

Электрическая емкость. Конденсатор

$$C = \frac{q}{\Delta\Phi} = \frac{q}{U}$$

- **Электроемкостью** системы из двух проводников называется физическая величина, определяемая как **отношение заряда q одного из проводников к разности потенциалов Δ** между ними:
- В системе СИ единица электроемкости называется **фарад** (Φ):
$$1 \Phi = \frac{1 \text{ Кл}}{1 \text{ В}}$$
- **Конденсатором** называется **система двух проводников, разделенных слоем диэлектрика**,
- а проводники, составляющие конденсатор, называются **обкладками**

Задача.

Заряд плоского конденсатора со слюдяным диэлектриком равен $1,4 \cdot 10^{-9}$ Кл. площадь каждой пластины 20 см^2 . Если диэлектрическая проницаемость слюды равна 7, то напряженность поля в диэлектрике...

Решение:

Электрическое поле создано между пластинами конденсатора, электропроводимость которого определяем по формуле

$$C = \frac{q}{U} \quad \text{с одной стороны}$$

$$\text{и} \quad C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot S}{d} \quad \text{как для плоского конденсатора.}$$

Напряженность и напряжение связаны соотношением $U = E \cdot d$

Тогда, объединив все в одно выражение, получаем соотношение

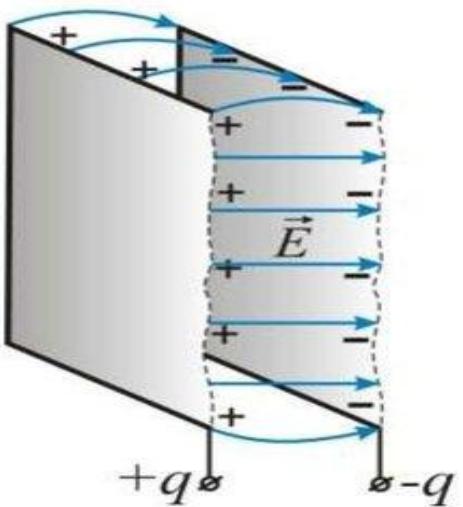
$$\frac{q}{E \cdot d} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot S}{d}, \text{ значит,}$$

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot S} = \frac{1,4 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}}{8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{m} \cdot 7 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = 1,13 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}} = 11,3 \frac{\text{кВ}}{\text{м}}$$

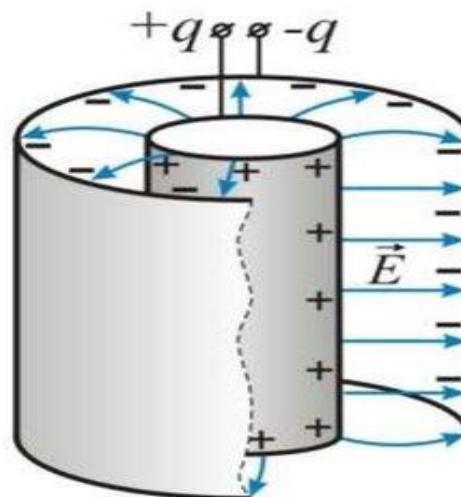
ЭЛЕКТРОЁМКОСТЬ КОНДЕНСАТОРОВ

Ёмкость конденсатора зависит от:

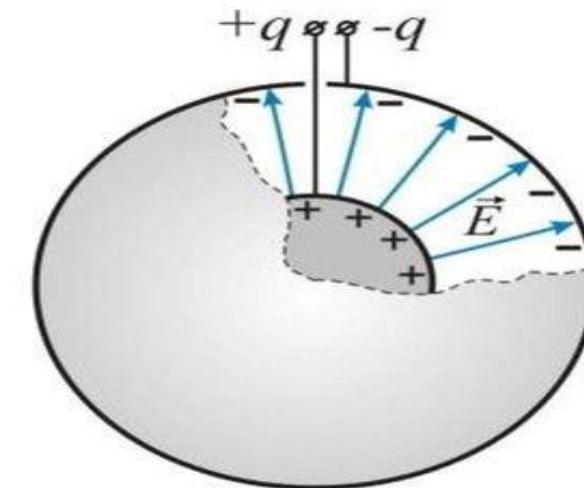
- формы и размеров обкладок,
- величины зазора между ними;
- диэлектрических свойств диэлектрика, между обкладками.



