



**ПОЛИТЕХ**

Санкт-Петербургский  
Политехнический Университет  
Петра Великого

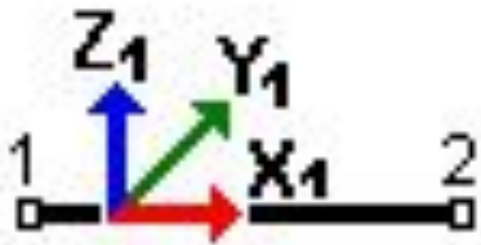
# Использование современных программных комплексов в расчете строительных конструкций

*Яваров Александр  
Валерьевич, к.  
т.н.,  
доцент СПбПУ (Политех)*

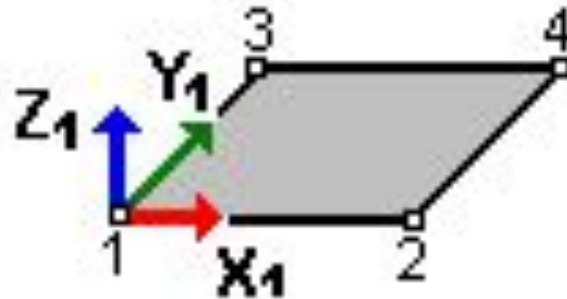
*Санкт-Петербург*

*2017 г.*

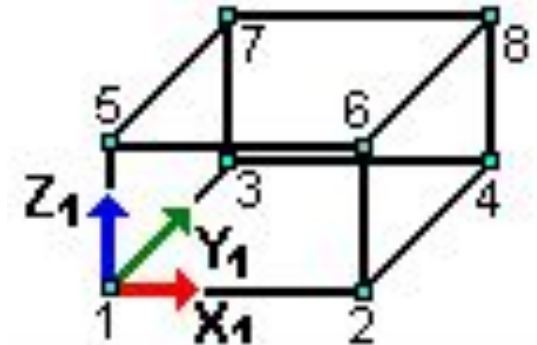
# Конечные элементы:



Стержневой КЭ



Оболочечный КЭ

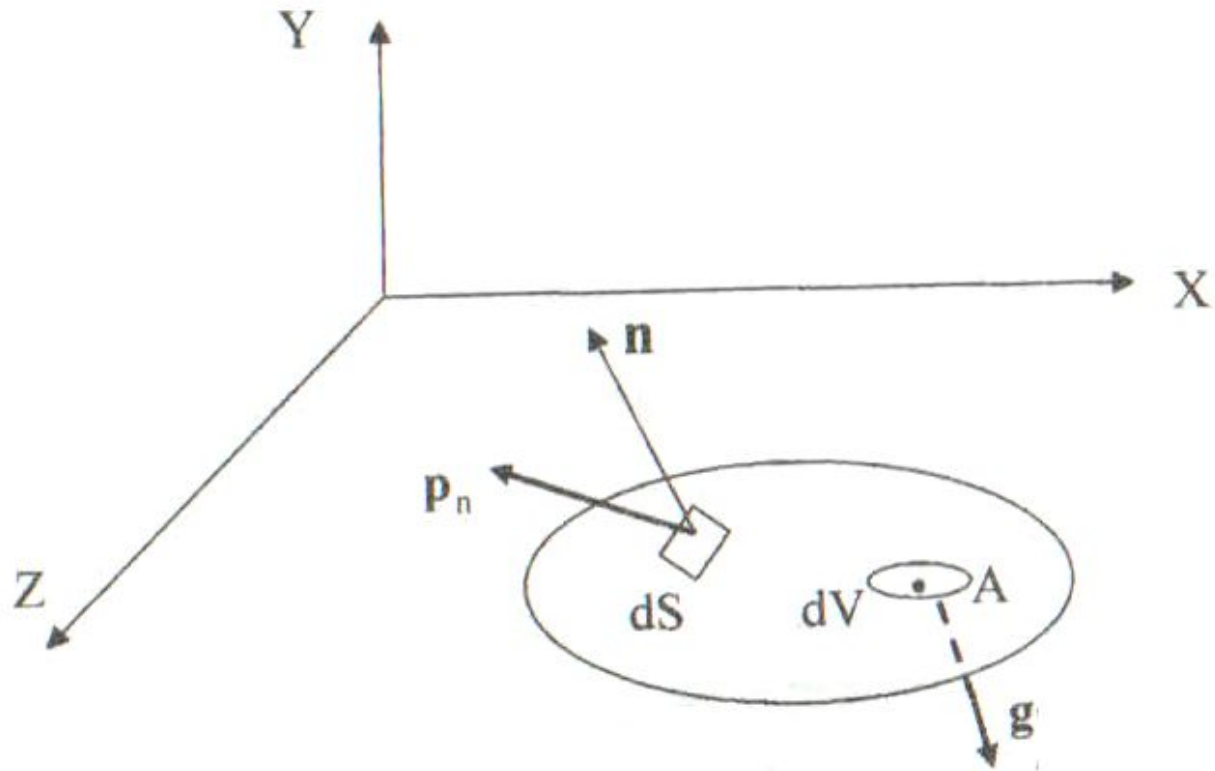


Объемный КЭ

# Гипотезы теории упругости:

1. Гипотеза о сплошности деформируемого тела
2. Гипотеза о естественном ненапряженном состоянии
3. Гипотеза об идеальной упругости материала тела

