



Электростатика

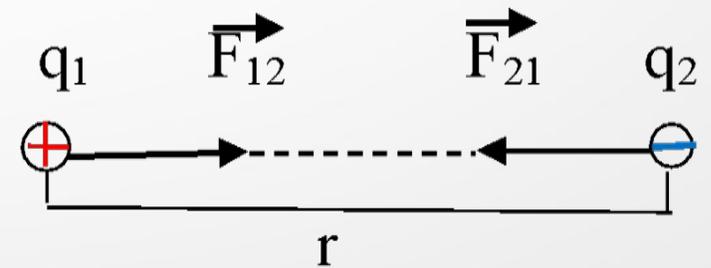
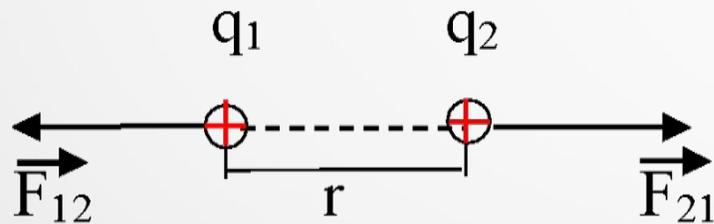
Электрический заряд – это свойство элементарных частиц.

Свойства электрического заряда:

- Двухзначность.
- Симметрия.
- Квантованность.
- Сохраняемость.
- Инвариантность.

Точечный электрический заряд – это заряженное тело, размеры которого много меньше расстояния до других тел.

Закон Кулона: сила взаимодействия двух точечных зарядов прямо пропорциональна величинам зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Сила направлена вдоль линии, соединяющей заряды.



$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}$$

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.
 \vec{r} – радиус-вектор, соединяющий заряды.

Единица заряда в СИ: 1 Кулон (Кл) – заряд, проходящий через сечение проводника за 1 секунду при токе в 1 А.

В пространстве, окружающем электрический заряд, возникает **электрическое поле**.

Электростатическое поле-это электрическое поле, не изменяющееся со временем. Оно создаётся неподвижными электрическими зарядами.

Напряженность электрического поля – физическая величина, численно равна силе, действующей на единичный положительный заряд в данной точке поля.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

В СИ размерность E (В/м)

Напряженность поля точечного заряда

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}$$

Направление вектора \vec{E} определяется направлением силы, действующей на положительный точечный заряд в данной точке поля

