ПОЛИТЕХ
Санкт-Петербургский
Политехнический Университет
Петра Великого

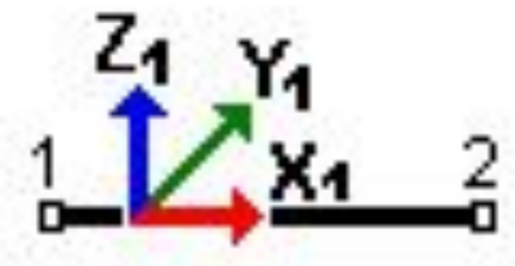
Использование современных программных комплексов в расчете строительных конструкций

Яваров Александр Валерьевич, к.т.н., доцент СПбПУ (Политех)

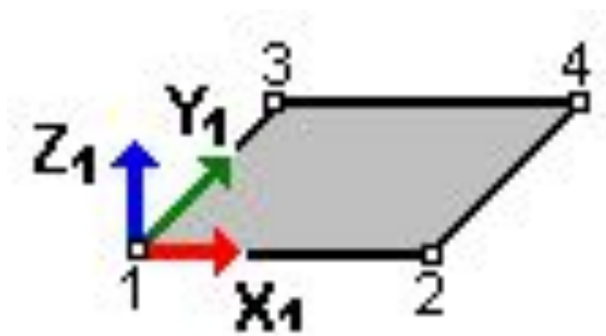
Санкт-Петербург

2017 г.

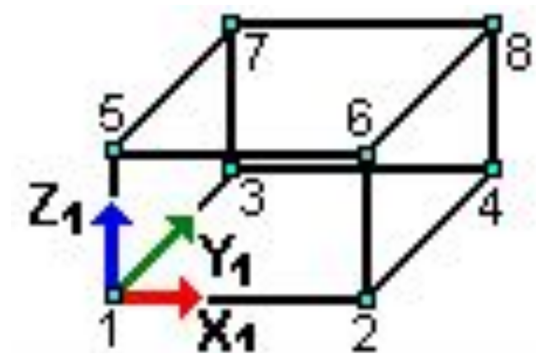
Конечные элементы:



Стержневой КЭ



Оболочечный КЭ



Объемный КЭ

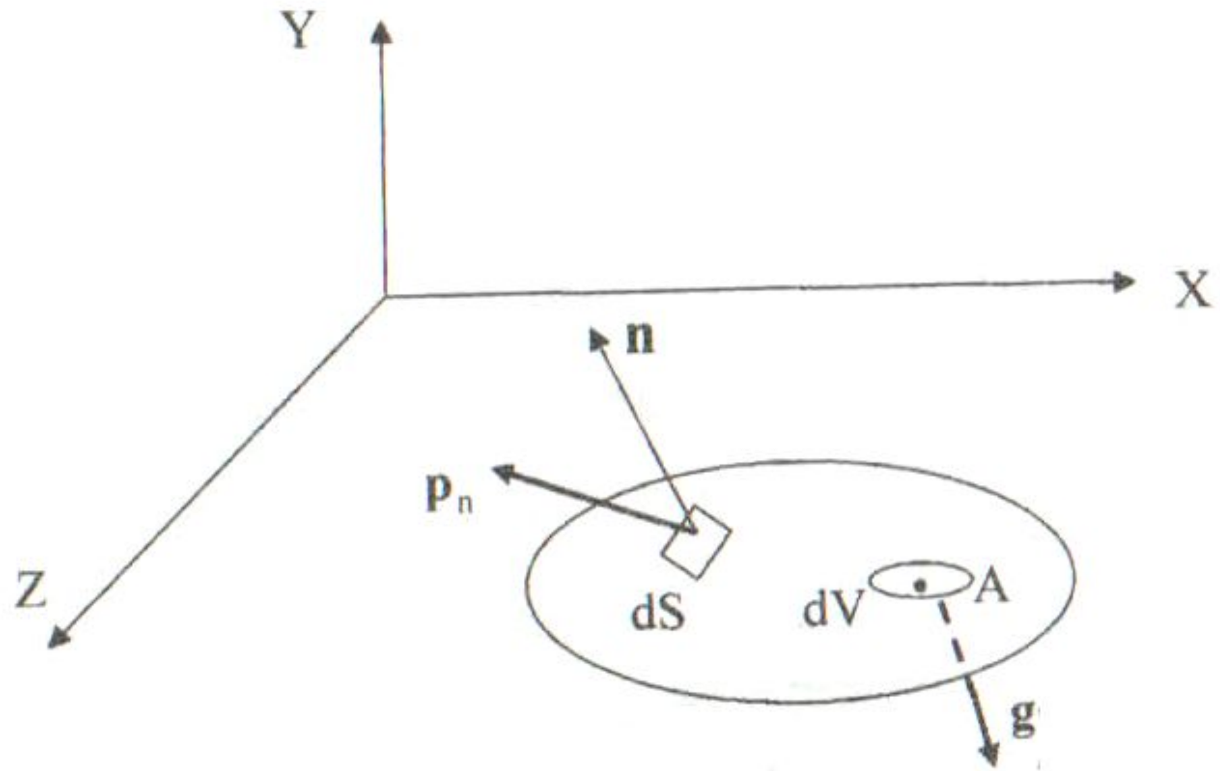
Гипотезы теории упругости:

1. Гипотеза о сплошности деформируемого тела

2. Гипотеза о естественном ненапряженном состоянии

3. Гипотеза об идеальной упругости материала тела

Внешние силы. Объемные силы

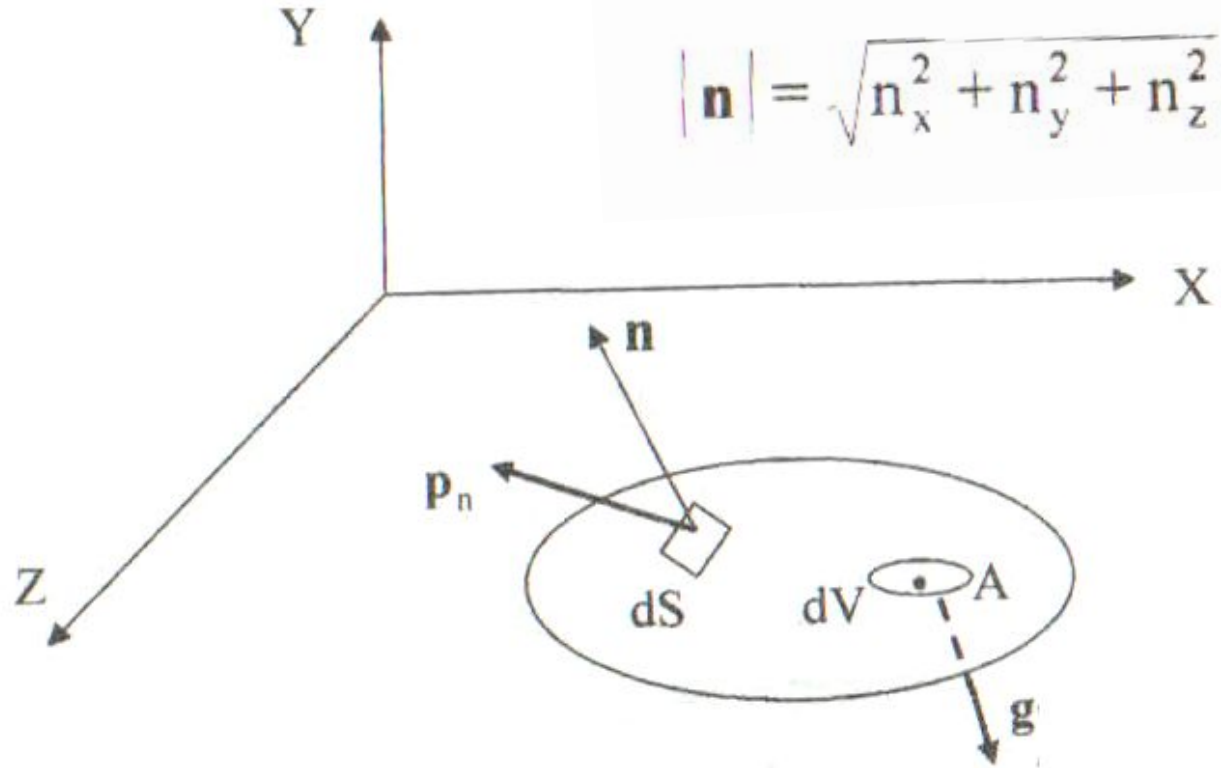


$$\int_V g(x,y,z)\,dV = G$$

$X(x,y,z),\ Y(x,y,z),\ Z(x,y,z).$

Внешние силы. Поверхностные силы

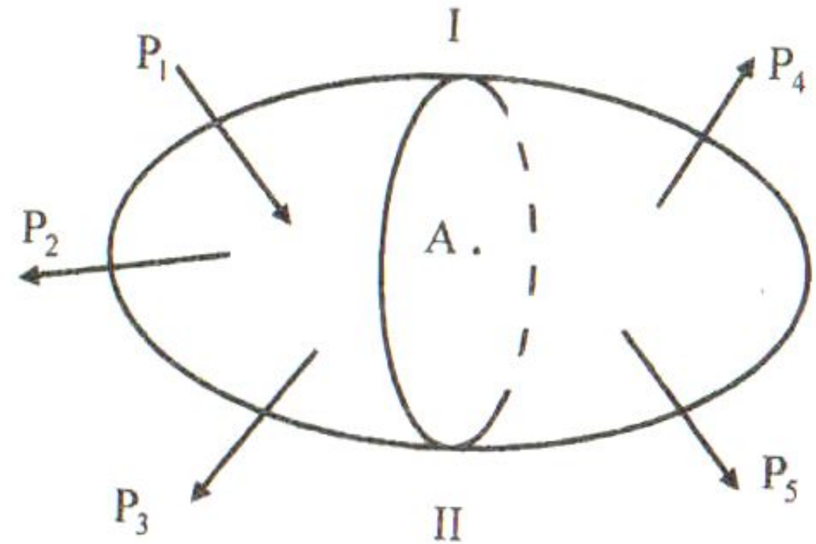
$$|\mathbf{n}| = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} = 1.$$