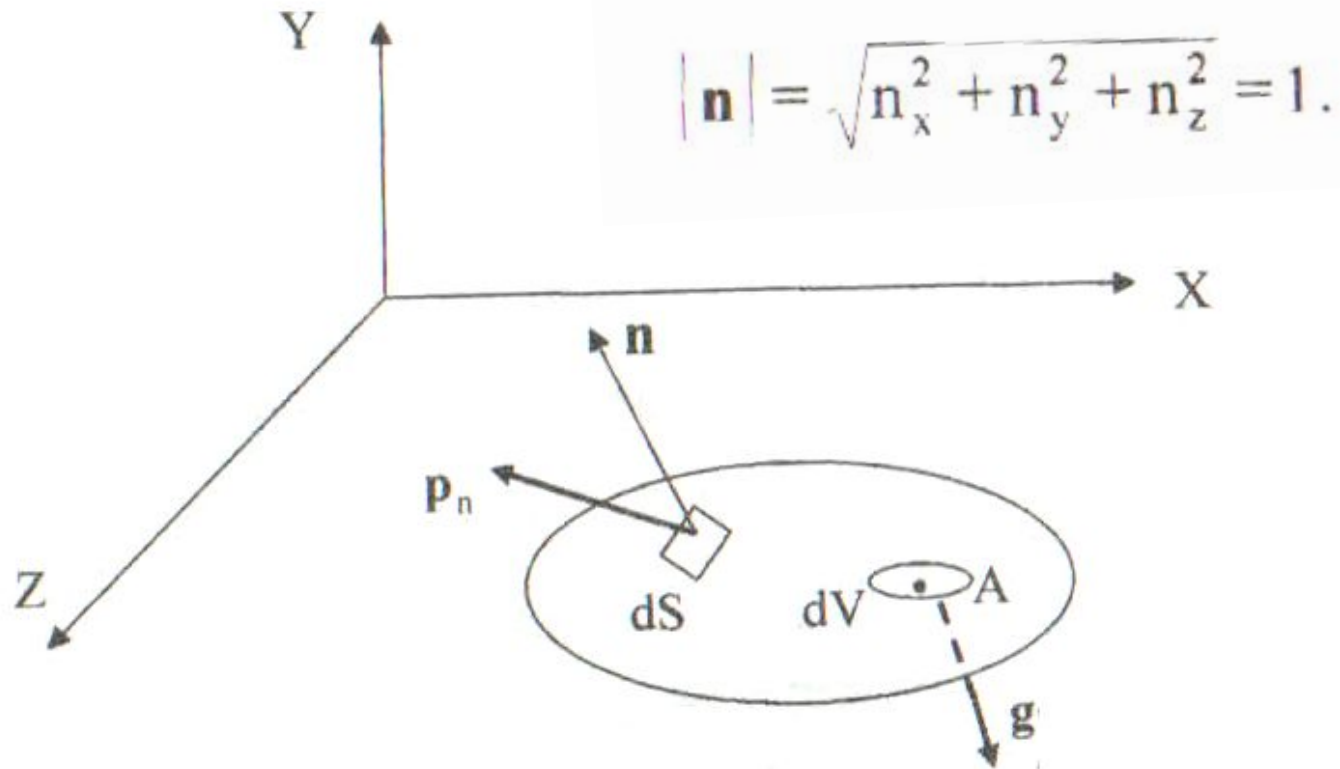
# Внешние силы. Объемные силы



$$\int \mathbf{g}(x, y, z) dV = \mathbf{G}$$

$X(x, y, z), Y(x, y, z), Z(x, y, z).$

# Внешние силы. Поверхностные силы

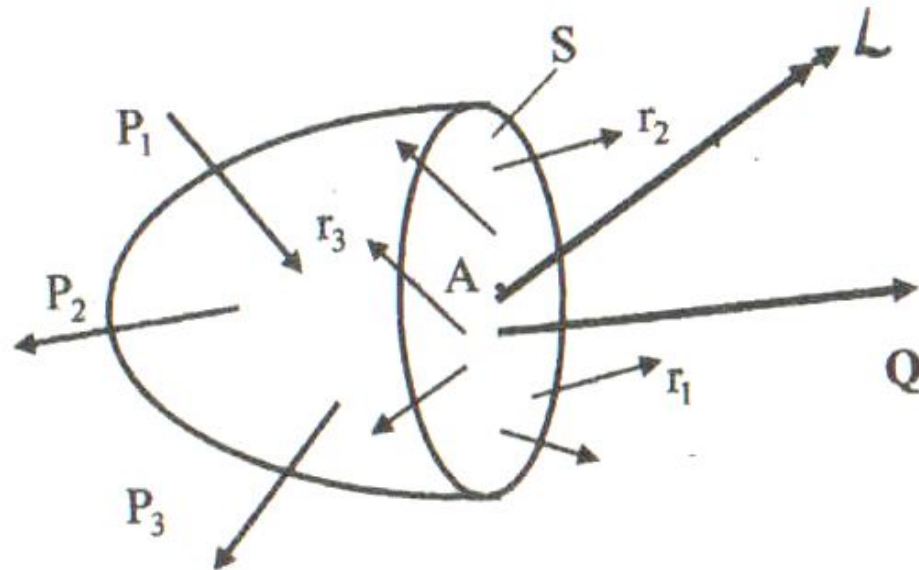
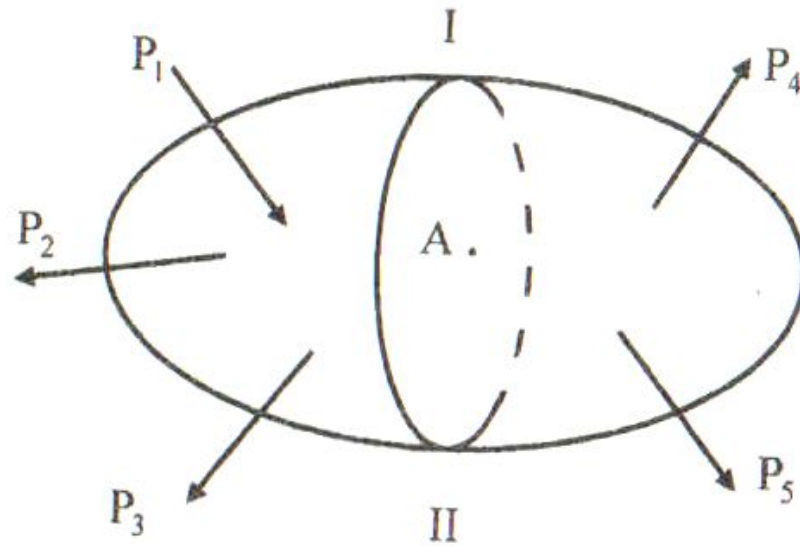