плоский



цилиндрический



сферический

Задача 1

Найти электроемкость С
уединенного металлического
шара радиусом $R=1$ см.

Решение задачи:

17.1

Дано

$$\begin{array}{l} R = 1 \text{ см} = 0,01 \text{ м} \\ \epsilon = 1 \end{array}$$

$$C = ?$$

Электропроводность магнитного экрана

$$\begin{aligned} C &= 4\pi \epsilon_0 \epsilon R = 4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot 0,01 \text{ м} = \\ &= 1,11 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 1,11 \text{ пФ} \end{aligned}$$

Ответ: $C = 1,11 \text{ пФ}$

Задача 2

Определить электроемкость С
металлической сферы
радиусом $R=2$ см, погруженной
в воду.

Решение задачи:

17.2

Дано

$$\begin{aligned} R &= 2 \text{ см} = 0,02 \text{ м} \\ \epsilon &= 81 \\ C &=? \end{aligned}$$

Электрическость циталлической сферы,
запруженной в воду

$$\begin{aligned} C &= 4\pi\epsilon_0\epsilon R = 4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{К}{А} \cdot 81 \cdot 0,02 \text{ м} = \\ &= 1,8 \cdot 10^{10} \text{ ф} = 1800 \text{ ф} \end{aligned}$$

Ответ: $C = 1800 \text{ ф}$

Задача 3

- Определить электроемкость C плоского слюдяного конденсатора, площадь S пластин которого равна 100 см^2 , а расстояние между ними равно $0,1 \text{ мм}$.

Решение задачи:

Дано

$$S = 100 \text{ см}^2 = 10^{-2} \text{ м}^2$$

$$d = 0,1 \text{ мм} = 10^{-4} \text{ м}$$

$$\epsilon = 7$$

$$C = ?$$

17.6



Электрическость плоского
конденсатора $C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} =$

$$= \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \frac{Ф}{м} \cdot 7 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2}{10^{-4} \text{ м}} =$$

$$\approx 6,2 \cdot 10^{-9} \Phi = 6,2 \text{ нФ}$$

Задача 4

- Конденсаторы соединены так, как это показано на рис. 17.1.
Электроемкости конденсаторов:
 $C_1=0,2 \text{ мкФ}$, $C_2=0,1 \text{ мкФ}$, $C_3=0,3 \text{ мкФ}$, $C_4=0,4 \text{ мкФ}$. Определить
электроемкость С батареи
конденсаторов.

Решение задачи:

Дано

$$C_1 = 0,2 \text{ мкФ}$$

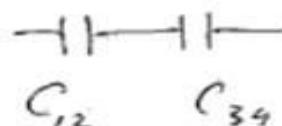
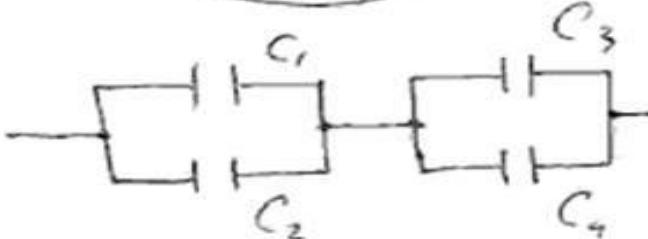
$$C_2 = 0,1 \text{ мкФ}$$

