

Электрическая емкость. Конденсатор

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{U}$$

- **Емкостью** системы из двух проводников называется физическая величина, определяемая как **отношение заряда q одного из проводников к разности потенциалов Δ** между ними:
- В системе СИ единица емкости называется **фарад (Ф)**:
$$1 \text{ Ф} = \frac{1 \text{ Кл}}{1 \text{ В}}$$
- **Конденсатором** называется система двух проводников, разделенных слоем диэлектрика,
- а проводники, составляющие конденсатор, называются **обкладками**

Задача.

Заряд плоского конденсатора со слюдяным диэлектриком равен $1,4 \cdot 10^{-9}$ Кл. площадь каждой пластины 20 см^2 . Если диэлектрическая проницаемость слюды равна 7, то напряженность поля в диэлектрике...

Решение:

Электрическое поле создано между пластинами конденсатора, емкость которого определяем по формуле

$$C = \frac{q}{U} \quad \text{с одной стороны}$$

$$\text{и} \quad C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot S}{d} \quad \text{как для плоского конденсатора.}$$

Напряженность и напряжение связаны соотношением $U = E \cdot d$

Тогда, объединив все в одно выражение, получаем соотношение

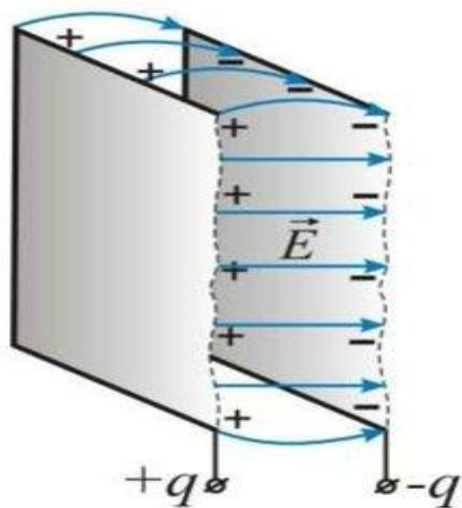
$$\frac{q}{E \cdot d} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot S}{d}, \quad \text{значит,}$$

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot S} = \frac{1,4 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}}{8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot 7 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = 1,13 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}} = 11,3 \frac{\text{кВ}}{\text{м}}$$

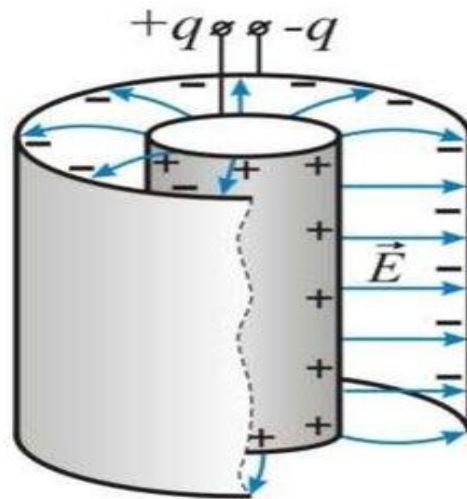
ЭЛЕКТРОЁМКОСТЬ КОНДЕНСАТОРОВ

Ёмкость конденсатора зависит от:

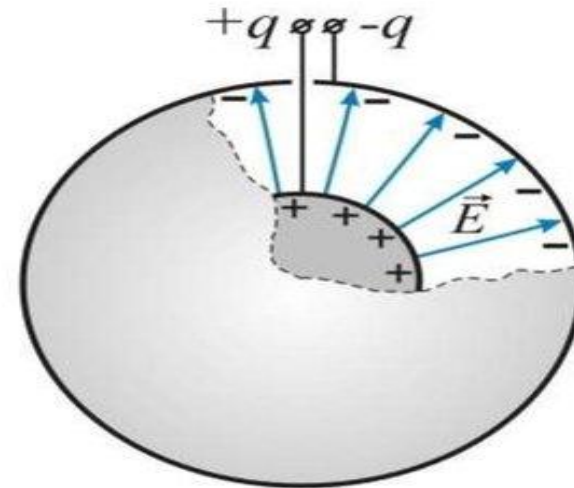
- формы и размеров обкладок,
- величины зазора между ними;
- диэлектрических свойств диэлектрика, между обкладками.