$$|\mathbf{n}| = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} = 1.$$

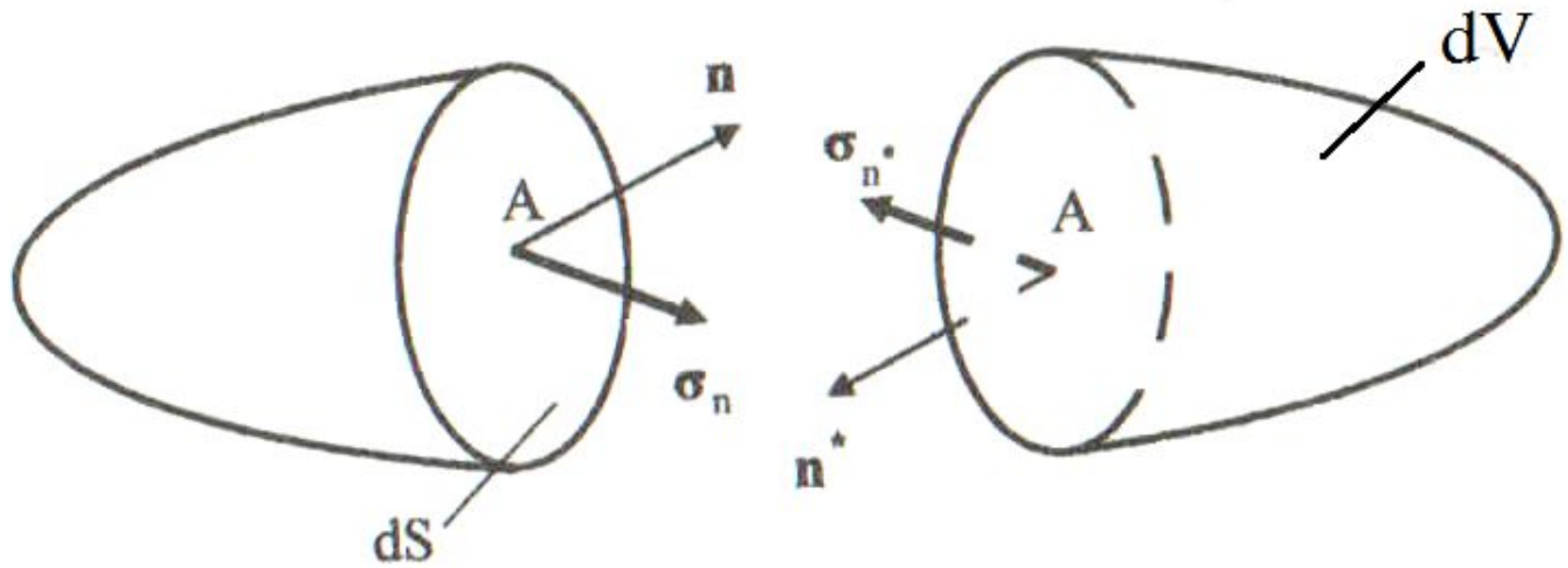
$$\int_S \mathbf{P}_n(x, y, z) dS = \mathbf{P}$$