$$C_3 = 0,3 \text{ мкФ}$$

$$C_4 = 0,4 \text{ мкФ}$$

$$C = ?$$

17.20



эквивалентная схема последовательности

$$\text{чтобы } C_{12} = C_1 + C_2; C_{34} = C_3 + C_4.$$

$$\text{Поэтому } C = \frac{C_{12} \cdot C_{34}}{C_{12} + C_{34}} = \frac{(C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4} =$$

$$= \frac{(0,2 \text{ мкФ} + 0,1 \text{ мкФ})(0,3 \text{ мкФ} + 0,4 \text{ мкФ})}{0,2 \text{ мкФ} + 0,1 \text{ мкФ} + 0,3 \text{ мкФ} + 0,4 \text{ мкФ}} = 0,21 \text{ мкФ}$$

$$\text{Ответ: } C = 0,21 \text{ мкФ}$$

Задача 5

- Конденсаторы электроемкостями $C_1=10 \text{ нФ}$, $C_2=40 \text{ нФ}$, $C_3=2 \text{ нФ}$ и $C_4=30 \text{ нФ}$ соединены так, как это показано на рис. 17.3. Определить электроемкость C соединения конденсаторов.

Решение задачи:

Дано

$$C_1 = 10 \mu F$$

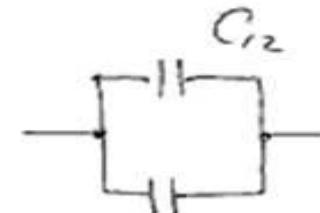
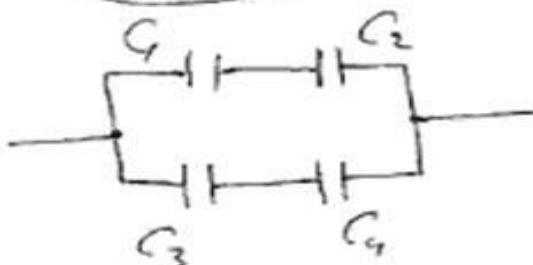
$$C_2 = 40 \mu F$$

$$C_3 = 2 \mu F$$

$$C_4 = 30 \mu F$$

$C = ?$

17. 22



Параллельное соединение конденсаторов

$$C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}; \quad C_{34} = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4}$$

равно $C = C_{12} + C_{34} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} =$

$$= \frac{10 \cdot 40}{50} + \frac{2 \cdot 30}{32} = 8 + 1,875 = 9,875 \mu F$$

Ответ: $C = 9,875 \mu F$

Задача 6

- Конденсаторы электроемкостями $C_1=2$ мкФ, $C_2=2$ мкФ, $C_3=3$ мкФ, $C_4=1$ мкФ соединены так, как указано на рис. 17.4. Разность потенциалов на обкладках четвертого конденсатора $U_4=100$ В. Найти заряды и разности потенциалов на обкладках каждого конденсатора, а также общий заряд и разность потенциалов батареи конденсаторов.

Решение задачи:

Дано

$$C_1 = 2 \mu\text{F}$$

$$C_2 = 2 \mu\text{F}$$

$$C_3 = 3 \mu\text{F}$$

$$C_4 = 4 \mu\text{F}$$

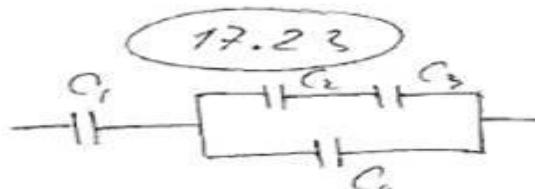
$$U_4 = 100\text{B}$$

$$U_1, U_2, U_3, U$$

$$Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$$

$$= \frac{2,2 \cdot 10^{-4} \text{Кл}}{2 \cdot 10^{-6} \text{Ф}} = 110\text{B.}$$