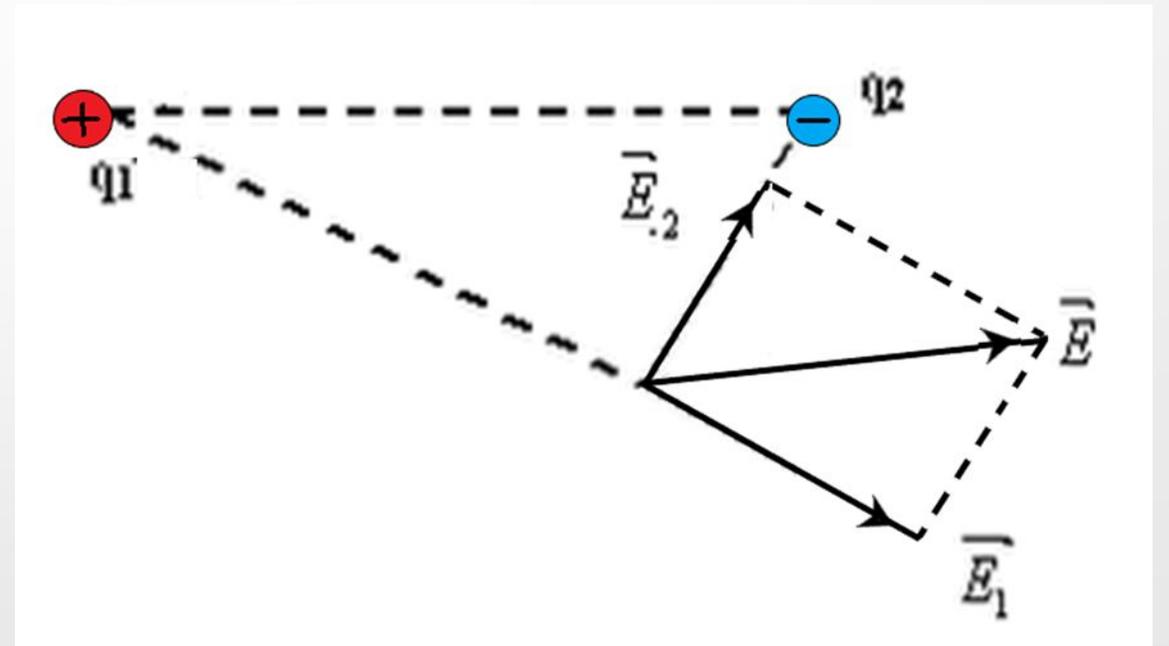


Принцип суперпозиции.

Напряженность электрического поля, создаваемого системой зарядов в данной точке пространства, равна векторной сумме напряженностей электрических полей, создаваемых в той же точке зарядами в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$$

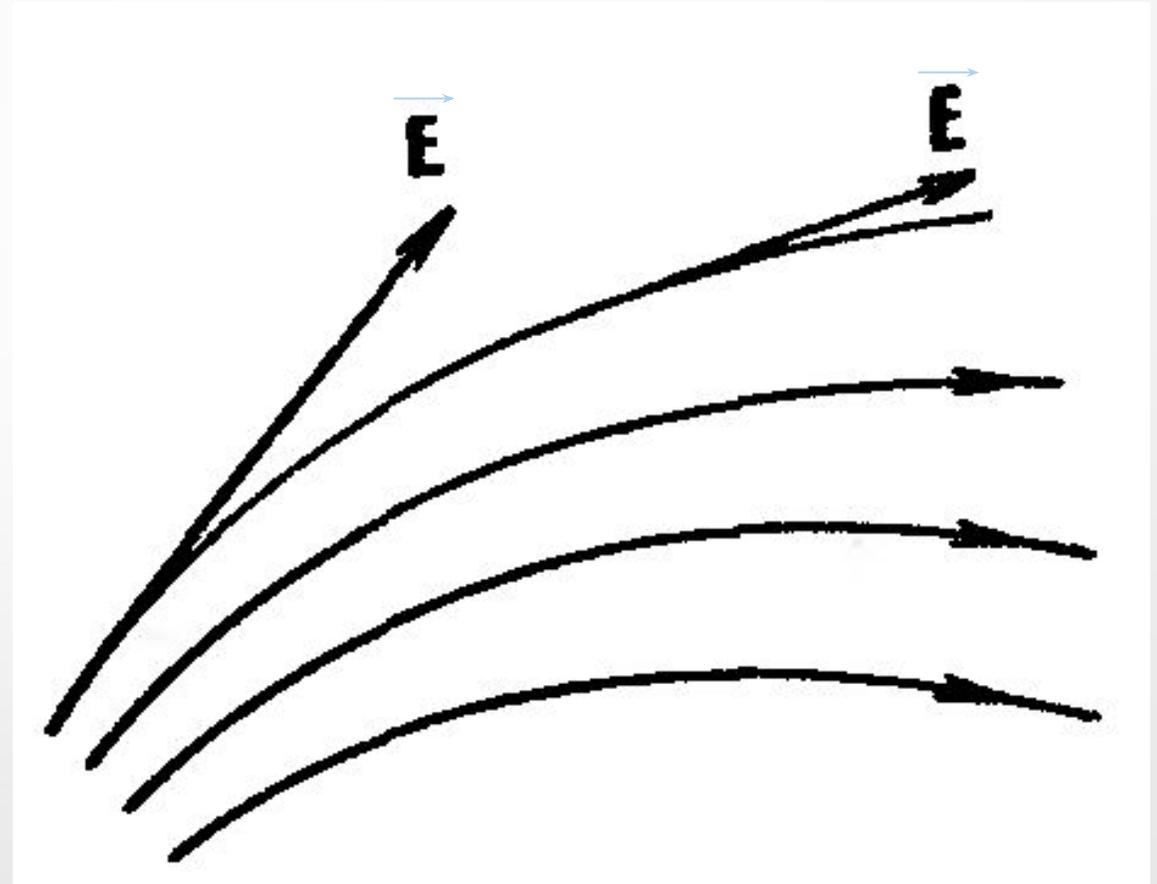
$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i$$