$$X_n(x, y, z), Y_n(x, y, z), Z_n(x, y, z).$$

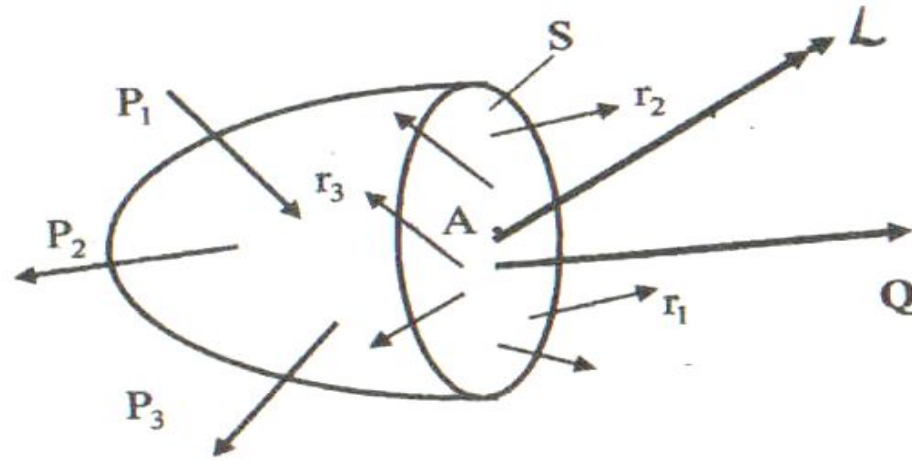
# Понятие напряжения



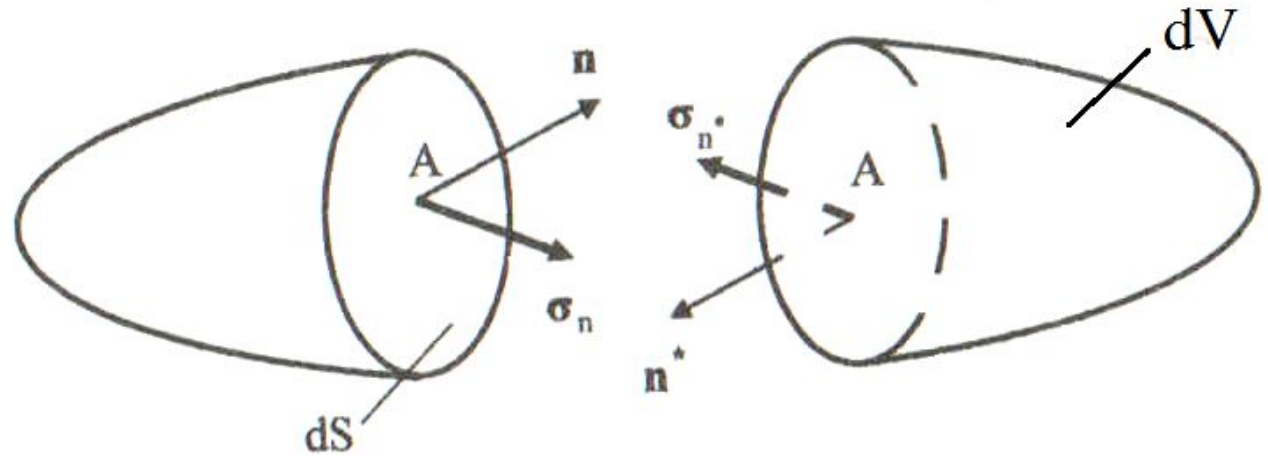
# Понятие напряжения



# Понятие напряжения

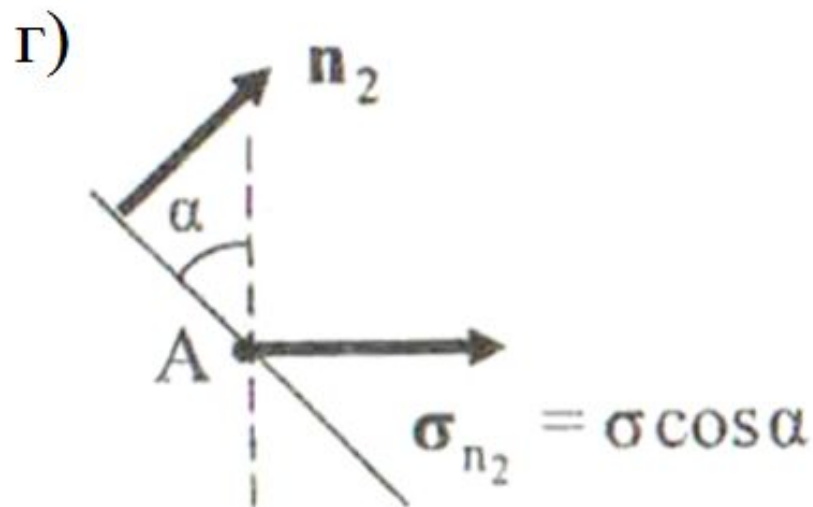
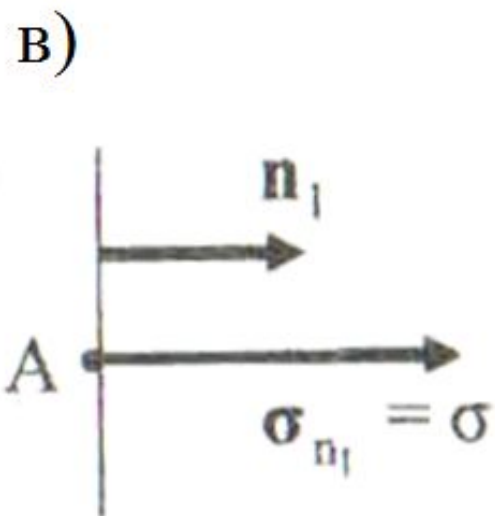
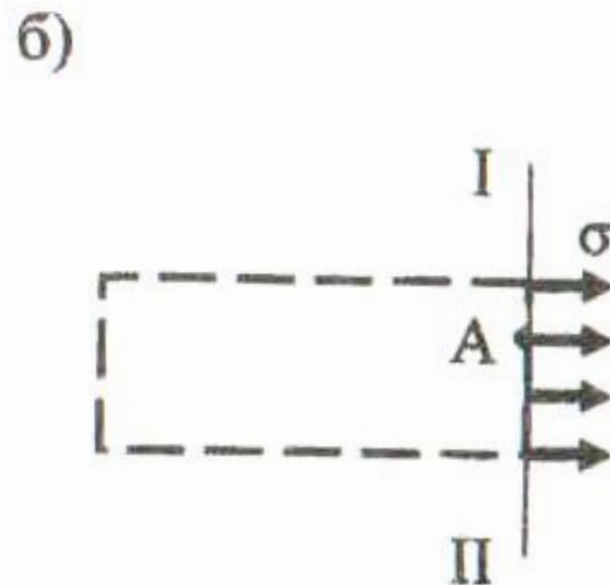
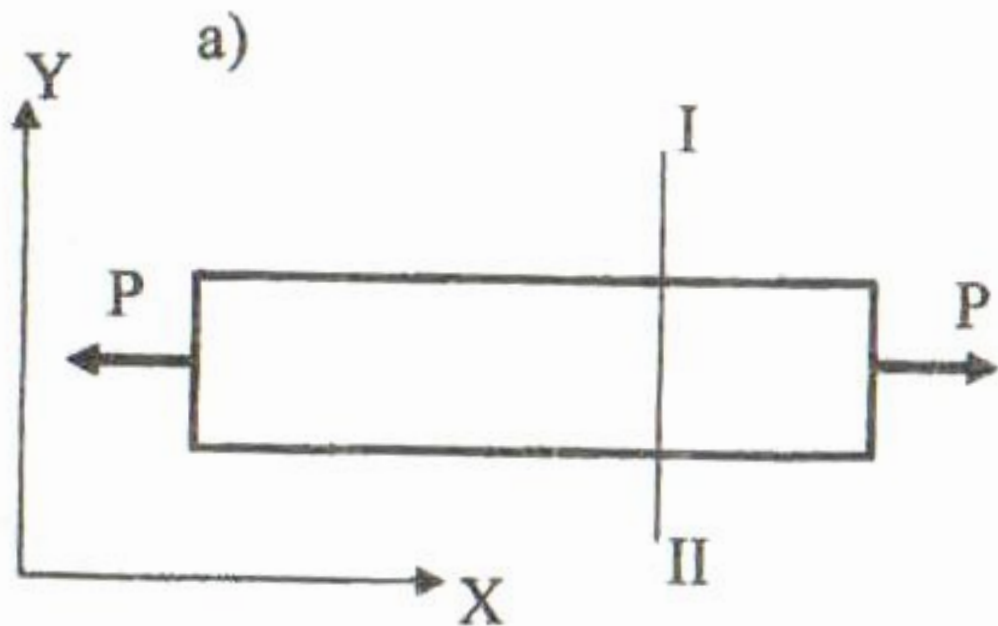