$$Q = Q_1 = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{Кл}$$



17.23

$$\text{Заряд } Q_4 = C_4 U_4 =$$

$$= 10^{-6} \cdot 100\text{B} = 10^{-5} \text{Кл}$$

$$Q_2 = C_2 U_2 = Q_3 = C_3 U_3$$

$$\Rightarrow U_3 = \frac{C_2 U_2}{C_3} = \frac{2 U_2}{3}$$

$$\text{но } U_2 + U_3 = U_4 \Rightarrow \left(\frac{2}{3} + 1\right) U_2 = U_4$$

$$\text{тогда } U_2 = \frac{3}{5} U_4 = 60\text{B.}$$

$$U_3 = U_4 - U_2 = 40\text{B}; \quad Q_2 = Q_3 = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 60\text{B} =$$

$$= 12 \cdot 10^{-6} \text{Кл.} \quad \text{тогда } Q_2 = Q_{234} = Q_2 + Q_3 =$$

$$= 2,2 \cdot 10^{-4} \text{Кл.} \quad \text{Поэтому } U_1 = \frac{Q_1}{C_1} =$$

$$= \frac{2,2 \cdot 10^{-4} \text{Кл}}{2 \cdot 10^{-6} \text{Ф}} = 110\text{B.}$$

$$U = U_1 + U_4 = 210\text{B.}$$

Ответ:

$$U_1 = 110\text{B}; \quad U_2 = 60\text{B}; \quad U_3 = 40\text{B}; \quad U = 210\text{B}$$

$$\underline{\underline{Q_1 = 220 \mu\text{Кл}; \quad Q_2 = 120 \mu\text{Кл}; \quad Q_3 = 120 \mu\text{Кл}; \quad Q_4 = 100 \mu\text{Кл}; \quad Q = 220 \mu\text{Кл}}}$$

В ответе неверно!
Доказывается $C_1 U_1 = Q_1$

$$Q = 220 \mu\text{Кл}$$

**ЭНЕРГИЯ
ЗАРЯЖЕННОГО
КОНДЕНСАТОРА**

Задача 7

- В импульсной фотовспышке лампа питается от конденсатора емкостью 800 мкФ, заряженного до напряжения 300 В. Найти энергию вспышки и среднюю мощность, если продолжительность разрядки 2,4 мс.

№ 766(759).

Дано:

$$C = 800 \text{ мкФ} = 8 \cdot 10^{-4} \Phi,$$

$$U = 300 \text{ В},$$

$$t = 2,4 \text{ мс} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

Решение.

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{8 \cdot 10^{-4} \Phi \cdot (300 \text{ В})^2}{2} = 36 \text{ Дж};$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{36 \text{ Дж}}{2,4 \cdot 10^{-3} \text{ с}} = 15 \cdot 10^3 \text{ Вт} = 15 \text{ кВт.}$$

Найти W, P .

Ответ: $W = 36 \text{ Дж}, P = 15 \text{ кВт.}$

Задача 8:

- Во сколько раз изменится энергия конденсатора при увеличении напряжения на нем в 4 раза?

№ 767(760).

Дано:

$$\frac{U_2}{U_1} = 4.$$

Решение.

$$W_1 = \frac{CU_1^2}{2}; W_2 = \frac{CU_2^2}{2}; \frac{W_2}{W_1} = \frac{U_2^2}{U_1^2} = \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 = 4^2 = 16.$$

Найти $\frac{W_2}{W_1}$.

Ответ: энергия увеличится в 16 раз.

Задача 9:

- Конденсатору емкостью 10 мкФ сообщили заряд 4 мкКл. Какова энергия заряженного конденсатора?

№ 769(762).

Дано:

$$C = 10 \text{ мкФ} = 10^{-5} \Phi,$$

$$q = 4 \text{ мкКл} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ Кл.}$$

Решение.

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{(4 \cdot 10^{-6} \text{ Кл})^2}{2 \cdot 10^{-5} \Phi} = 8 \cdot 10^{-7} \text{ Дж} = 800 \text{ нДж.}$$

Найти W .

