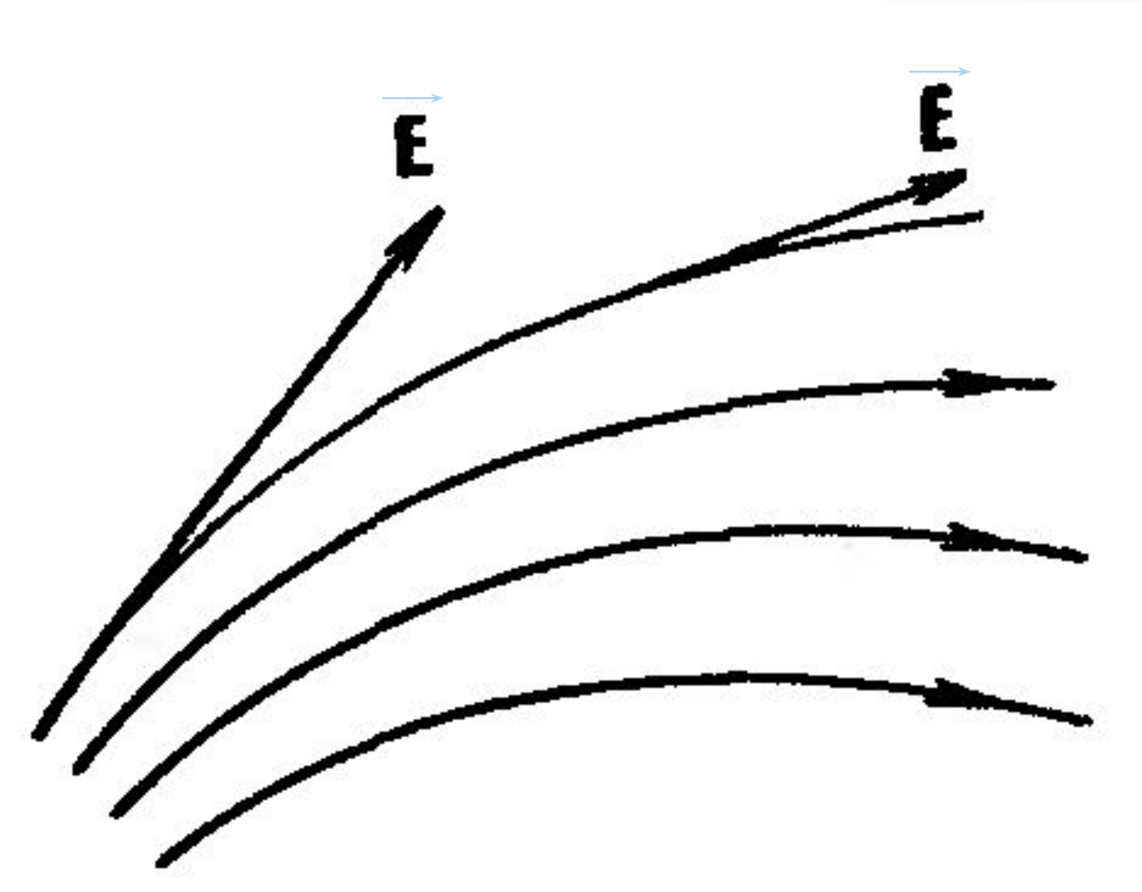
$$\vec{\mathbf{E}} = \sum \vec{\mathbf{E}}_i$$