плоский



цилиндрический



сферический

Задача 1

Найти емкость C
уединенного металлического
шара радиусом $R=1$ см.

Решение задачи:

$$\begin{array}{l} \text{Дано} \\ \hline R = 1 \text{ см} = 0,01 \text{ м} \\ \varepsilon = 1 \\ \hline C = ? \\ \hline \end{array}$$

17.1

Ёмкость металлического шара

$$\begin{aligned} C &= 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R = 4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot 0,01 \text{ м} = \\ &= 1,11 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 1,11 \text{ пФ} \end{aligned}$$

Ответ: $C = 1,11 \text{ пФ}$

Задача 2

Определить емкость C металлической сферы радиусом $R=2$ см, погруженной в воду.

Решение задачи:

17.2

Дано

$$R = 2 \text{ см} = 0,02 \text{ м}$$

$$\epsilon = 81$$

$$C = ?$$

Ёмкость металлической сферы,
погружённой в воду

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R = 4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot 81 \cdot 0,02 \text{ м} =$$
$$= 1,8 \cdot 10^{-10} \text{ Ф} = 180 \text{ пФ}$$

Ответ: $C = 180 \text{ пФ}$

Задача 3

- Определить емкость C плоского слюдяного конденсатора, площадь S пластин которого равна 100 см^2 , а расстояние между ними равно $0,1 \text{ мм}$.

Решение задачи:

Дано

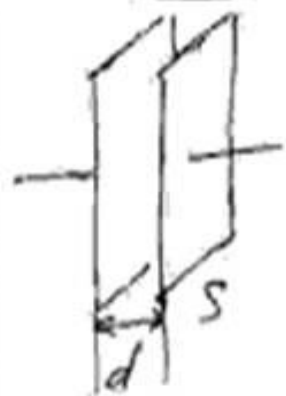
$$S = 100 \text{ см}^2 = 10^{-2} \text{ м}^2$$

$$d = 0,1 \text{ мм} = 10^{-4} \text{ м}$$

$$\epsilon = 7$$

$$C = ?$$

17.6



Ёмкость плоского конденсатора $C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} =$

$$\approx \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot 7 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2}{10^{-4} \text{ м}} =$$

$$\approx 6,2 \cdot 10^{-9} \text{ Ф} = 6,2 \text{ нФ}$$

Задача 4

- Конденсаторы соединены так, как это показано на рис. 17.1. Электроемкости конденсаторов: $C_1=0,2$ мкФ, $C_2=0,1$ мкФ, $C_3=0,3$ мкФ, $C_4=0,4$ мкФ. Определить электроемкость C батареи конденсаторов.

Решение задачи:

Дано

$$C_1 = 0,2 \text{ мкФ}$$

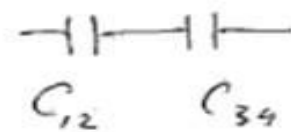
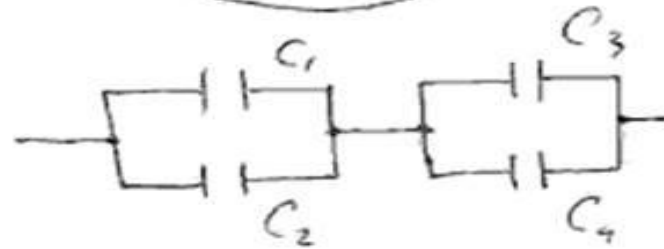
$$C_2 = 0,1 \text{ мкФ}$$

$$C_3 = 0,3 \text{ мкФ}$$

$$C_4 = 0,4 \text{ мкФ}$$

$$C = ?$$

17.20



Эквивалентная схема последовательных

— чая где $C_{12} = C_1 + C_2$; $C_{34} = C_3 + C_4$.

$$\text{Поэтому } C = \frac{C_{12} \cdot C_{34}}{C_{12} + C_{34}} = \frac{(C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4} =$$
$$= \frac{(0,2 \text{ мкФ} + 0,1 \text{ мкФ})(0,3 \text{ мкФ} + 0,4 \text{ мкФ})}{0,2 \text{ мкФ} + 0,1 \text{ мкФ} + 0,3 \text{ мкФ} + 0,4 \text{ мкФ}} = 0,21 \text{ мкФ}$$

Ответ: $C = 0,21 \text{ мкФ}$

Задача 5

- Конденсаторы электроемкостями $C_1=10$ нФ, $C_2=40$ нФ, $C_3=2$ нФ и $C_4=30$ нФ соединены так, как это показано на рис. 17.3. Определить электроемкость C соединения конденсаторов.