Ответ: $W = 800 \text{ нДж.}$

Примеры решения задач

Соединение конденсаторов

Алгоритм решения задач

- 1) Делаем рисунок.
- 2) Определяем последовательно и параллельно соединенные конденсаторы. Напоминаем, что признаком последовательного соединения является равенство заряда, а параллельного одинаковая разность потенциалов.
- 3) Если соединения неочевидны, то находим точки схемы, потенциалы которых равны.
- 4) Соединяем эти точки или не учитываем наличие конденсатора, присоединенного к этим точкам, т.к. он не накапливает электрический заряд.
- 5) Рисуем эквивалентную схему, которую используем для расчета $C_{экв}$.

Задача 1. Четыре конденсатора с электрическими емкостями $C_1 = 1 \text{ мкФ}$, $C_2 = 1 \text{ мкФ}$, $C_3 = 3 \text{ мкФ}$, $C_4 = 2 \text{ мкФ}$ соединены, как показано на рисунке. К точкам A и B подводится напряжение $U = 140 \text{ В}$. Найдите заряд и напряжение на каждом из конденсаторов.

Решение.

$$C_{2,3} = C_2 + C_3$$

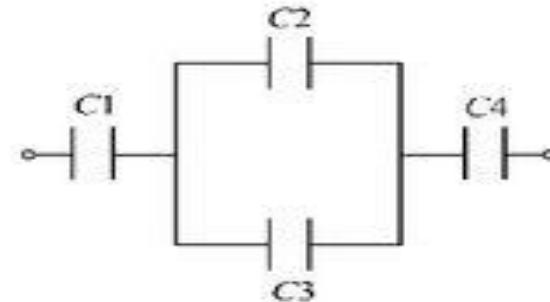
$$\frac{1}{C_{\text{экв}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{2,3}} + \frac{1}{C_4}$$

$$q_1 = q_{2,3} = q_4 = C_{\text{экв}} U$$

$$\frac{1}{C_{\text{экв}}} = \frac{1}{1 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{(1+3) \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{2 \cdot 10^{-6}} \frac{1}{\Phi} = \frac{7}{4 \cdot 10^{-6}} \frac{1}{\Phi}$$

$$C_{\text{экв}} = (4/7) \cdot 10^{-6} \Phi$$

$$q_1 = q_{2,3} = q K \pi (4/5) \cdot 10^6 \cdot 140 = 8 \cdot 10^{-5}$$



$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{8 \cdot 10^{-5}}{1 \cdot 10^{-6}} \text{ В} = 80 \text{ В}$$

$$q_4 = 8 \cdot 10 \text{ Кл}, \quad U_4 = \frac{q_4}{C_4} = \frac{8 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-6}} \text{ В} = 40 \text{ В}$$