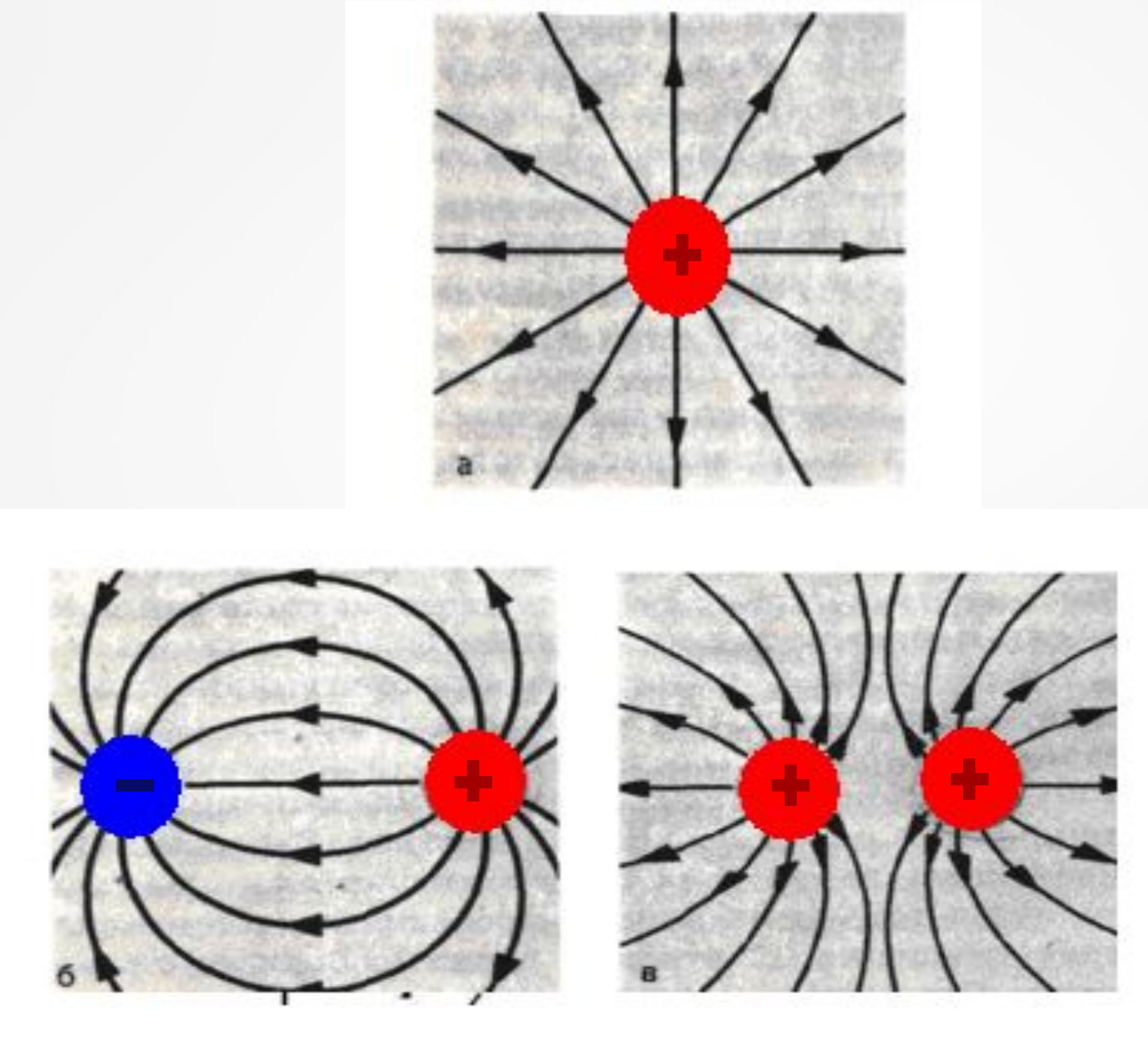


Зная вектор $\vec{E}$ в каждой точке, можно представить электрическое поле наглядно с помощью линий напряженности, или другими словами линий вектора $\vec{E}$. Эти линии проводят так, чтобы касательная к ним в каждой точке совпадала с направлением вектора $\vec{E}$, а густота линий, была бы пропорциональна модулю вектора $\vec{E}$. Кроме того этим линиям приписывают направление, совпадающее с направлением вектора $\vec{E}$.

Силовая линия – это линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора $\vec{E}$.

По полученной картине можно легко судить о конфигурации данного электрического поля – о направлении и модуле вектора $\vec{E}$ в разных точках поля.



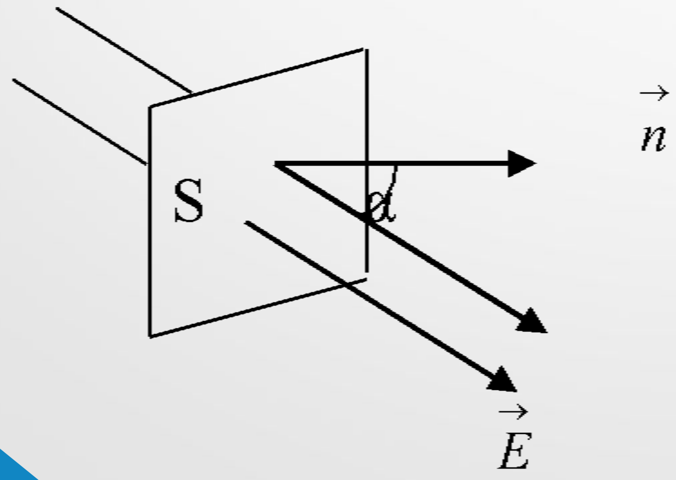

а
б
в

Поток вектора напряжённости электрического поля через плоскую поверхность S в случае однородного поля