Решение задачи:

Дано

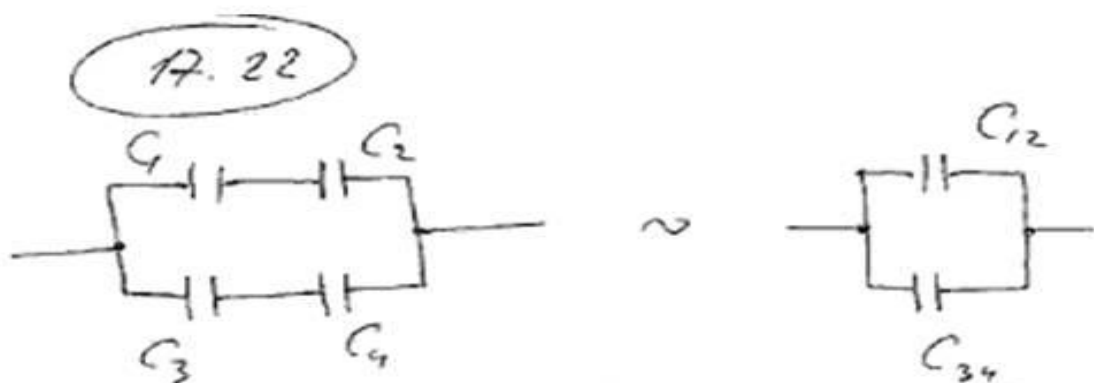
$$C_1 = 10 \text{ кФ}$$

$$C_2 = 40 \text{ кФ}$$

$$C_3 = 2 \text{ мФ}$$

$$C_4 = 30 \text{ кФ}$$

$$C = ?$$



параллельное соединение конденсаторов

$$C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}; \quad C_{34} = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4}$$

равно $C = C_{12} + C_{34} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} =$

$$= \frac{10 \cdot 40}{50} + \frac{2 \cdot 30}{32} = 8 + 1,875 = 9,875 \text{ кФ}$$

Ответ: $C = 9,875 \text{ кФ}$

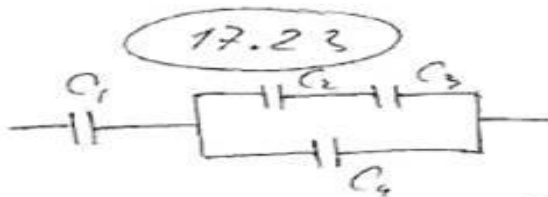
Задача 6

- Конденсаторы электроемкостями $C_1=2$ мкФ, $C_2=2$ мкФ, $C_3=3$ мкФ, $C_4=1$ мкФ соединены так, как указано на рис. 17.4. Разность потенциалов на обкладках четвертого конденсатора $U_4=100$ В. Найти заряды и разности потенциалов на обкладках каждого конденсатора, а также общий заряд и разность потенциалов батареи конденсаторов.

Решение задачи:

Дано
$C_1 = 2 \text{ мкФ}$
$C_2 = 2 \text{ мкФ}$
$C_3 = 3 \text{ мкФ}$
$C_4 = 1 \text{ мкФ}$
$U_4 = 100 \text{ В}$
U_1, U_2, U_3, U
Q_1, Q_2, Q_3, Q_4

$$= \frac{2,2 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}}{2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}} = 110 \text{ В.}$$



Заряд $Q_4 = C_4 U_4 = 10^{-6} \cdot 100 \text{ В} = 10^{-4} \text{ Кл}$
 $Q_2 = C_2 U_2 = Q_3 = C_3 U_3$
 $\Rightarrow U_3 = \frac{C_2 U_2}{C_3} = \frac{2}{3} U_2$

и $U_2 + U_3 = U_4 \Rightarrow \left(\frac{2}{3} + 1\right) U_2 = U_4$

или $U_2 = \frac{3}{5} U_4 = 60 \text{ В.}$ Тогда

$U_3 = U_4 - U_2 = 40 \text{ В.}$ Тогда $Q_2 = Q_3 = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 60 \text{ В} =$