$$Q = \int_S \sigma_n dS$$

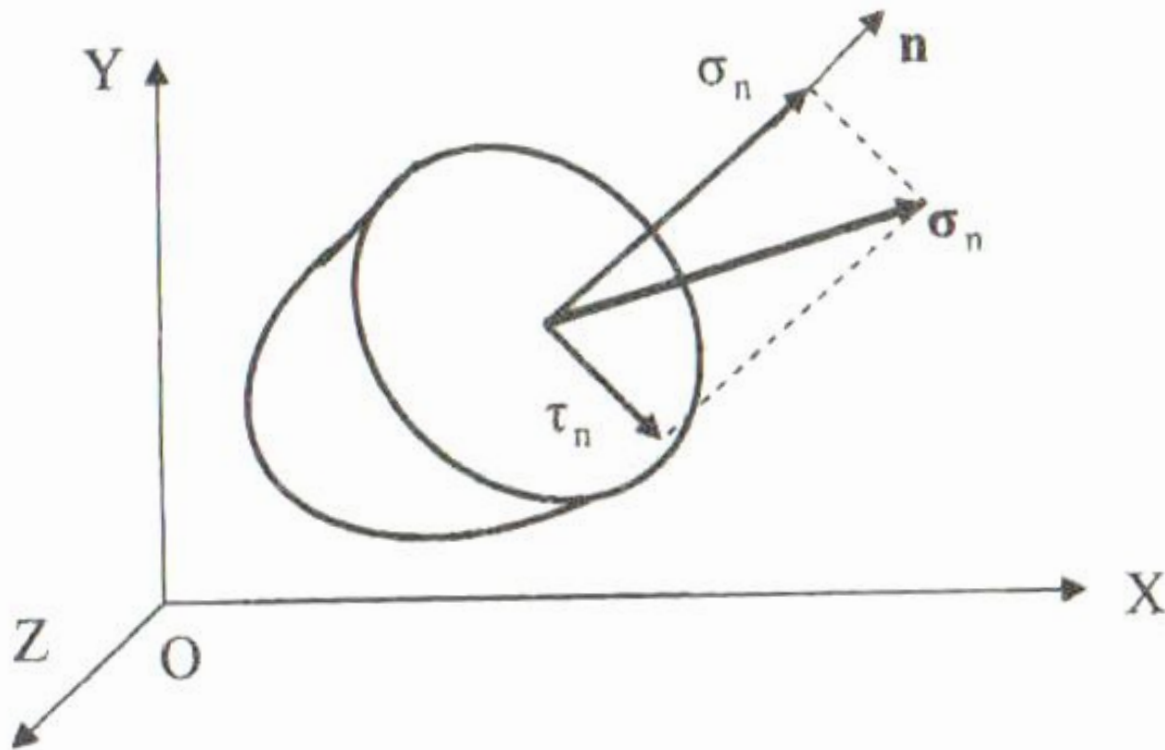




# Пример. Длинный цилиндрический брус



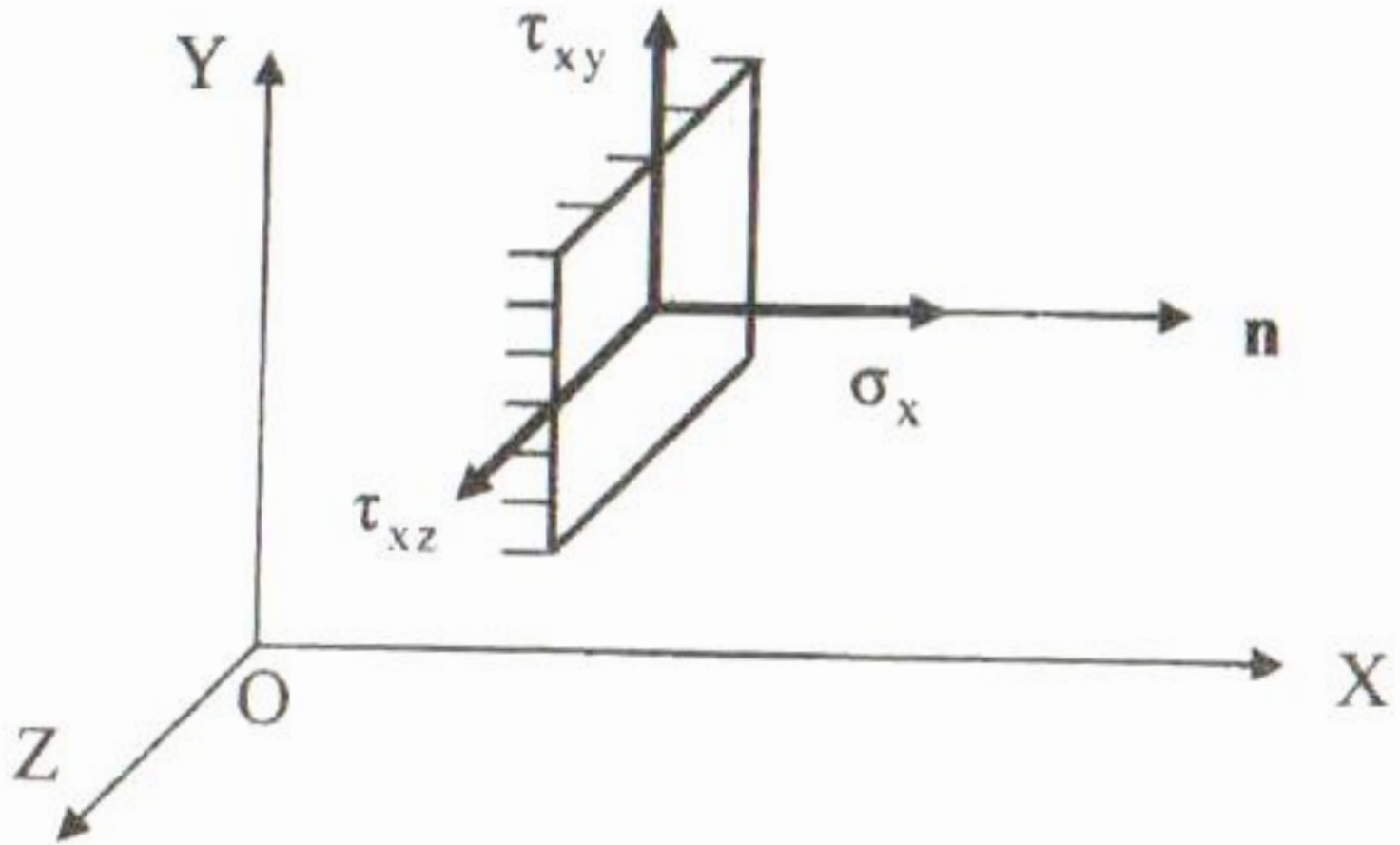
# Составляющие напряжений. Правила знаков