$\Phi_E = ES\cos\alpha = E_nS$, где $\vec{n}$ - вектор нормали к поверхности S,

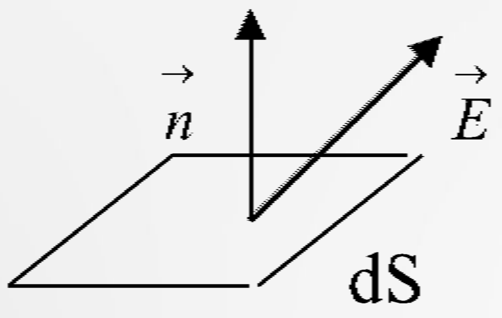
α – угол между векторами $\vec{E}$ и $\vec{n}$.

В СИ Φ_E (В • м)



Φ_E – это скалярная величина. Он может быть положительным, если $\cos\alpha > 0$ или отрицательным ($\cos\alpha < 0$).

Если поле неоднородно и поверхность не плоская



поток вектора $\vec{E}$ через элемент поверхности dS

$$d\Phi_E = E_n dS$$

Полный поток через поверхность S

$$\Phi_E = \int_S E_n dS$$

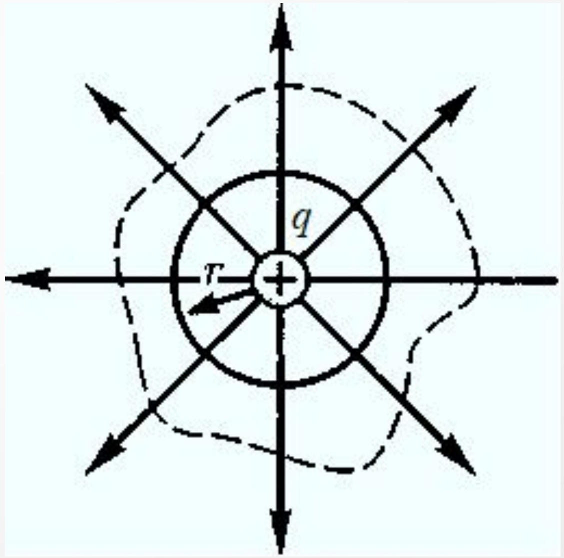
$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\Phi_E = ES = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

Для поверхности любой формы, если она замкнута и заключает в себе точечный заряд *q*, поток вектора ***E*** равен

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E}\,d\mathbf{S} = \oint_S E_n\,dS = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме: поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ε_0.

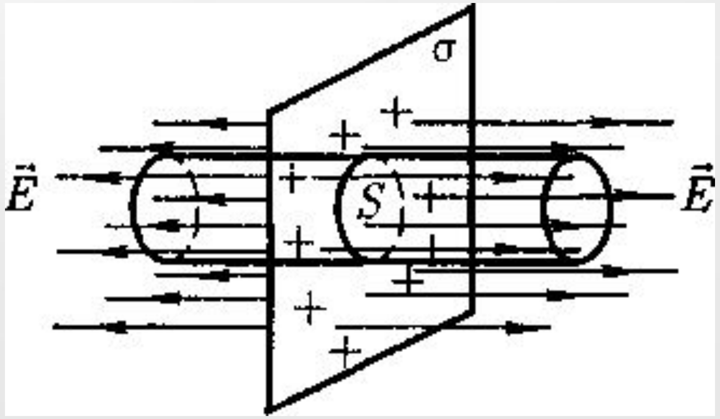
$$\oint_S \mathbf{E}\,d\mathbf{S} = \oint_S E_n\,dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i$$

Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости.

Бесконечная плоскость заряжена с постоянной поверхностной плотностью $+\sigma$ ($\sigma = \frac{dq}{dS}$ — заряд, приходящийся на единицу площади поверхности).

Линии напряженности перпендикулярны рассматриваемой плоскости и направлены от нее в обе стороны.

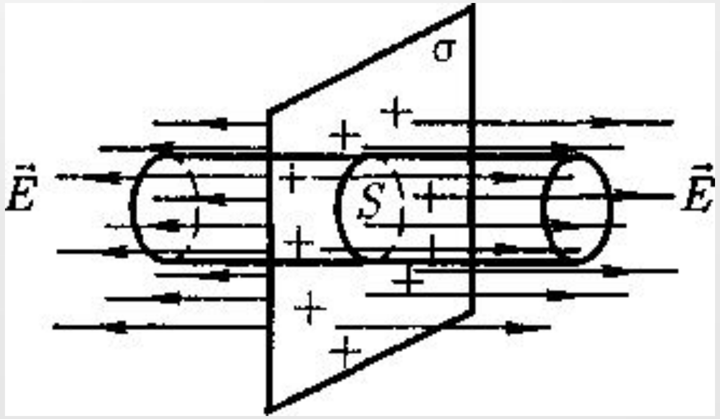
В качестве замкнутой поверхности мысленно построим цилиндр, основания которого параллельны заряженной плоскости, а ось перпендикулярна ей. Так как образующие цилиндра параллельны линиям напряженности ($\cos\alpha = 0$), то поток вектора напряженности сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю.



Полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков сквозь его основания (площади оснований *S* равны и для основания E_n совпадает с *E*), т.е. равен $\Phi = 2ES$. Заряд, заключенный внутри построенной цилиндрической поверхности, равен σS. Согласно теореме Гаусса

$$2ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0} \qquad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

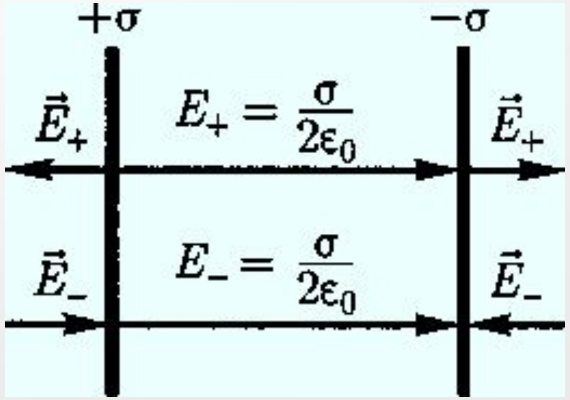
поле равномерно заряженной плоскости однородно.



Поле двух бесконечных параллельных разноименно заряженных плоскостей

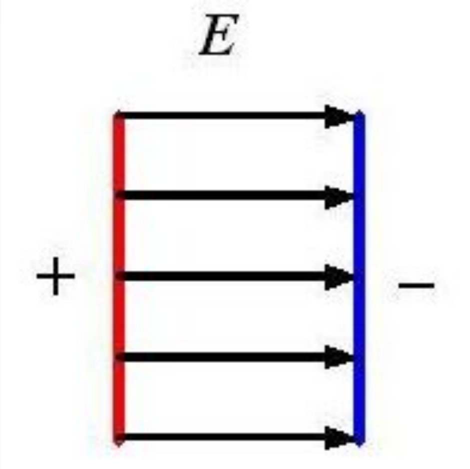
Пусть плоскости заряжены равномерно разноименными зарядами с поверхностными плотностями $+\sigma$ и $-\sigma$. Поле таких плоскостей найдем как суперпозицию (сумму) полей, создаваемых каждой из плоскостей в отдельности.

За пределами плоскостей поля вычитаются (линии напряженности направлены навстречу друг другу), поэтому здесь напряженность поля $E = 0$.
В области между плоскостями $E = E_+ + E_-$



E_+ и $E\_$ определяются по формуле

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

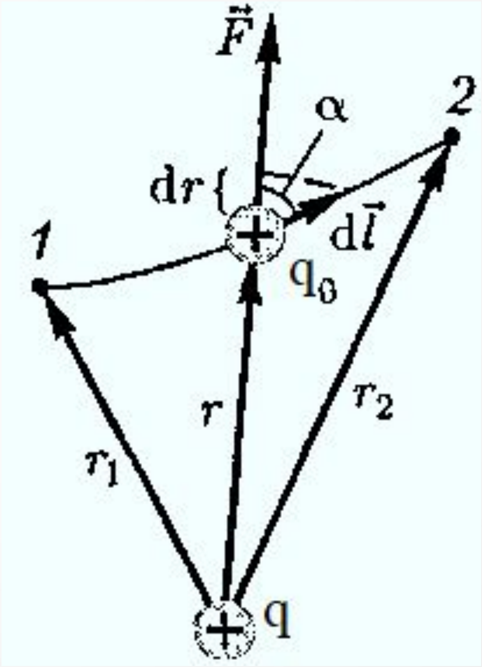


Поэтому результирующая напряженность в 2 раза больше

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля

Пусть в электростатическом поле точечного заряда q из точки *1* в точку *2* вдоль произвольной траектории перемещается другой точечный заряд q_o, тогда сила, приложенная к заряду q_o, совершает работу. Работа силы F на элементарном перемещении dl равна



$$dA = \vec{F} d\vec{l} = F dl \cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q q_0}{r^2} dl \cos\alpha\,.$$