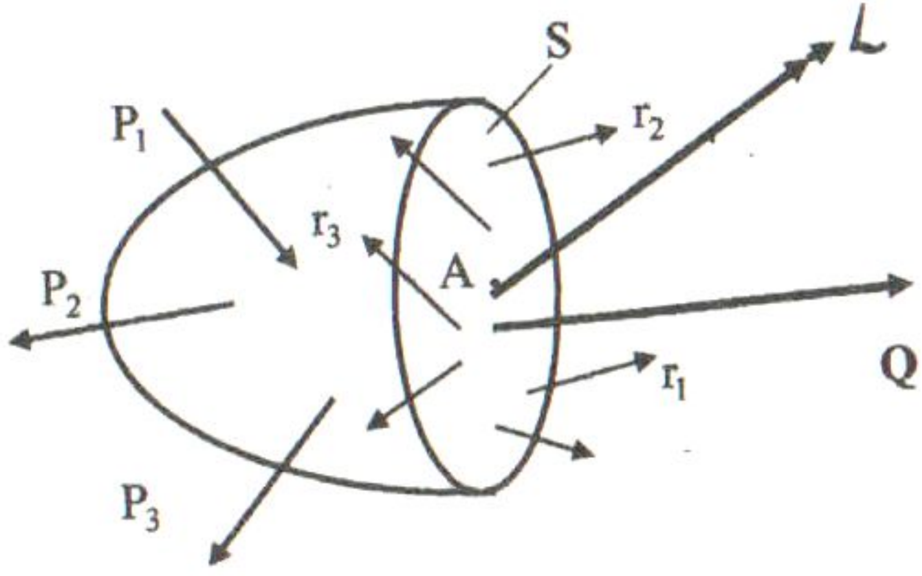


$$\int_S \mathbf{p}_n(x, y, z)\, dS = \mathbf{P}$$

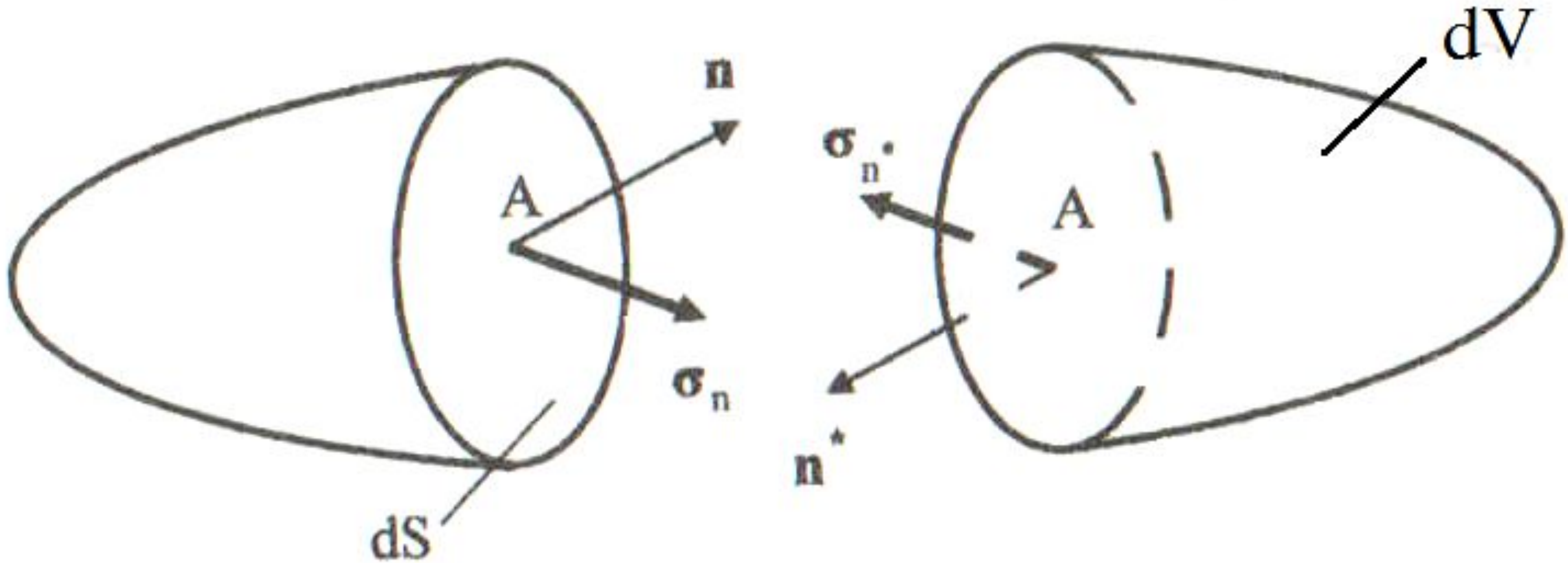
$X_n(x, y, z),\ Y_n(x, y, z),\ Z_n(x, y, z).$