$= 12 \cdot 10^{-4} \text{ Кл.}$ Тогда $Q_4 = Q_{234} = Q_2 + Q_3 + Q_4 =$

$= 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ Кл.}$ Поэтому $U_1 = \frac{Q_1}{C_1} =$

$U = U_1 + U_4 = 210 \text{ В.}$

$Q = Q_1 = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}$

Ответ: $U_1 = 110 \text{ В}; U_2 = 60 \text{ В}; U_3 = 40 \text{ В}; U_4 = 100 \text{ В}; U = 210 \text{ В}$

$Q_1 = 220 \text{ мкКл}; Q_2 = 120 \text{ мкКл}; Q_3 = 120 \text{ мкКл}; Q_4 = 100 \text{ мкКл}$

В ответе не хватает
 Действительно $C_1 U_1 = Q_1$

$Q = 220 \text{ мкКл}$

**ЭНЕРГИЯ
ЭАРЯЖЕННОГО
КОНДЕНСАТОРА**

Задача 7

- В импульсной фотовспышке лампа питается от конденсатора емкостью 800 мкФ , заряженного до напряжения 300 В . Найти энергию вспышки и среднюю мощность, если продолжительность разрядки $2,4 \text{ мс}$.

№ 766(759).

Дано:

$$C = 800 \text{ мкФ} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ Ф},$$

$$U = 300 \text{ В},$$

$$t = 2,4 \text{ мс} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ с}.$$

Найти W, P .

Решение.

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{8 \cdot 10^{-4} \text{ Ф} \cdot (300 \text{ В})^2}{2} = 36 \text{ Дж};$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{36 \text{ Дж}}{2,4 \cdot 10^{-3} \text{ с}} = 15 \cdot 10^3 \text{ Вт} = 15 \text{ кВт}.$$

Ответ: $W = 36 \text{ Дж}, P = 15 \text{ кВт}.$

Задача 8:

- Во сколько раз изменится энергия конденсатора при увеличении напряжения на нем в 4 раза?

№ 767(760).

Дано:

$$\frac{U_2}{U_1} = 4.$$

Решение.

$$W_1 = \frac{CU_1^2}{2}; W_2 = \frac{CU_2^2}{2}; \frac{W_2}{W_1} = \frac{U_2^2}{U_1^2} = \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 = 4^2 = 16.$$

Найти $\frac{W_2}{W_1}$.

Ответ: энергия увеличится в 16 раз.

Задача 9:

- Конденсатору емкостью 10 мкФ сообщили заряд 4 мкКл . Какова энергия заряженного конденсатора?

№ 769(762).

Дано:

$$C = 10 \text{ мкФ} = 10^{-5} \text{ Ф},$$

$$q = 4 \text{ мкКл} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}.$$

Найти W .

Решение.

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{(4 \cdot 10^{-6} \text{ Кл})^2}{2 \cdot 10^{-5} \text{ Ф}} = 8 \cdot 10^{-7} \text{ Дж} = 800 \text{ нДж}.$$

Ответ: $W = 800 \text{ нДж}$.

Примеры решения задач

Соединение конденсаторов

Алгоритм решения задач

- 1) Делаем рисунок.
- 2) Определяем последовательно и параллельно соединенные конденсаторы. Напоминаем, что признаком последовательного соединения является равенство заряда, а параллельного одинаковая разность потенциалов.
- 3) Если соединения неочевидны, то находим точки схемы, потенциалы которых равны.
- 4) Соединяем эти точки или не учитываем наличие конденсатора, присоединенного к этим точкам, т.к. он не накапливает электрический заряд.
- 5) Рисуем эквивалентную схему, которую используем для расчета $C_{\text{экв}}$.

Задача 1. Четыре конденсатора емкостями $C_1 = 1 \text{ мкФ}$, $C_2 = 1 \text{ мкФ}$, $C_3 = 3 \text{ мкФ}$, $C_4 = 2 \text{ мкФ}$ соединены, как показано на рисунке. К точкам A и B подводится напряжение $U = 140 \text{ В}$. Найдите заряд и напряжение на каждом из конденсаторов.