Так как $dl\cos\alpha = dr$, то

$$dA = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q q_0}{r^2} dr.$$

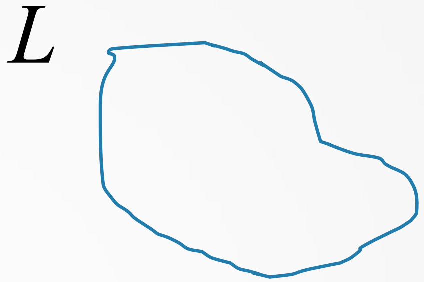
Работа при перемещении заряда q_o из точки 1 в точку 2

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2}\right)$$

Работа сил электростатического поля не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной 1 и конечной 2 точек. Следовательно, электростатическое поле точечного заряда является потенциальным, а электростатические силы - консервативными

Следствие: работа, совершаемая при перемещении электрического заряда во внешнем электростатическом поле по любому замкнутому пути *L*, равна нулю!

Если перемещается единичный точечный положительный заряд, то:



$$\oint_L E\,dl = \oint_L E_l\,dl = 0$$

Интеграл называется циркуляцией вектора напряженности. Таким образом, циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю. Силовое *поле,* обладающее таким свойством, называется потенциальным. Из обращения в нуль циркуляции вектора ***E*** следует, что линии напряженности электростатического поля не могут быть замкнутыми, они начинаются и кончаются на зарядах (соответственно на положительных или отрицательных) или же уходят в бесконечность.

Потенциал электростатического поля

Тело, находящееся в потенциальном поле сил, обладает потенциальной энергией, за счет которой силами поля совершается работа. Работу сил электростатического поля можно представить как разность потенциальных энергий, которыми обладает точечный заряд q_0 в начальной и конечной точках траектории в поле заряда *q*

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r_2} = U_1 - U_2$$

Потенциальная энергия заряда q_0 в поле заряда *q* равна

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r}$$

Отношение потенциальной энергии заряда к величине заряда не зависит от q_o и является энергетической характеристикой электростатического поля, называемой потенциалом φ:

$$\varphi = \frac{U}{q_0}$$

Потенциал поля, создаваемого точечным зарядом *q*, равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q_0 из точки 1 в точку *2*, может быть представлена как

$$A_{12} = U_1 - U_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Разность потенциалов двух точек *1* и 2 в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля при перемещении единичного положительного заряда из точки *1* в точку *2*.

Работа сил поля при перемещении единичного заряда $q_0 = 1$ из точки *1* в точку *2* может быть записана также в виде

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \oint_1^2 \vec{E}d\vec{l} = \oint_1^2 E_l dl$$

$$A_{12} = U_1 - U_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Пусть точка 2 удалена на бесконечно большое расстояние, где потенциал φ_2 равен нулю, тогда работа сил электрического поля $A_\infty = q_0\varphi$, а потенциал $\varphi = \frac{A_\infty}{q_0}$.

Таким образом, потенциал — физическая величина, численно равная работе сил поля по перемещению единичного положительного заряда из данной точки поля на бесконечность.

Единица измерения потенциала и разности потенциалов — 1 ***вольт*** (В)

Напряженность как градиент потенциала. Эквипотенциальные поверхности

Работа dA по перемещению *единичного* точечного положительного заряда из одной точки поля в другую вдоль оси x при условии, что точки расположены бесконечно близко друг к другу и $x_1 = x_2 - dx$ равна $dA = E_x dx$.

Та же работа равна $\varphi_1 - \varphi_2 = -d\varphi$. Приравняв оба выражения, можем записать

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

Повторив аналогичные рассуждения для осей y и z, можем найти вектор $\boldsymbol{E}$:

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\vec{k}\right)$$

где $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ — единичные векторы координатных осей x, y, z

Из определения градиента следует, что

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi, \text{или } \vec{E} = -\nabla\varphi$$

Знак ≪—≫ определяется тем, что вектор напряженности ***E*** поля направлен в *сторону убывания* потенциала.

Для графического изображения распределения потенциала электростатического поля, как и в случае поля тяготения, пользуются *эквипотенциальными поверхностями* — поверхностями, во всех точках которых потенциал $\boldsymbol{\varphi}$ имеет одно и то же значение $\boldsymbol{\varphi = const}$

Если поле создается точечным зарядом, то его потенциал равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

Таким образом, эквипотенциальные поверхности в данном случае — концентрические сферы.

С другой стороны, линии напряженности в случае точечного заряда — радиальные прямые. Следовательно, линии напряженности в случае точечного заряда перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

Спасибо за внимание!