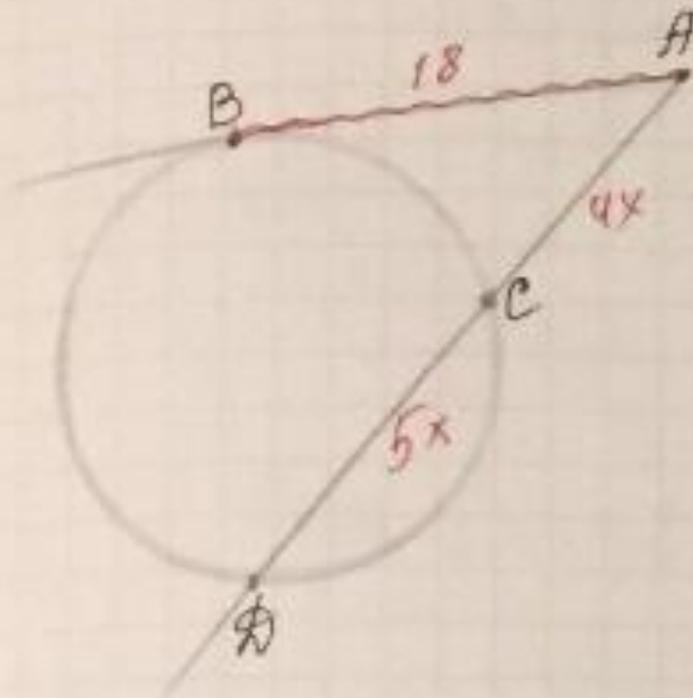




Формула Эйлера для  
расстояния между  
центрами вписанной и  
описанной окружностей  
треугольника

# Проверка дз

15.29. Через точку  $A$ , лежащую вне окружности, проведены две прямые, одна из которых касается окружности в точке  $B$ , а другая пересекает окружность в точках  $C$  и  $D$  (точка  $C$  лежит между точками  $A$  и  $D$ ),  $AB = 18$  см,  $AC : CD = 4 : 5$ . Найдите отрезок  $AD$ .



Дано:  $AB$  — касательная,  $B$  — т. касан.  
 $AB = 18$  см,  $AC : CD = 4 : 5$ .  $AD = ?$

Решение: по свойству касательной и секущей

$$AB^2 = AD \cdot AC$$

$$18^2 = 9x \cdot 4x$$

$$324 = 36x^2, \quad x^2 = 9, \quad x = 3, \\ \text{— значение подходит}$$

$$AD = 9x = 9 \cdot 3 = 27 \text{ (см)}$$

Ответ: 27 см.

15.30. Через точку  $A$ , лежащую вне окружности (рис. 15.17), проведены две прямые, одна из которых пересекает окружность в точках  $B$  и  $C$  (точка  $B$  лежит между точками  $A$  и  $C$ ), а другая — в точках  $D$  и  $E$  (точка  $D$  лежит между точками  $A$  и  $E$ ).

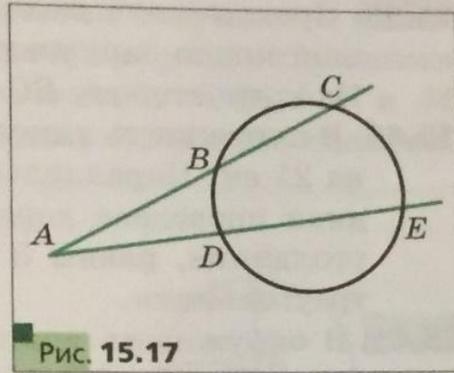
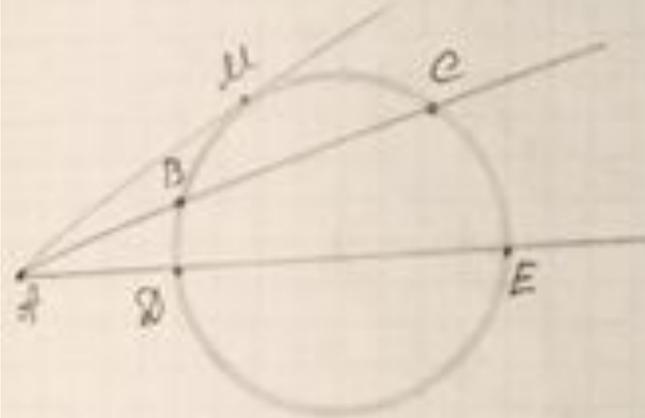