Решение.

$$C_{2,3} = C_2 + C_3$$

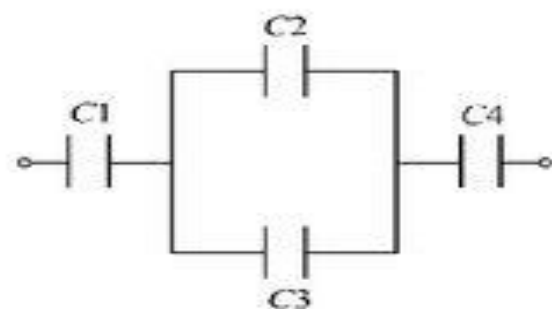
$$\frac{1}{C_{\text{экв}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{2,3}} + \frac{1}{C_4}$$

$$q_1 = q_{2,3} = q_4 = C_{\text{экв}} U$$

$$\frac{1}{C_{\text{экв}}} = \frac{1}{1 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{(1+3) \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{2 \cdot 10^{-6}} = \frac{7}{4 \cdot 10^{-6}} \text{ Ф}^{-1}$$

$$C_{\text{экв}} = (4/7) \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$q_1 = q_{2,3} = q_4 = (4/7) \cdot 10^{-6} \cdot 140 = 8 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}$$



$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{8 \cdot 10^{-5}}{1 \cdot 10^{-6}} \text{ В} = 80 \text{ В}$$

$$q_4 = 8 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}, \quad U_4 = \frac{q_4}{C_4} = \frac{8 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-6}} \text{ В} = 40 \text{ В}$$

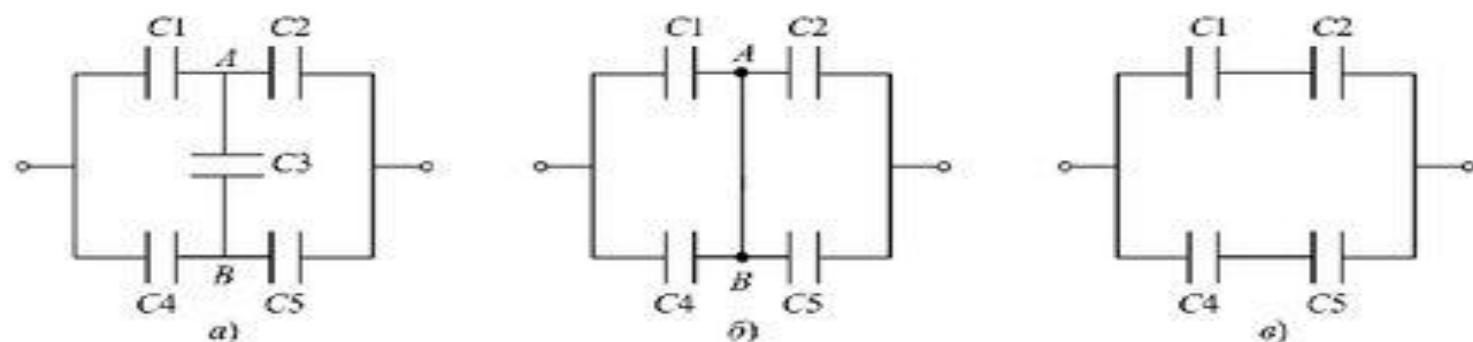
$$U_2 = U_3 = \frac{q_{2,3}}{C_{2,3}} = \frac{8 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 10^{-6}} \text{ В} = 20 \text{ В}$$

$$q_2 = C_2 U_2 = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \text{ Кл} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}$$

$$q_3 = C_3 U_3 = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \text{ Кл} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}$$

Задача 2. Определите эквивалентную электрическую емкость в цепи, изображенной на рисунке. Емкости всех конденсаторов одинаковы и равны C .

Решение.



$$\frac{1}{C_{\text{эKB}}} = \frac{1}{2C_1} + \frac{1}{2C_2}$$

$$C_{\text{эKB}} = \frac{2C_1C_2}{C_2 + C_2} = C$$

$$C_{\text{эKB}} = \frac{C_1C_2}{C_2 + C_2} = \frac{C}{2}$$

$$C_{\text{эKB}} = 2C_{\text{эKB}} = \frac{2C_1C_2}{C_2 + C_2}$$

Задача 3. Определите емкость системы конденсаторов, изображенной на рисунке, если разность потенциалов подводится к точкам а) A, D ; б) B, D .