$$|\boldsymbol{\sigma}_n|^2 = \sigma_n^2 + \tau_n^2. \quad (1.1)$$

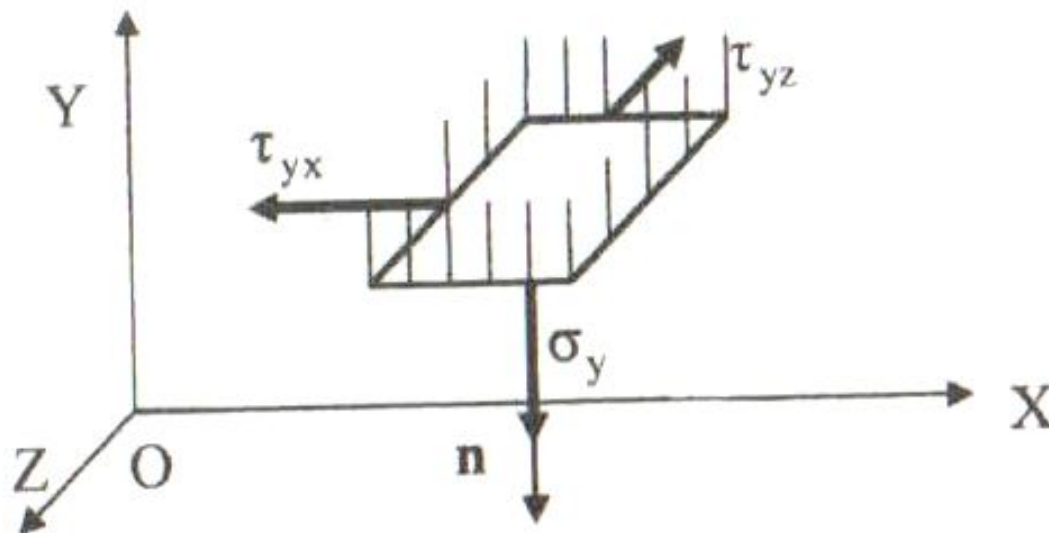
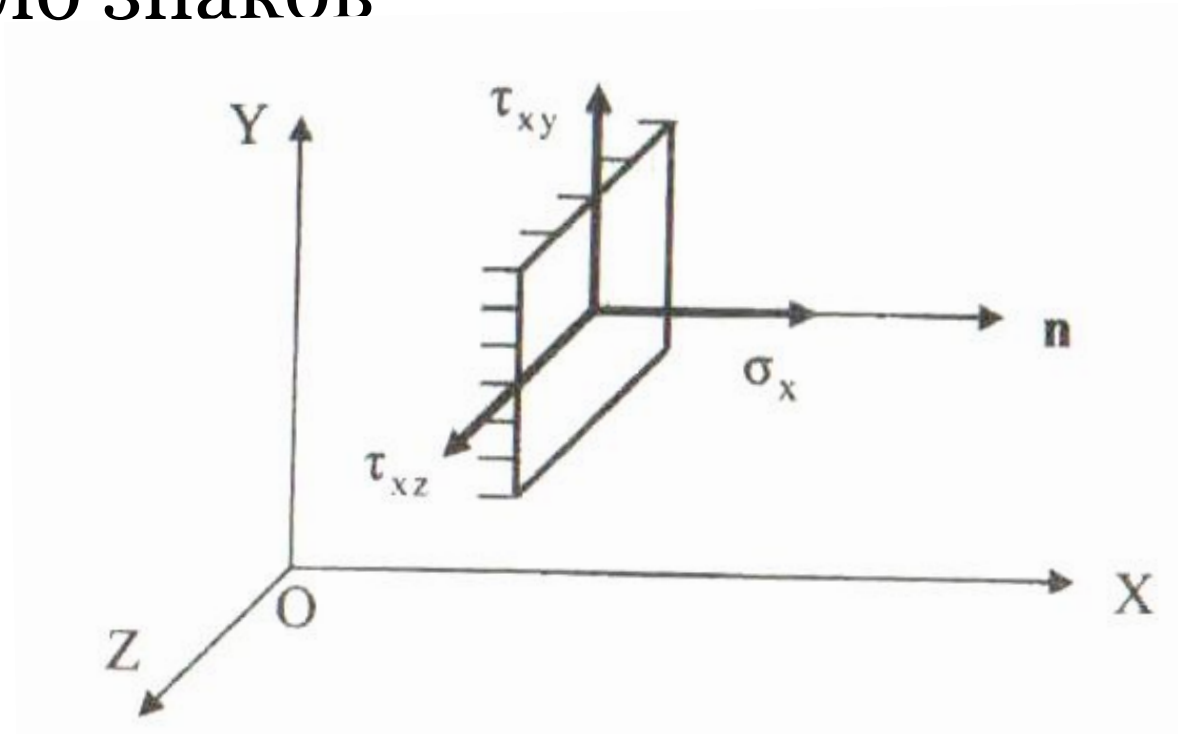
$$|\boldsymbol{\sigma}_n|^2 = \sigma_{nx}^2 + \sigma_{ny}^2 + \sigma_{nz}^2. \quad (1.2)$$