Рис. 15.17

- 1) Докажите, что  $AB \cdot AC = AD \cdot AE$ .  
 2) Найдите отрезок  $AE$ , если  $AB = 18$  см,  $BC = 12$  см и  $AD : DE = 5 : 7$ .



1) Доп. построение:  
 проведем касательную  $AM$ ,  
 $M$  - точка касания

по свойству касательной и секущей

$$\begin{aligned} AM^2 &= AC \cdot AB \\ AM^2 &= AE \cdot AD \end{aligned} \quad \Rightarrow AC \cdot AB = AE \cdot AD$$

из 1-го условия

$$AC \cdot AB = AE \cdot AD$$

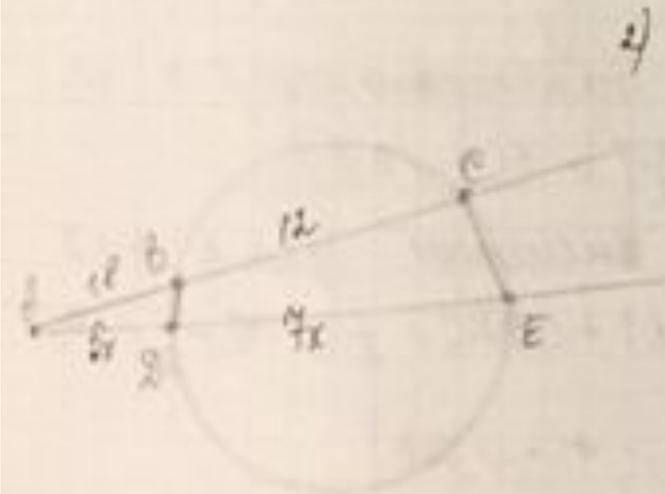
$$30 \cdot 18 = 12x \cdot 5x$$

$$540 = 60x^2, \quad x^2 = \frac{54}{6}, \quad x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

- 3 не подходит

$$AE = 12x = 12 \cdot 3 = 36 \text{ (см)}$$



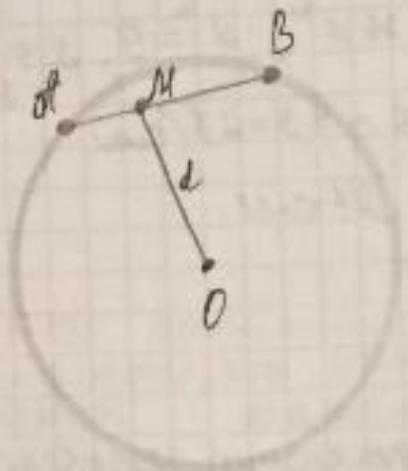


# Учебник, стр.31-32

№15.25 (8 класс)

На хорде  $AB$  отметили точку  $M$ .

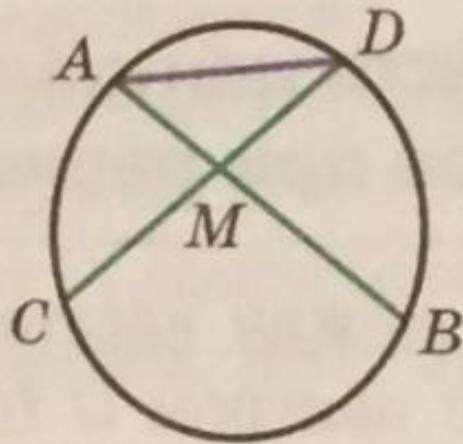
Докажите, что  $MA \cdot MB = R^2 - d^2$ , где  
 $R$  - радиус окружности,  $d$  - расстояние от точки  $M$   
до центра окружности.