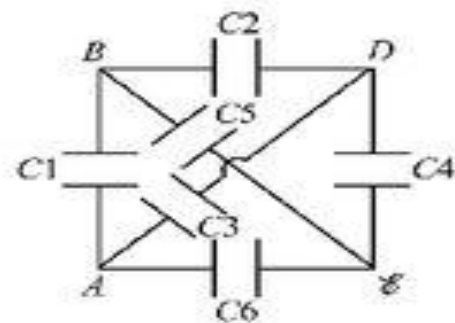
Решение.

а) $\phi_B = \phi_E$

$$C_{\text{экв1}} = \frac{C}{2} + \frac{C}{2} + C = 2C$$

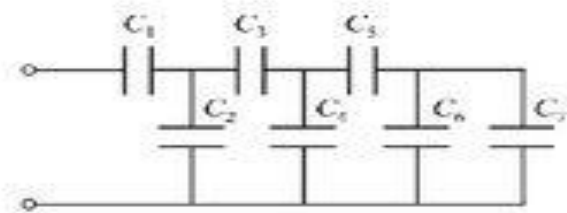
б) $\phi_A = \phi_E$

$$C_{\text{экв2}} = 2C$$



Задача 4. Определите емкость системы, изображенной на рисунке, если $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = C_6 = C_7 = C$.

Решение.



$$C_{6,7} = 2C$$

$$\frac{1}{C_{5,6,7}} = \frac{1}{C_{6,7}} + \frac{1}{CC} = \frac{1}{2C} + \frac{1}{C} = \frac{3}{2C} \quad C_{5,6,7} = \frac{2}{3}C$$

$$C_4 - C_7 :$$

$$C_{4,5,6,7} = 2 \frac{C}{3} + C = \frac{5}{3}C$$

$$C_{\text{экв}} = (13/21)C$$

Задача 5. Конденсатор электроемкостью $C_1 = 1$ мкФ, заряженный до разности потенциалов $U_1 = 100$ В и отключенный от источника, соединили параллельно с конденсатором электроемкостью $C_2 = 3$ мкФ, заряженным до разности потенциалов $U_2 = 60$ В. Определите заряд каждого из конденсаторов и разность потенциалов между обкладками после их соединения, если

- 1) соединяются обкладки, имеющие одноименные заряды;
- 2) соединяются обкладки, имеющие разноименные заряды.

Решение.

$$1) C_{\text{экв}} = C_1 + C_2, \quad q = q_1 + q_2 = C_1 U_1 + C_2 U_2$$

$$U_0 = \frac{q}{C_{\text{экв}}} = \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_{\text{экв}}} = 70 \text{ В}$$

$$q_1 = C_1 U_0 = 7 \cdot 10^{-8} \text{ Кл} \quad q_2 = C_2 U_0 = 21 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$q = |q_1 - q_2| = |C_1 U_1 - C_2 U_2|$$

$$U_0 = \frac{|C_1 U_1 - C_2 U_2|}{C_1 + C_2} = 2 \text{ В}$$

$$q_1 = C_1 U_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}$$

$$q_2 = C_2 U_0 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}$$

Задача 6. Энергия плоского воздушного конденсатора $W_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Дж. Определите энергию конденсатора после заполнения его диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2$, если:

- 1) конденсатор отключен от источника питания;
- 2) конденсатор подключен к источнику питания.

Решение.

$$1) W_2 = \frac{q_0^2}{2C_2}$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \epsilon C_1 \quad C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

$$W_2 = \frac{q_0^2}{2\epsilon C_1} = \frac{W_1}{\epsilon} = 10^{-8} \text{ Дж}$$

$$2) W_2 = \frac{C_2 U_0^2}{2} \quad C_2 = \epsilon C_1$$

$$W_2 = \frac{\epsilon C_1 U_0^2}{2} = \epsilon W_1 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}$$

Задача 7. Пластины плоского конденсатора подключены к источнику $U = 2$ В. Определите изменение емкости и энергии электрического поля конденсатора, если конденсатор наполовину заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2$. Расстояние между пластинами $d = 1$ см, площадь пластин $S = 50$ см².

Решение.