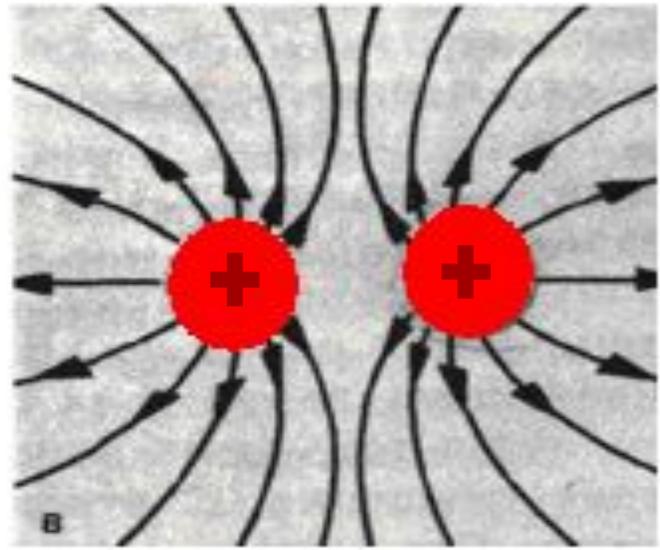
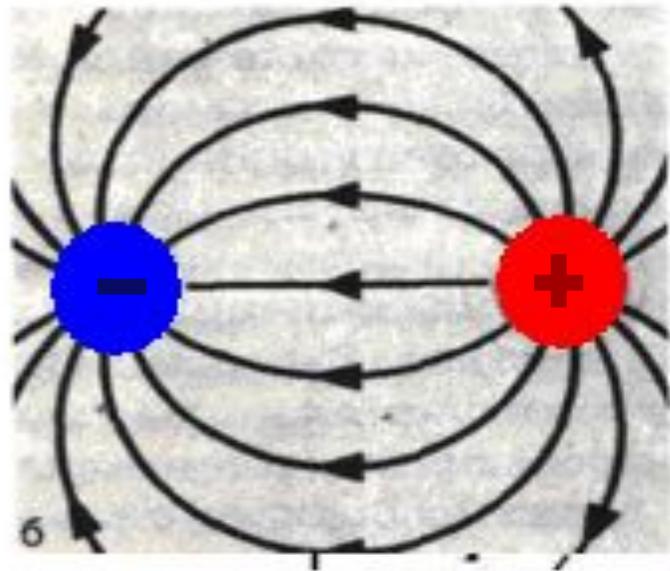
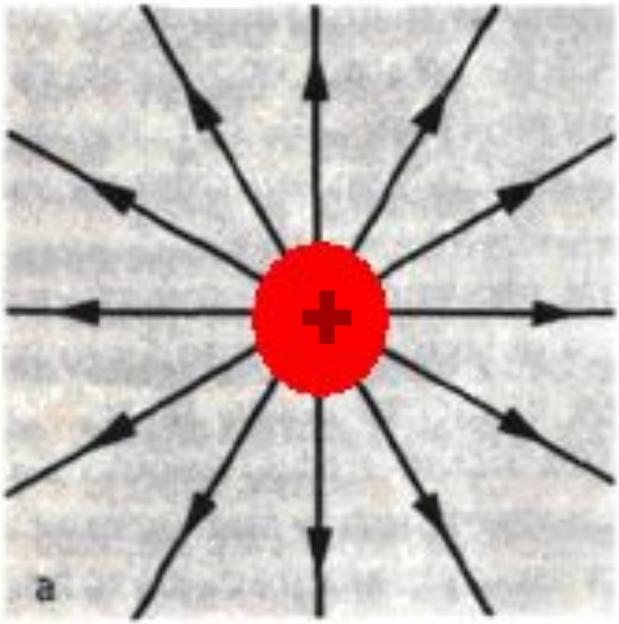