Понятие напряжения

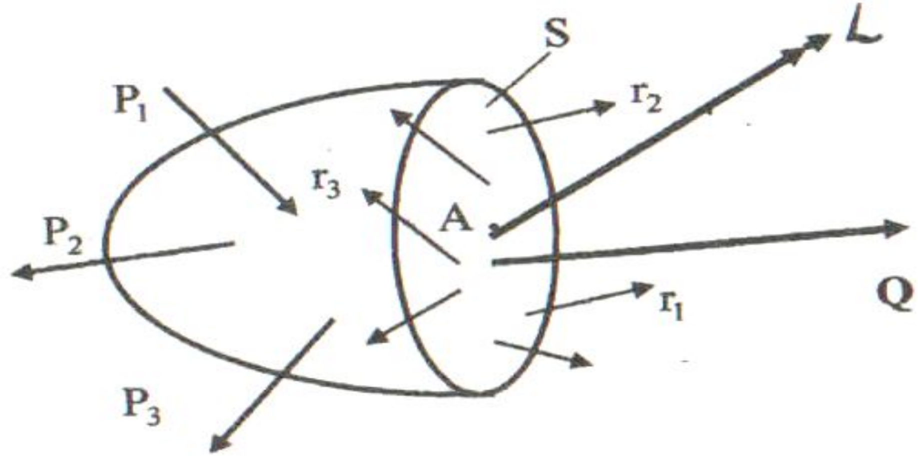




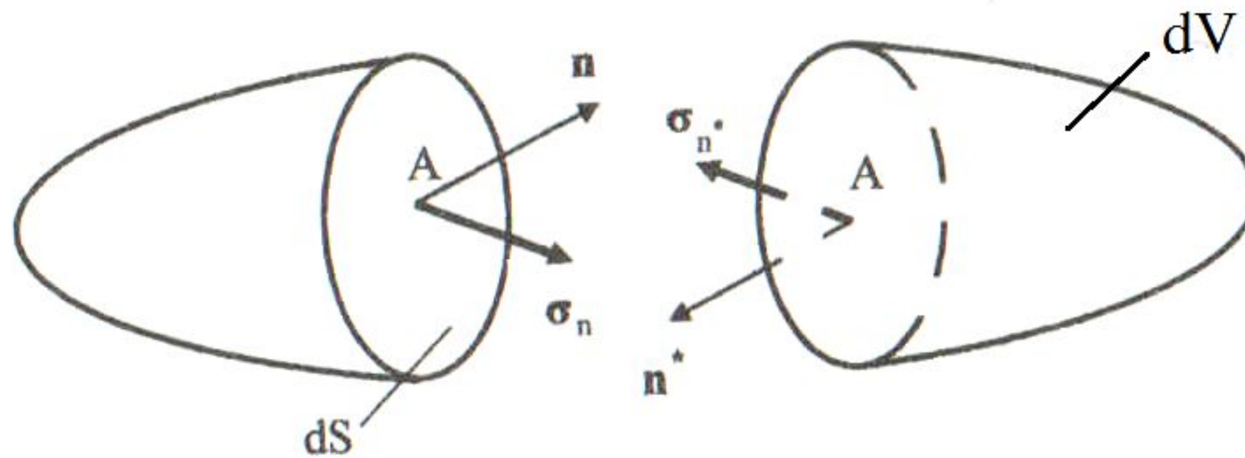
Понятие напряжения



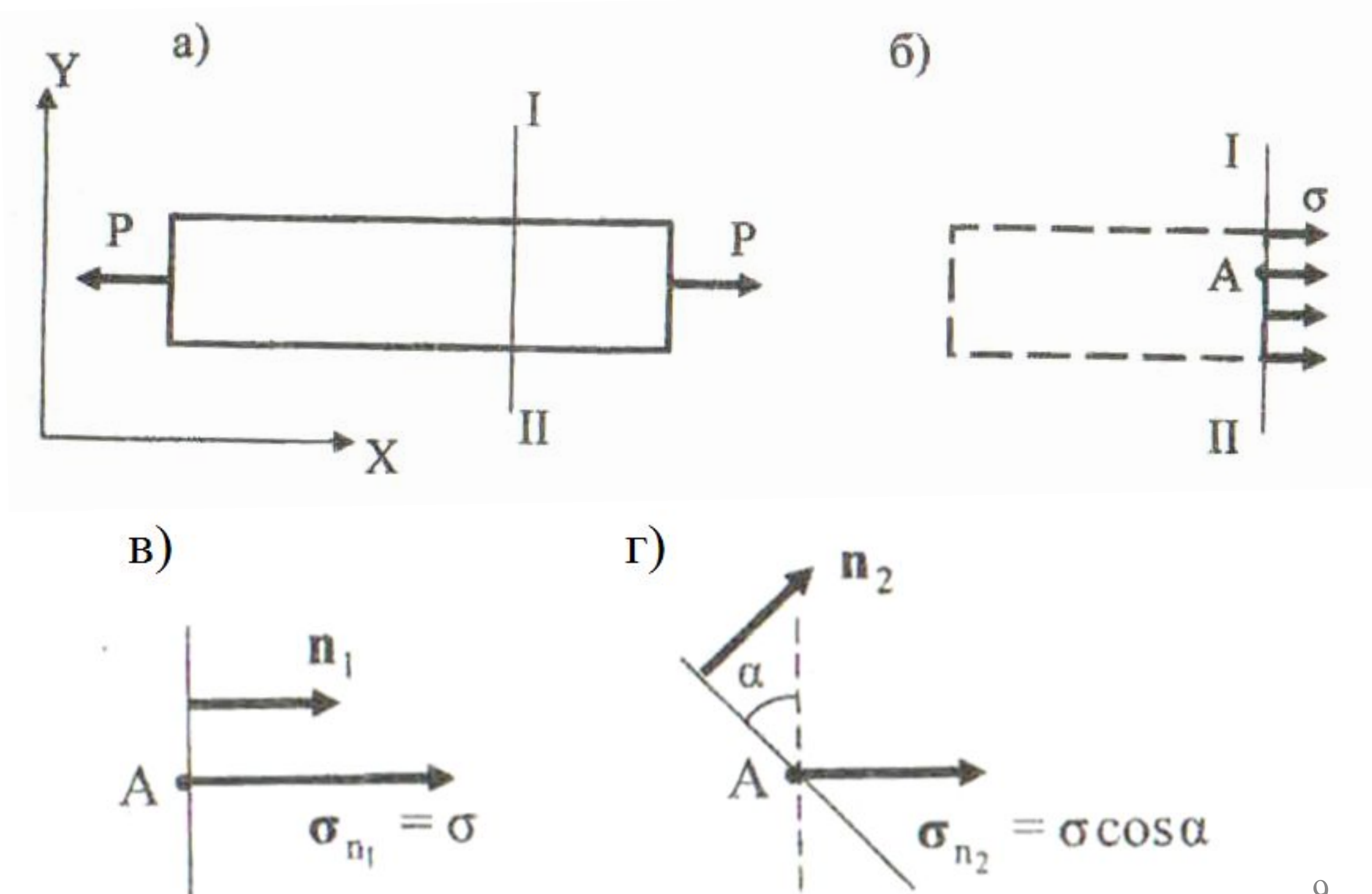
Понятие напряжения



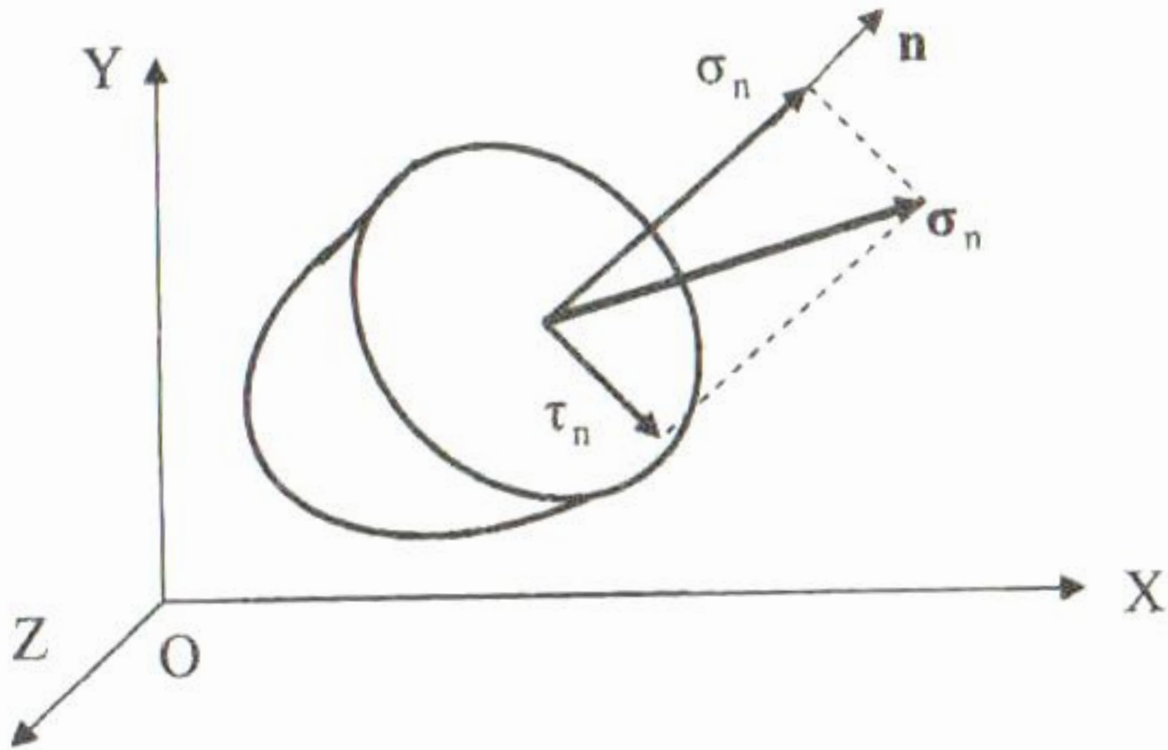
$$Q = \int_S \sigma_n \, dS$$