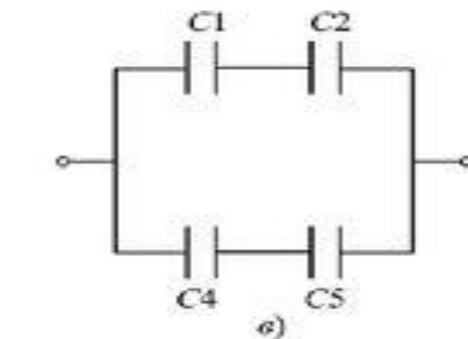
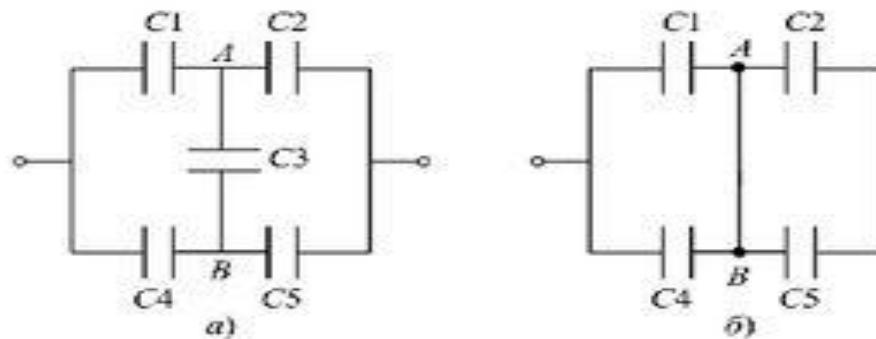
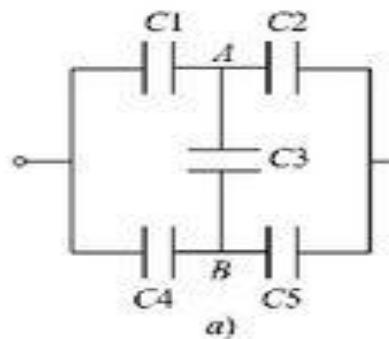
$$U_2 = U_3 = \frac{q_{2,3}}{C_{2,3}} = \frac{8 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 10^{-6}} \text{ В} = 20 \text{ В}$$

$$q_2 = C_2 U_2 = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \text{ Кл} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}$$

$$q_3 = C_3 U_3 = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \text{ Кл} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}$$

Задача 2. Определите эквивалентную электрическую емкость в цепи, изображенной на рисунке. Электроемкости всех конденсаторов одинаковы и равны C .

Решение.



$$\frac{1}{C_{\text{экв}}} = \frac{1}{2C_1} + \frac{1}{2C_2}$$

$$C_{\text{экв}} = \frac{2C_1C_2}{C_1 + C_2} = C$$

$$C_{\text{экв}}^{\text{a)}} = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C}{2}$$

$$C_{\text{экв}} = 2C_{\text{экв}}^{\text{a)}} = \frac{2C_1C_2}{C_1 + C_2}$$

Задача 3. Определите электроемкость системы конденсаторов, изображенной на рисунке, если разность потенциалов подводится к точкам а) A, D; б) B, D.

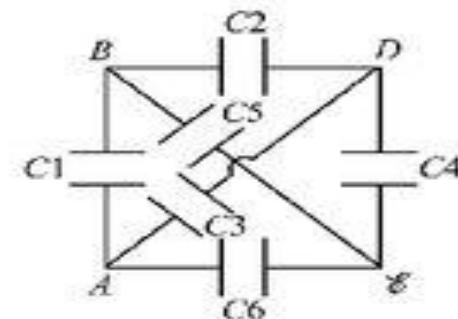
Решение.

а) $\phi_B = \phi_E$

$$C_{\text{экв1}} = \frac{C}{2} + \frac{C}{2} + C = 2C$$

б) $\phi_A = \phi_E$

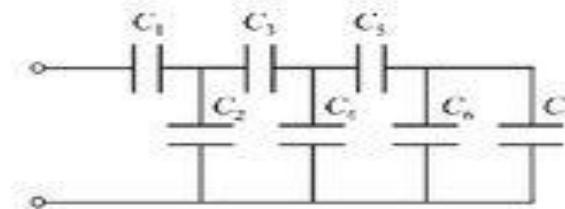
$$C_{\text{экв2}} = 2C$$



Задача 4. Определите емкость системы, изображенной на рисунке, если $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = C_6 = C_7 = C$.