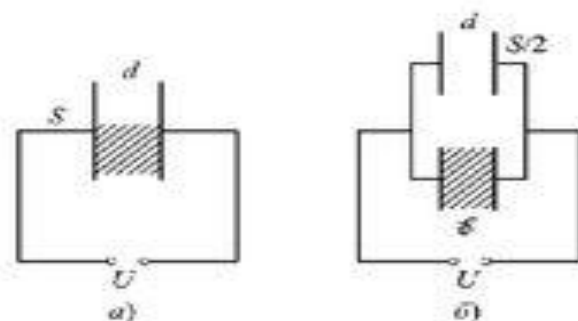
$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{2d}$$

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{2d} (\epsilon + 1)$$

$$\Delta C = C - C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{2d} (\epsilon + 1) - \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{\epsilon_0 S}{2d} (\epsilon - 1) = 2,21 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$$

$$\Delta W = \frac{CU^2}{2} - \frac{C_0 U^2}{2} = \frac{\Delta C U^2}{2}$$

$$\Delta W = \frac{\epsilon_0 S (\epsilon - 1)^2 U^2}{2d} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}$$



Задача 8. В плоский воздушный конденсатор вставляется металлическая пластина толщиной d_0 . Заряд на обкладках конденсатора q . Конденсатор отключен от источника. Расстояние между пластинами d , площадь пластин S . Определите изменение емкости конденсатора и энергии его электрического поля, если конденсатор не подключен к источнику.

Решение.

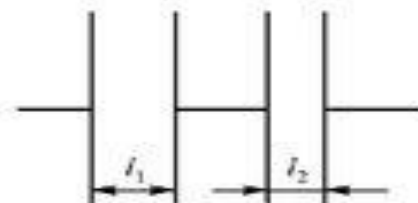
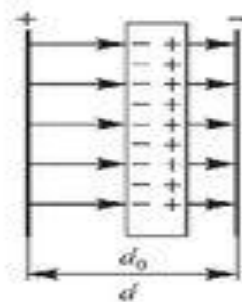
$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{l_1}, C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{l_2}$$

$$\frac{1}{C_{\text{эКВ}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{l_1}{\epsilon_0 S} + \frac{l_2}{\epsilon_0 S} = \frac{l_1 + l_2}{\epsilon_0 S}$$

$$l_1 + l_2 = d - d_0 \quad C_{\text{эКВ}} = \frac{\epsilon_0 S}{d - d_0}$$

$$\Delta C = C_{\text{эКВ}} - C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d - d_0} - \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{\epsilon_0 S d_0}{(d - d_0) d} > 0$$

$$\Delta W = \frac{q^2}{2C_{\text{эКВ}}} - \frac{q^2}{2C_0} = \frac{q^2}{2} \left[\frac{d - d_0}{\epsilon_0 S} - \frac{d}{\epsilon_0 S} \right] = \frac{-q^2 d_0}{2\epsilon_0 S} < 0$$



Задача 9. Определите изменение заряда проводящей сферы радиуса 10 см, первоначально заряженной до потенциала 104 В, если с течением времени она частично потеряла заряд и ее энергия уменьшилась на $1,5 \cdot 10^{-4}$ Дж.

Решение.

$$W_3 = \frac{C\phi^2}{2} \quad r = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\Delta W_3 = W_{32} - W_{31} = \frac{C}{2} (\phi_2^2 - \phi_1^2)$$

$$\phi_2 = \sqrt{\frac{2\Delta W_3}{C} + \phi_1^2} = \sqrt{\frac{\Delta W_3}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-2}} + \phi_1^2}$$

$$\Delta q = C(\phi_2 - \phi_1) = 4\pi\epsilon_0 r^2 \left[\sqrt{\frac{\Delta W_3}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-2}} + \phi_1^2} - \phi_1 \right] = 1,67 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

Решение задач

- Три конденсатора одинаковой емкости соединены параллельно друг другу в батарею. Рассчитать емкость батареи конденсаторов, если известно, что при подключении ее к полюсам аккумулятора напряжением 12 В заряд на обкладках каждого конденсатора 6×10^{-9} Кл.

Решение задач

- Найти емкость системы конденсаторов, соединенных по схеме, показанной на рисунке $C_1 = C_2 = C_4 = C_5$.