Пример. Длинный цилиндрический брус



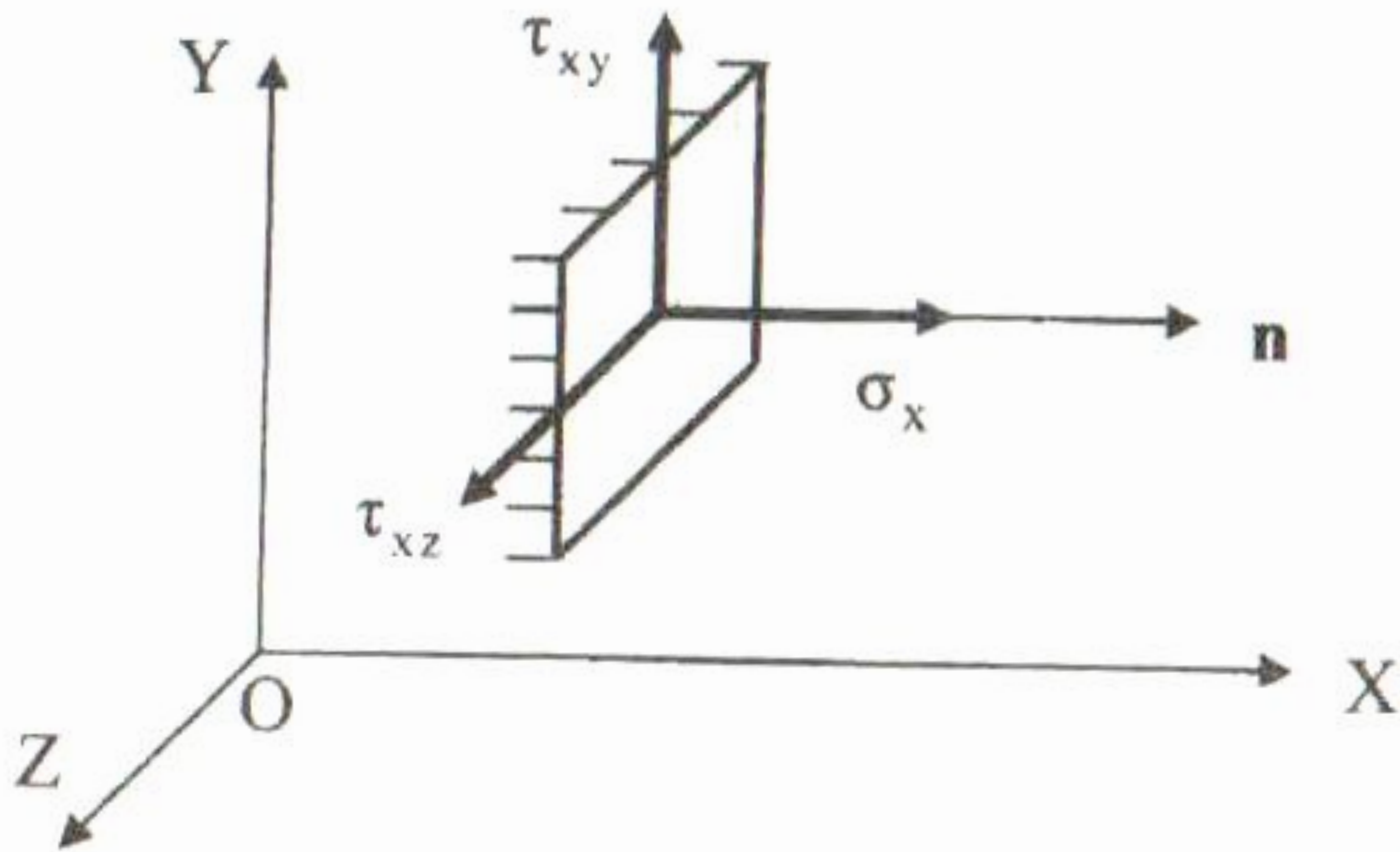
Составляющие напряжений. Правила знаков



$$|\boldsymbol{\sigma}_n|^2 = \sigma_n^2 + \tau_n^2. \quad (1.1)$$

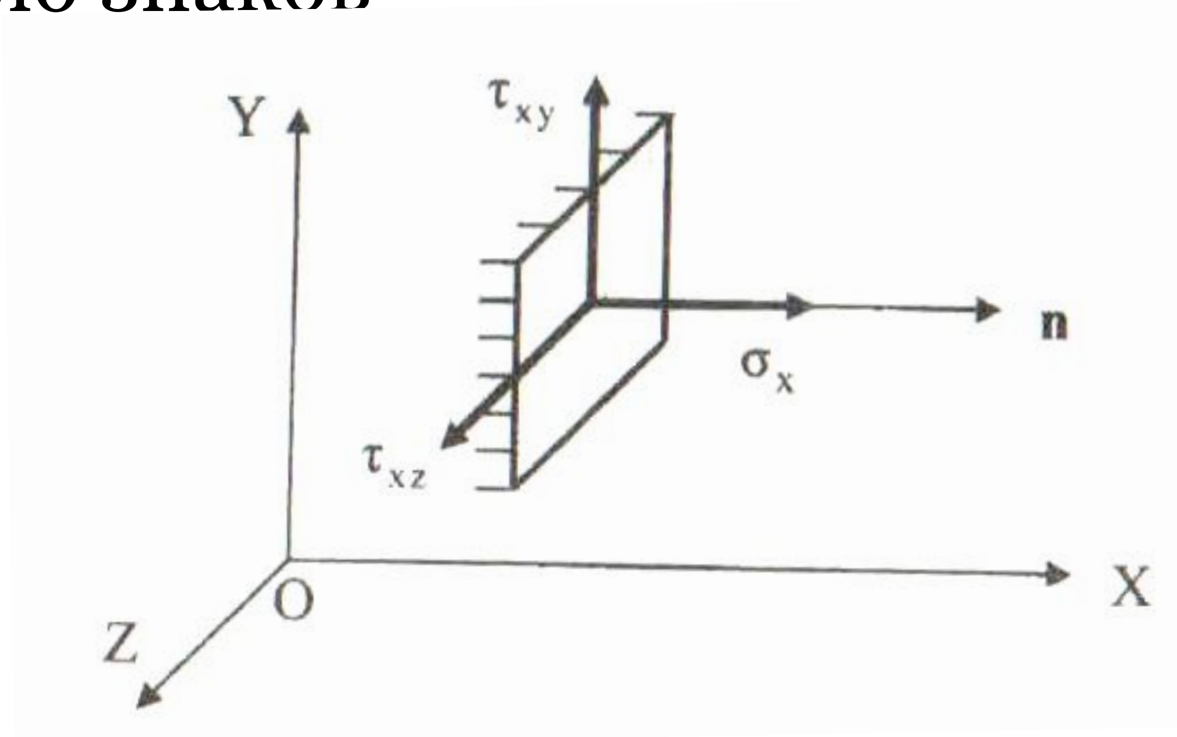
$$|\boldsymbol{\sigma}_n|^2 = \sigma_{nx}^2 + \sigma_{ny}^2 + \sigma_{nz}^2. \quad (1.2)$$