Зная вектор \vec{E} в каждой точке, можно представить электрическое поле наглядно с помощью линий напряженности, или другими словами линий вектора \vec{E} . Эти линии проводят так, чтобы касательная к ним в каждой точке совпадала с направлением вектора \vec{E} , а густота линий, была бы пропорциональна модулю вектора \vec{E} . Кроме того этим линиям приписывают направление, совпадающее с направлением вектора \vec{E} .

Силовая линия — это линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора \vec{E} .

По полученной картине можно легко судить о конфигурации данного электрического поля – о направлении и модуле вектора \vec{E} в разных точках поля.



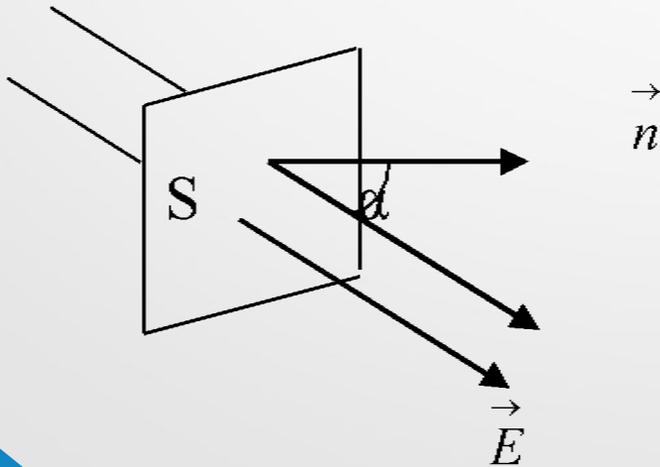


Поток вектора напряжённости электрического поля через плоскую поверхность S в случае однородного поля

$$\Phi_E = ES \cos\alpha = E_n S, \quad \text{где } \vec{n} \text{ - вектор нормали к поверхности } S,$$

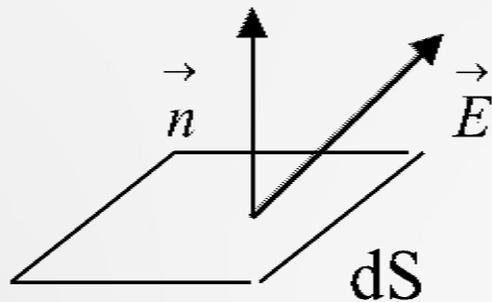
α – угол между векторами \vec{E} и \vec{n} .

В СИ Φ_E (В • м)



Φ_E – это **скалярная** величина. Он может быть **положительным**, если $\cos\alpha > 0$ или **отрицательным** ($\cos\alpha < 0$).

Если поле неоднородно и поверхность не плоская



поток вектора \vec{E} через элемент поверхности dS

$$d\Phi_E = E_n dS$$

Полный поток через поверхность S

$$\Phi_E = \int_S E_n dS$$

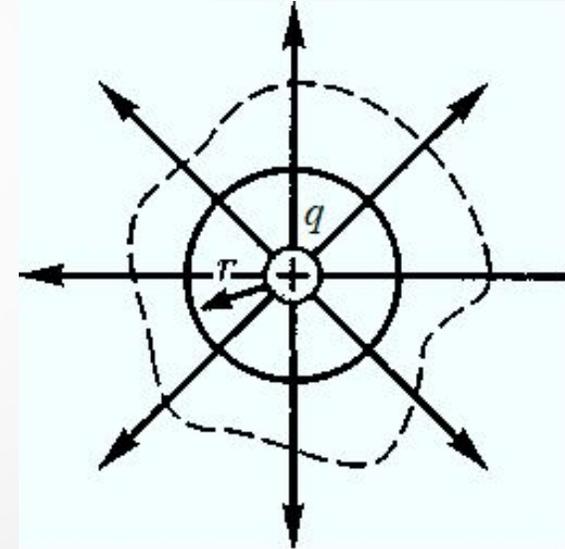
$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\Phi_E = ES = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