# Составляющие напряжений. Правила знаков

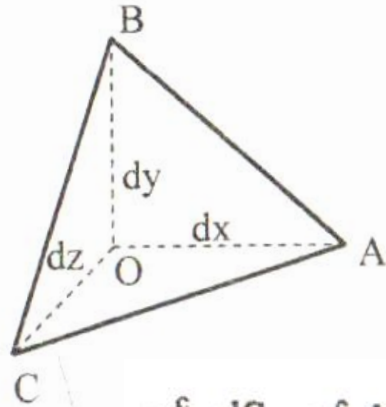


$$\sigma_{nx} = \sigma_{xx} = \sigma_x, \quad \sigma_{ny} = \sigma_{xy} = \tau_{xy}, \quad \sigma_{nz} = \sigma_{xz} = \tau_{xz}.$$

# Правило знаков

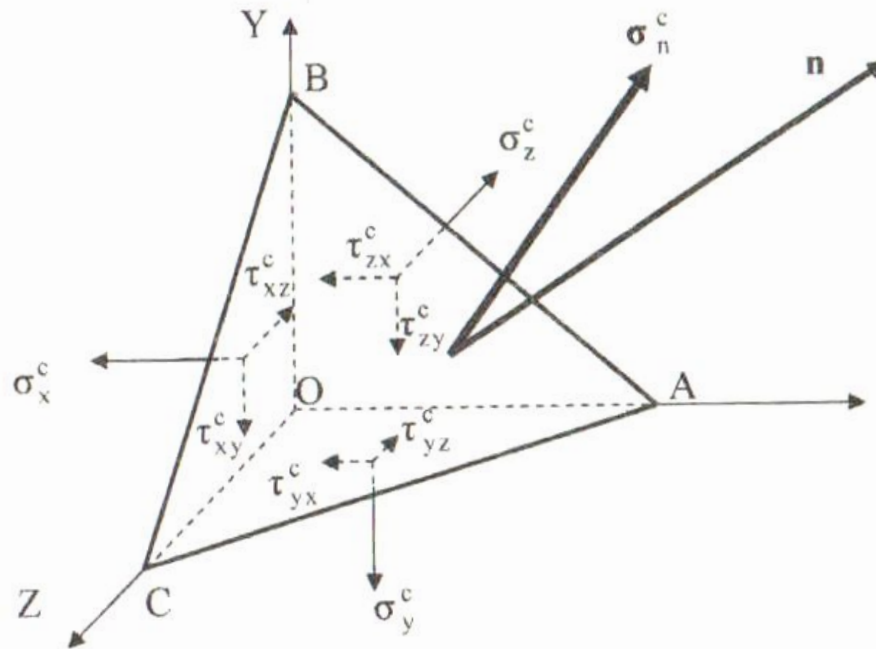


# Напряжения на произвольно ориентированной площадке



грань ABC:  $\sigma_{nx}^c dS$ ,  $\sigma_{ny}^c dS$ ,  $\sigma_{nz}^c dS$ ;  
 грань OAB:  $-\tau_{zx}^c dS n_z$ ,  $-\tau_{zy}^c dS n_z$ ,  $-\sigma_z^c dS n_z$ ;  
 грань OCB:  $-\sigma_x^c dS n_x$ ,  $-\tau_{xy}^c dS n_x$ ,  $-\tau_{xz}^c dS n_x$ ;  
 грань OCA:  $-\tau_{yx}^c dS n_y$ ,  $-\sigma_y^c dS n_y$ ,  $-\tau_{yz}^c dS n_y$ .

$$\sigma_{nx}^c dS - \sigma_x^c dS n_x - \tau_{yx}^c dS n_y - \tau_{zx}^c dS n_z + X^c \frac{1}{3} h dS = 0, \quad (1.3)$$



$$\sigma_{nx} - \sigma_x n_x - \tau_{yx} n_y - \tau_{zx} n_z = 0.$$

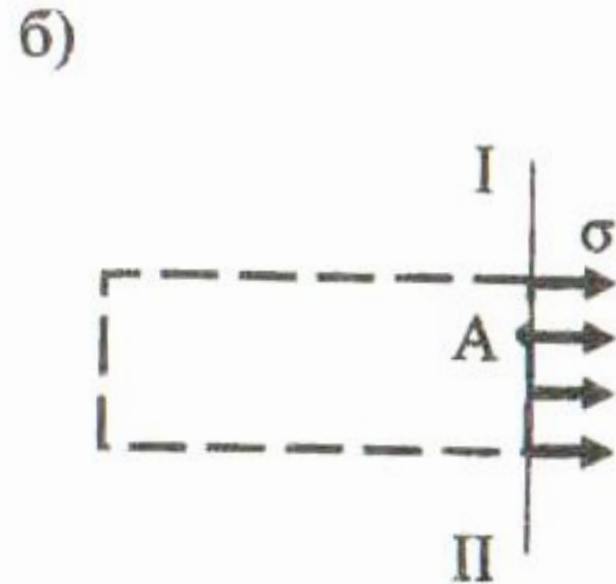
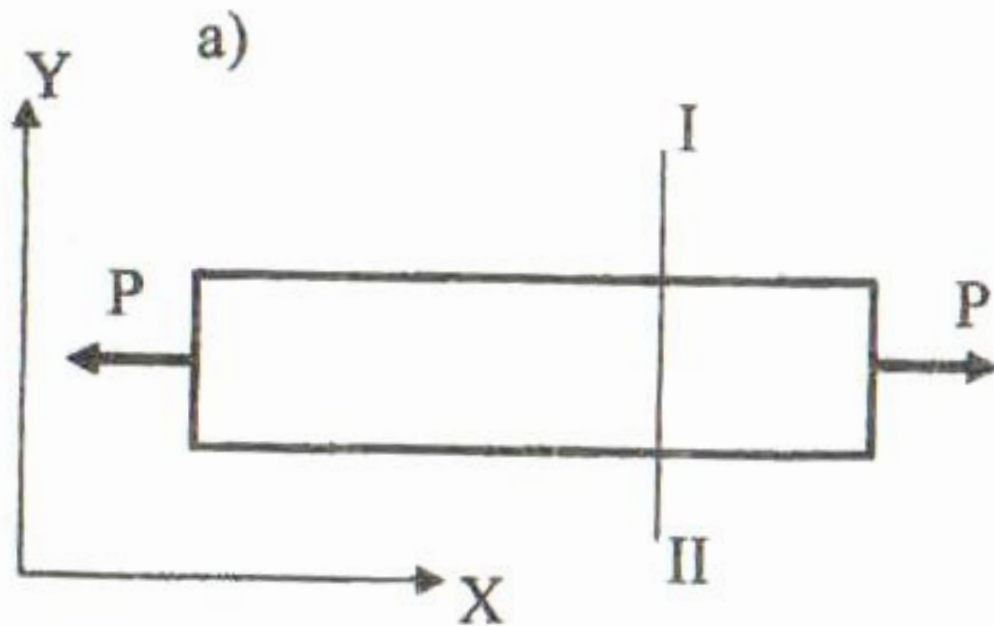
$$\begin{aligned} \sigma_{nx} &= \sigma_x n_x + \tau_{yx} n_y + \tau_{zx} n_z, \\ \sigma_{ny} &= \tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y + \tau_{zy} n_z, \\ \sigma_{nz} &= \tau_{xz} n_x + \tau_{yz} n_y + \sigma_z n_z. \end{aligned} \quad (1.4)$$