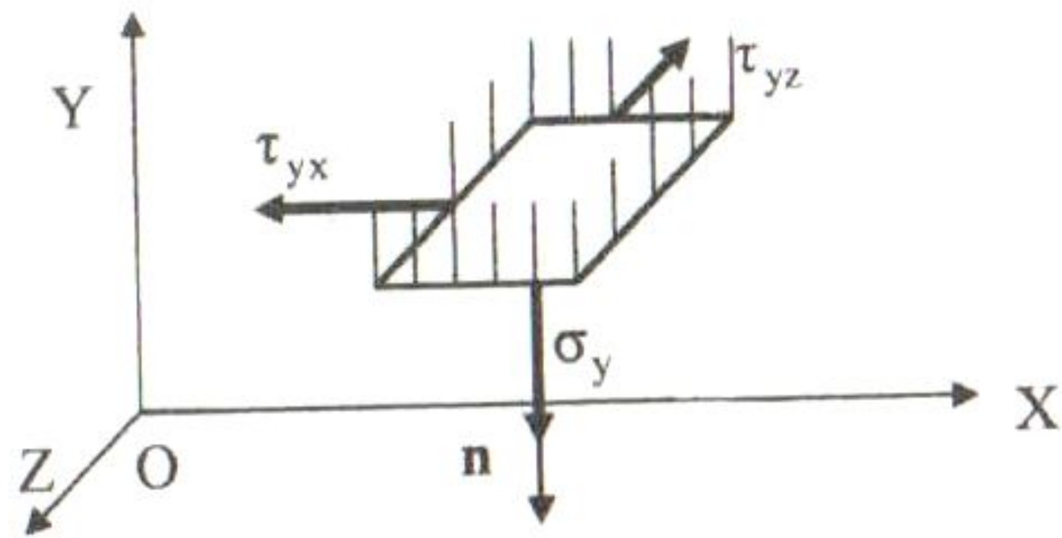
Составляющие напряжений. Правила знаков



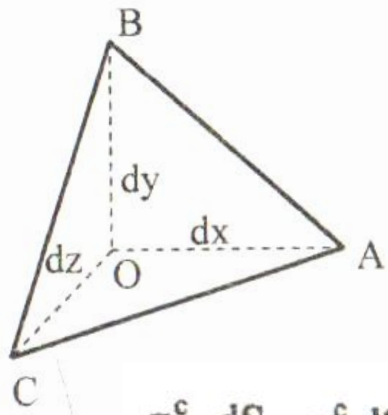
$$\sigma_{nx} = \sigma_{xx} = \sigma_x, \quad \sigma_{ny} = \sigma_{xy} = \tau_{xy}, \quad \sigma_{nz} = \sigma_{xz} = \tau_{xz}.$$