Для поверхности любой формы, если она замкнута и заключает в себе точечный заряд q , поток вектора E равен

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{h} = \oint_S E \cos \alpha \, dh = \frac{q}{\epsilon_0}$$



Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме: поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ϵ_0 .

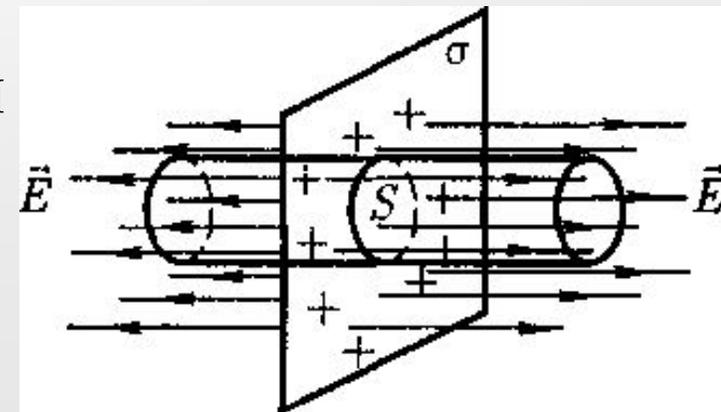
$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{h} = \oint_S E \cos \alpha \, dh = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости.

Бесконечная плоскость заряжена с постоянной **поверхностной плотностью** $+\sigma$ ($\sigma = \frac{dq}{dS}$ — заряд, приходящийся на единицу площади поверхности).

Линии напряженности перпендикулярны рассматриваемой плоскости и направлены от нее в обе стороны.

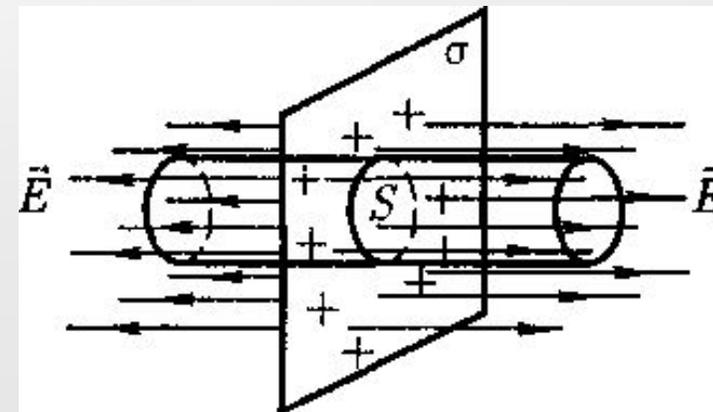
В качестве замкнутой поверхности мысленно построим цилиндр, основания которого параллельны заряженной плоскости, а ось перпендикулярна ей. Так как образующие цилиндра параллельны линиям напряженности ($\cos \alpha = 0$), то поток вектора напряженности сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю.



Полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков сквозь его основания (площади оснований S равны и для основания E_n совпадает с E), т.е. равен $\Phi = 2ES$. Заряд, заключенный внутри построенной цилиндрической поверхности, равен σS . Согласно теореме Гаусса

$$2 \int \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\int \rho_0 dV}{\epsilon_0} \quad \int \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\int \rho_0 dV}{2\epsilon_0}$$

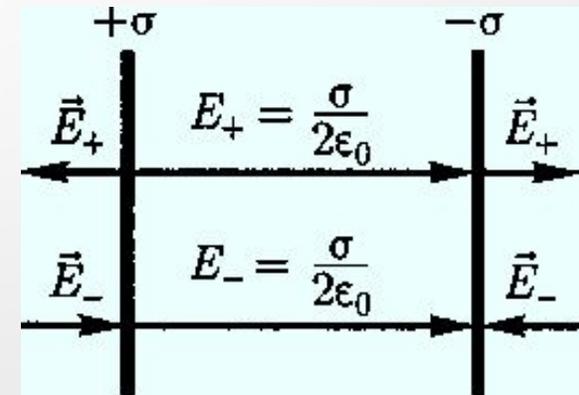
поле равномерно заряженной плоскости
однородно.



Поле двух бесконечных параллельных разноименно заряженных плоскостей

Пусть плоскости заряжены равномерно разноименными зарядами с поверхностными плотностями $+\sigma$ и $-\sigma$. Поле таких плоскостей найдем как суперпозицию (сумму) полей, создаваемых каждой из плоскостей в отдельности.

За пределами плоскостей поля вычитаются (линии напряженности направлены навстречу друг другу), поэтому здесь напряженность поля $E = 0$. В области между плоскостями $E = E_+ + E_-$

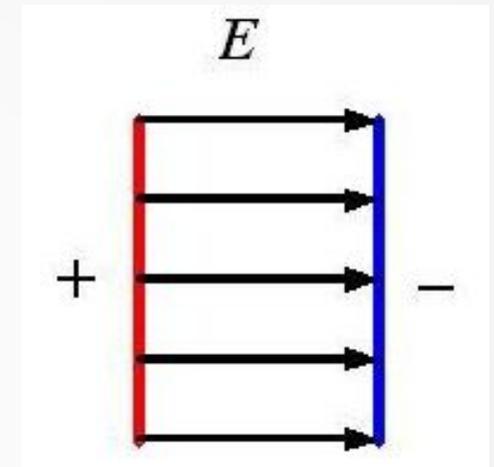


E_+ и E_- определяются по формуле

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Поэтому результирующая напряженность
в 2 раза больше

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$



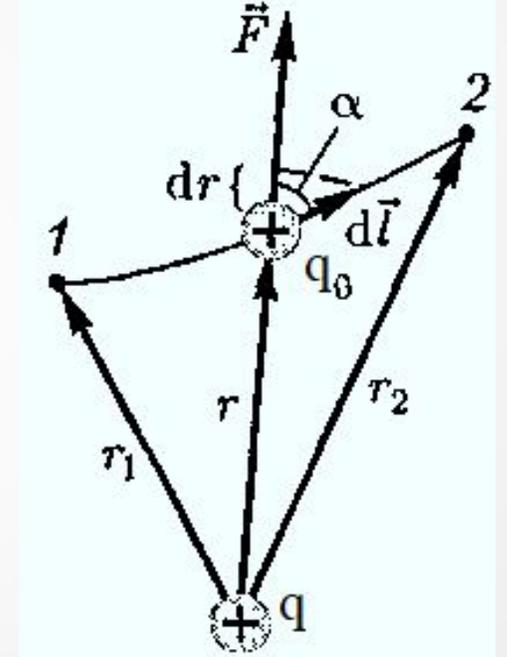
Циркуляция вектора напряженности электростатического поля

Пусть в электростатическом поле точечного заряда q из точки 1 в точку 2 вдоль произвольной траектории перемещается другой точечный заряд q_0 , тогда сила, приложенная к заряду q_0 , совершает работу. Работа силы F на элементарном перемещении $d\vec{l}$ равна

$$dA = \vec{F} d\vec{l} = F dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} dl \cos \alpha.$$

Так как $dl \cos \alpha = dr$, то

$$dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} dr.$$



Работа при перемещении заряда q_0 из точки 1 в точку 2

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right)$$

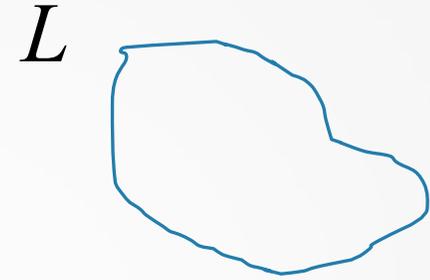
Работа сил электростатического поля не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной 1 и конечной 2 точек.