# Понятие напряжения

$$T = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}. \quad (1.5)$$

$$\sigma_n = T^T n, \quad \text{где } \sigma_n = \begin{vmatrix} \sigma_{nx} \\ \sigma_{ny} \\ \sigma_{nz} \end{vmatrix}, \quad n = \begin{vmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{vmatrix}. \quad (1.6)$$

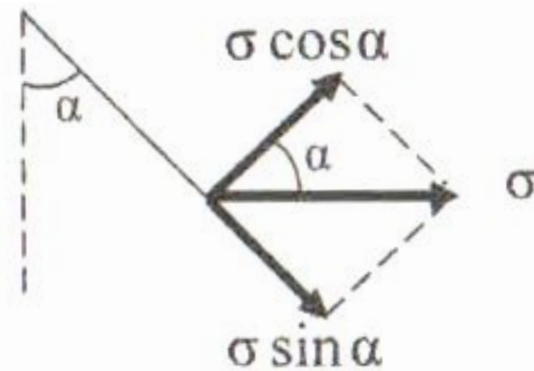
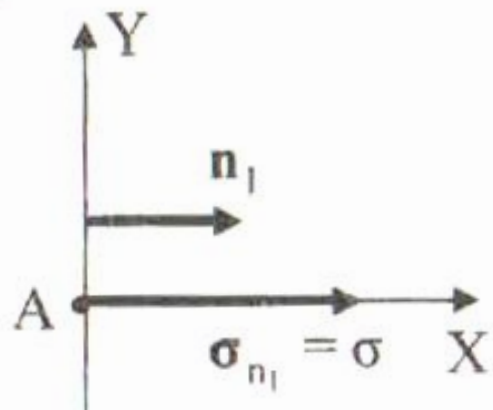
# Пример. Длинный цилиндрический брус



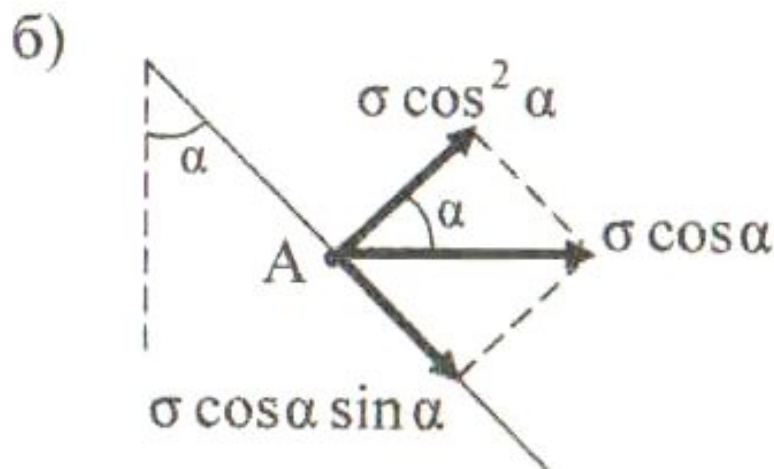
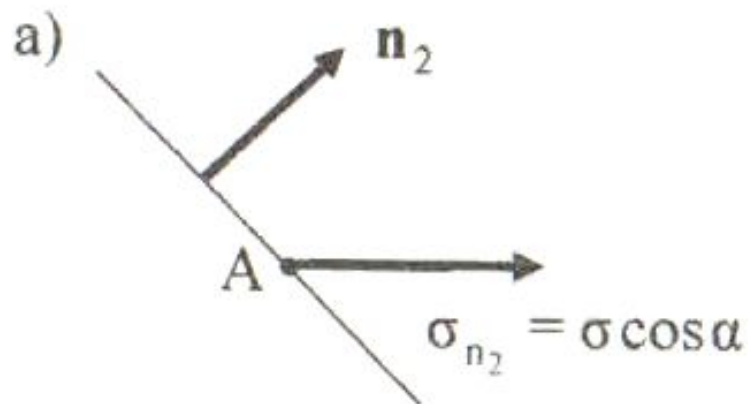
$$T = \begin{vmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

$$\sigma_{n_1} = T^T n_1 = \begin{vmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix},$$

# Пример. Длинный цилиндрический брус



$$\sigma_{n_2} = T^T n_2 = \begin{vmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma \cos \alpha \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix},$$





**Спасибо за внимание!**