Правило знаков





Напряжения на произвольно ориентированной площадке



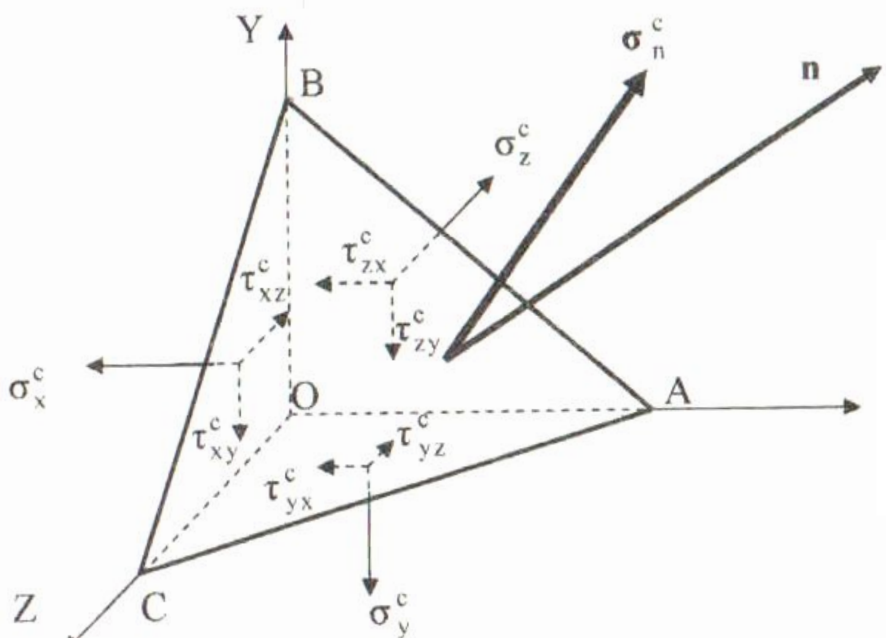
грань ABC: $\sigma^c_{nx}dS,\quad \sigma^c_{ny}dS,\quad \sigma^c_{nz}dS;$

грань OAB: $-\tau^c_{zx}\,dS\,n_z,\quad -\tau^c_{zy}\,dS\,n_z,\quad -\sigma^c_z\,dS\,n_z;$

грань OCB: $-\sigma^c_x\,dS\,n_x,\quad -\tau^c_{xy}\,dS\,n_x,\quad -\tau^c_{xz}\,dS\,n_x;$

грань OCA: $-\tau^c_{yx}\,dS\,n_y,\quad -\sigma^c_y\,dS\,n_y,\quad -\tau^c_{yz}\,dS\,n_y.$

$$\sigma^c_{nx}\,dS-\sigma^c_x\,dS\,n_x-\tau^c_{yx}\,dS\,n_y-\tau^c_{zx}\,dS\,n_z+X^c\,\tfrac{1}{3}h\,dS=0, \qquad (1.3)$$



$$\sigma_{nx}-\sigma_x n_x-\tau_{yx} n_y-\tau_{zx} n_z=0.$$

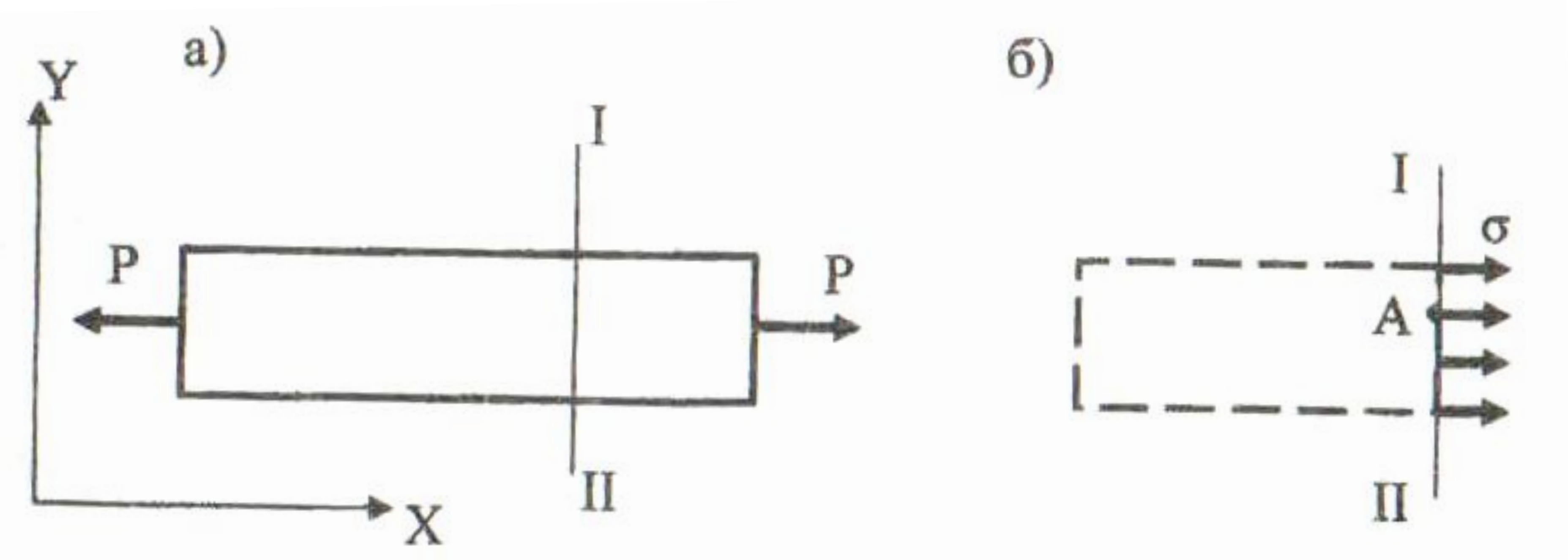
$$\begin{aligned}
\sigma_{nx}&=\sigma_x n_x+\tau_{yx} n_y+\tau_{zx} n_z,\\
\sigma_{ny}&=\tau_{xy} n_x+\sigma_y n_y+\tau_{zy} n_z,\\
\sigma_{nz}&=\tau_{xz} n_x+\tau_{yz} n_y+\sigma_z n_z.
\end{aligned} \qquad (1.4)$$