Следовательно, **электростатическое поле точечного заряда является потенциальным**, а электростатические силы - консервативными

Следствие: **работа**, совершаемая при перемещении электрического заряда во внешнем электростатическом поле **по любому замкнутому пути L , равна нулю!**

Если перемещается единичный точечный положительный заряд, то:

$$\oint_{L} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_{L} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$



Интеграл называется **циркуляцией вектора напряженности**. Таким образом, **циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю**. Силовое *поле*, обладающее таким свойством, называется **потенциальным**. Из обращения в нуль циркуляции вектора \vec{E} следует, что **линии напряженности электростатического поля не могут быть замкнутыми, они начинаются и кончаются на зарядах** (соответственно на положительных или отрицательных) или же уходят в бесконечность.

Потенциал электростатического поля

Тело, находящееся в потенциальном поле сил, обладает потенциальной энергией, за счет которой силами поля совершается работа. Работу сил электростатического поля можно представить как разность потенциальных энергий, которыми обладает точечный заряд q_0 в начальной и конечной точках траектории в поле заряда q

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r_2} = U_1 - U_2$$

Потенциальная энергия заряда q_0 в поле заряда q равна

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r}$$

Отношение потенциальной энергии заряда к величине заряда не зависит от q_0 и является **энергетической характеристикой электростатического поля, называемой потенциалом φ** :

$$\varphi = \frac{U}{q_0}$$

Потенциал поля, создаваемого точечным зарядом q , равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q_0 из точки 1 в точку 2, может быть представлена как

$$A_{12} = U_1 - U_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Разность потенциалов двух точек 1 и 2 в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2.

Работа сил поля при перемещении **единичного заряда** $q_0 = 1$ из точки 1 в точку 2 может быть записана также в виде

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = \int_1^2 E_l dl$$

$$A_{12} = U_1 - U_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Пусть точка 2 удалена на бесконечно большое расстояние, где потенциал φ_2 равен нулю, тогда работа сил электрического поля $A_\infty = q_0\varphi$, а потенциал $\varphi = \frac{A_\infty}{q_0}$.

Таким образом, потенциал — физическая величина, численно равная работе сил поля по перемещению единичного положительного заряда из данной точки поля на бесконечность.

Единица измерения потенциала и разности потенциалов — 1 *вольт* (В)

Напряженность как градиент потенциала. Эквипотенциальные поверхности

Работа dA по перемещению *единичного* точечного положительного заряда из одной точки поля в другую вдоль оси x при условии, что точки расположены бесконечно близко друг к другу и $x_1 = x_2 - dx$ равна $dA = E_x dx$.

Та же работа равна $\varphi_1 - \varphi_2 = -d\varphi$. Приравняв оба выражения, можем записать

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

Повторив аналогичные рассуждения для осей y и z , можем найти вектор \vec{E} :

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k}\right)$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — единичные векторы координатных осей x, y, z

Из определения градиента следует, что

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi, \text{ или } \vec{E} = -\nabla\varphi$$

Знак «—» определяется тем, что вектор напряженности E поля направлен в *сторону убывания* потенциала.

Для графического изображения распределения потенциала электростатического поля, как и в случае поля тяготения, пользуются *эквипотенциальными поверхностями* — поверхностями, во всех точках которых потенциал φ имеет одно и то же значение $\varphi = \text{const}$

Если поле создается точечным зарядом, то его потенциал равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

Таким образом, эквипотенциальные поверхности в данном случае — концентрические сферы.



С другой стороны, линии напряженности в случае точечного заряда — радиальные прямые. Следовательно, **линии напряженности в случае точечного заряда перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.**



Спасибо за внимание!