

Практическое занятие. Размещения, сочетания и перестановки

Практическое занятие



Понятие факториала

- ▣ **Определение:** Факториал числа n (обозначается $n!$) — это произведение всех натуральных чисел до n включительно:

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 2) \cdot (n - 1) \cdot n$$

- ▣ По определению полагают $0! = 1$.
- ▣ **Факториал** определён только для целых неотрицательных чисел.

Вычисление факториала:

$$а) \frac{5!}{2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$$

$$б) \frac{7!}{5!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot 4 \cdot 5} = 6 \cdot 7 = 42$$

Вычислите самостоятельно :

$$в) \frac{10!}{8!} \quad з) \frac{100!}{99!} \quad д*) \frac{15!}{13! \cdot 2!} \quad е*) \frac{12!}{9! \cdot 3!}$$

ПЕРЕСТАНОВКА

- ▣ **Определение:** Перестановкой из n элементов называется каждое расположение этих элементов в определенном порядке:

$$P_n = n!$$

- ▣ **Пример:** В автосервис приехали 5 машин для ремонта. Сколько существует способов выстроить их в очередь на обслуживание.

- ▣ **Решение:** $P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$

- ▣ **Ответ:** Выстроить 5 машин на обслуживание можно 120 способами.

РАЗМЕЩЕНИЕ

- ▣ **Определение:** Размещением из n элементов по k ($k < n$) называется любое множество, состоящее из любых k элементов, взятых в определенном порядке из данных n элементов:

$$A_n^k = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n - (k-1))$$

- ▣ **Пример.** Студенты 1 курса изучают 12 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нем было 3 различных предмета?

- ▣ **Решение:**

$$A_{12}^3 = 12 \cdot 11 \cdot 10 = 1310$$

- ▣ **Ответ:** Существует 1310 способов.

Сочетание

- ▣ **Определение:** Сочетанием из n элементов по k называется любое множество, составленное из k элементов, выбранных из данных n элементов.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- ▣ **Пример:** Для участия в лотерее «6 из 49» необходимо купить лотерейный билет и зачеркнуть 6 номеров из 49. Сколько существует способов это сделать?

- ▣ **Решение:**

$$\begin{aligned} C_{49}^6 &= \frac{49!}{6!(49-6)!} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1}{(6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (43 \cdot 42 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1)} = \\ &= \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{49 \cdot 2 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 3 \cdot 22}{1} = \\ &= 13983816 \end{aligned}$$

Ответ: Существует 13983816 способов.

Практическая часть

| 1 вариант | 2 вариант |
|---|---|
| №1. Вычислить: а) C_7^5 б) A_8^4 в) P_8 | №1. Вычислить: а) C_8^6 б) A_7^2 в) P_5 |
| №2. Сколькими способами можно расставить 7 книг на книжной полке? | №2. Сколько различных последовательностей можно составить из букв слова «Фонарь» (необязательно осмысленных)? |
| №3. Сколькими способами могут быть распределены первое, второе и третье призовые места в конкурсе стенгазет к новому году между 6 группами студентов? | №3. Сколько разных трехзначных чисел можно записать их цифр 1,2,3,4,5 при условии, что каждая цифра в записи числа используется один раз? |
| №4. В группе 25 студентов. Сколькими способами преподаватель может выбрать в этой группе для опроса 5 разных студентов? | №5. В группе 25 студентов. Сколькими способами преподаватель может выбрать в этой группе для опроса 6 разных студентов? |