Понятие напряжения

$$T = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}. \qquad (1.5)$$

$$\sigma_n = T^T n, \quad \text{где} \quad \sigma_n = \begin{vmatrix} \sigma_{nx} \\ \sigma_{ny} \\ \sigma_{nz} \end{vmatrix}, \quad n = \begin{vmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{vmatrix}. \qquad (1.6)$$

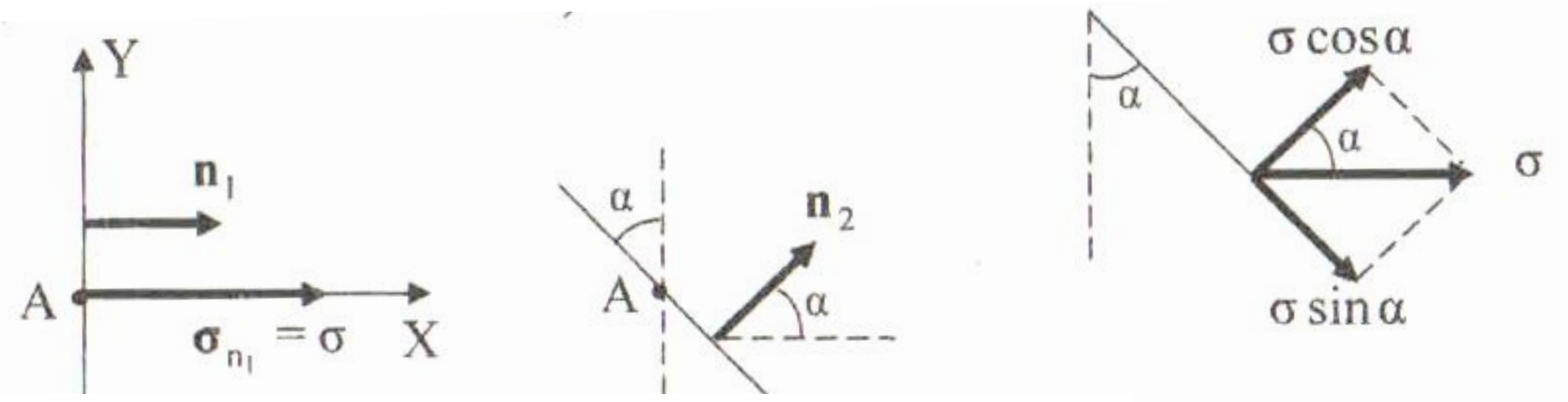
Пример. Длинный цилиндрический брус



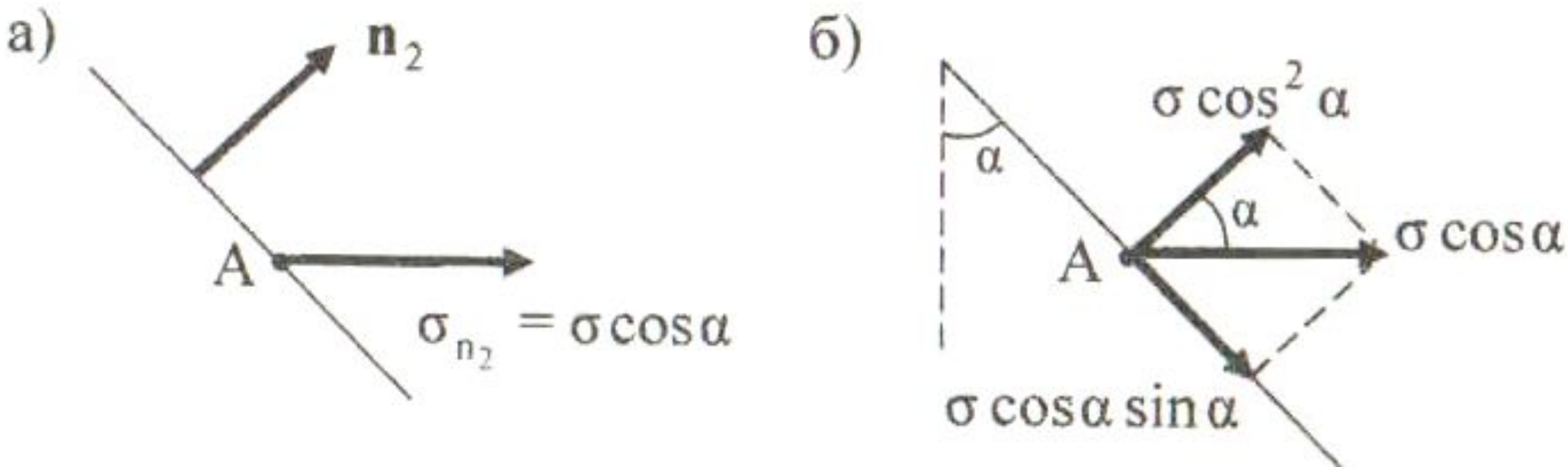
$$T = \begin{vmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

$$\sigma_{n_1} = T^T n_1 = \begin{vmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix},$$

Пример. Длинный цилиндрический брус



$$\sigma_{n_2} = T^T n_2 = \begin{vmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma\cos\alpha \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix},$$



Спасибо за внимание!