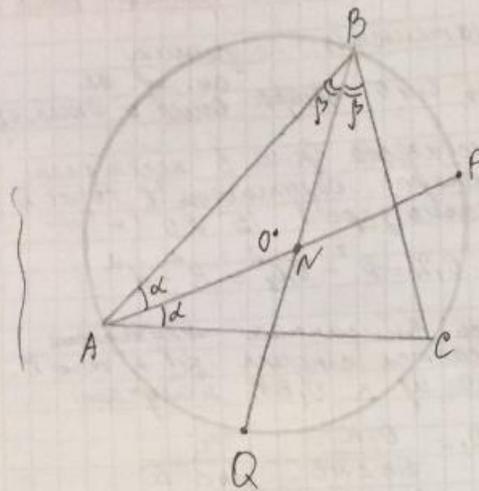
верждение самостоятельное

**Задача 2.** Хорды  $AB$  и  $CD$  окружности пересекаются в точке  $M$  (рис. 9.2). Докажите, что  $\angle AMC = \frac{1}{2}(\cup AC + \cup BD)$ .

**Решение.** Угол  $AMC$  является внешним для треугольника  $AMD$ .  
Тогда  $\angle AMC = \angle DAB + \angle ADC = \frac{1}{2}\cup DB + \frac{1}{2}\cup AC = \frac{1}{2}(\cup AC + \cup BD)$ . ■



# Формула Эйлера



Дано:  $\triangle ABC$   
 $O$  - центр описанной окр.  
 $N$  - центр вписанной окр.  
 $R$  - радиус опис. окр.  
Доказать:  $r$  - радиус впис. окр.

$$d^2 = R^2 - 2Rr$$

Докажем:

$$\angle CBA = 2\beta$$

$$\angle BAC = 2\alpha$$

Проведем диаметры  
 чкрв  $A$  и  $B$  до пересечения  
 с описанной окружностью  
 $BQ$  и  $AP$ , и диаметр  $EF$ .

То тогда о пересечении хорд имеем равенство

$$EN \cdot NF = BN \cdot NQ$$

$$\text{Угол } \angle NAQ = \alpha + \beta$$

$$\begin{aligned} \angle ANQ &= \frac{1}{2} (\angle AEQ + \angle BFP) = \\ &= \frac{\angle AEQ + \angle BFP}{2} = \frac{2\beta + 2\alpha}{2} = \alpha + \beta \end{aligned}$$

$$\angle NAQ = \angle ANQ,$$

$\triangle ANQ$  - равнобедренный с осн.  $AN$   
 $AQ = NQ$

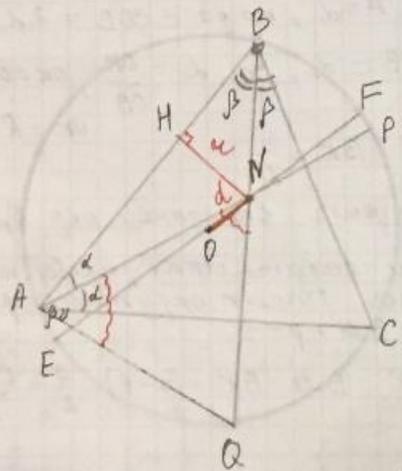
$$\text{У } \triangle ABQ \quad AQ = 2R \cdot \sin \beta = NQ$$

$$\text{У } \triangle HBN: \sin \beta = \frac{HN}{BN}, \quad BN = \frac{r}{\sin \beta}$$

Подставим в формулу с хордами  
 $EN \cdot NF = BN \cdot NQ$

$$(R+d) \cdot (R-d) = \frac{r}{\sin \beta} \cdot 2R \sin \beta$$

$$R^2 - d^2 = 2Rr, \quad d^2 = R^2 - 2Rr.$$



# Д/з :задача о трилистнике

№ 25  
Биссектриса угла  $A$   $\triangle ABC$  пересекает  
описанную окружность в точке  $D$ .  
Точка  $O$  - центр вписанной  $\text{окр. } \triangle ABC$   
Докажите, что  $DO = DB = DC$ .