Решение.

$$C_{6,7} = 2C$$



$$\frac{1}{C_{5,6,7}} = \frac{1}{C_{6,7}} + \frac{1}{CC} = \frac{1}{2C} + \frac{1}{C} = \frac{3}{2} \quad C_{5,6,7} = \frac{2}{3}C$$

$$C_4 - C_7 :$$

$$C_{4,5,6,7} = 2 \frac{C}{3} + C = \frac{5}{3}C$$

$$C_{\text{зкн}} = (13/21)C$$

Задача 5. Конденсатор электроемкостью $C_1 = 1 \text{ мкФ}$, заряженный до разности потенциалов $U_1 = 100 \text{ В}$ и отключенный от источника, соединили параллельно с конденсатором электроемкостью $C_2 = 3 \text{ мкФ}$, заряженным до разности потенциалов $U_2 = 60 \text{ В}$. Определите заряд каждого из конденсаторов и разность потенциалов между обкладками после их соединения, если

- 1) соединяются обкладки, имеющие одноименные заряды;
- 2) соединяются обкладки, имеющие разноименные заряды.

Решение.

$$1) C_{\text{экв}} = C_1 + C_2, \quad q = q_1 + q_2 = C_1 U_1 + C_2 U_2$$

$$U_0 = \frac{q}{C_{\text{экв}}} = \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_{\text{экв}}} = 70 \text{ В}$$

$$q_1 = C_1 U_0 = 7 \cdot 10^{-10} \text{ Кл} \quad q_2 = C_2 U_0 = 21 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$$

$$q = |q_1 - q_2| = |C_1 U_1 - C_2 U_2|$$

$$U_0 = \frac{|C_1 U_1 - C_2 U_2|}{C_1 + C_2} = 2\text{В}$$

$$q_1 = U_1 - U_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ В}$$

$$q_2 = C_2 U_0 = 6 \cdot 10^5 \text{ В}$$

Задача 6. Энергия плоского воздушного конденсатора $W_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Дж. Определите энергию конденсатора после заполнения его диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2$, если:

- 1) конденсатор отключен от источника питания;
- 2) конденсатор подключен к источнику питания.

Решение.

$$1) W_2 = \frac{q_0^2}{2C_2}$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \epsilon C_1 \quad C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

$$W_2 = \frac{q_0^2}{2\epsilon C_1} = \frac{W}{\epsilon} = 10 \text{Дж}$$

$$2) W_2 = \frac{C_2 U_0^2}{2} \quad C_2 = \epsilon C_1$$

$$W_2 = \frac{\epsilon C_1 U_0^2}{2} = \epsilon W_1 = 4 \cdot 10 \text{Дж}$$

Задача 7. Пластины плоского конденсатора подключены к источнику $U = 2$ В. Определите изменение емкости и энергии электрического поля конденсатора, если конденсатор наполовину заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2$. Расстояние между пластинами $d = 1$ см, площадь пластин $S = 50$ см².

Решение.

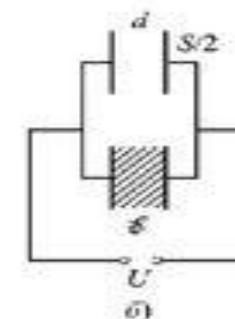
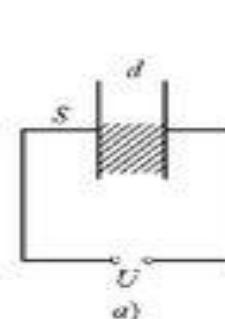
$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{\epsilon_0 S}{2d} \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{2d}$$

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{2d} (\epsilon + 1)$$

$$\Delta C = C - C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{2d} (\epsilon + 1) - \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{\epsilon_0 S}{2d} (\epsilon - 1) = 2,21 \cdot 10^{-12} \Phi^2$$

$$\Delta W = \frac{CU^2}{2} - \frac{C_0 U^2}{2} = \frac{\Delta C U^2}{2}$$

$$\Delta W = \frac{\epsilon_0 S}{2d} \frac{(\epsilon - 1)^2 U^2}{2} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}$$



Задача 8. В плоский воздушный конденсатор вставляется металлическая пластина толщиной d_0 . Заряд на обкладках конденсатора q . Конденсатор отключен от источника. Расстояние между пластинами d , площадь пластин S . Определите изменение электроемкости конденсатора и энергии его электрического поля, если конденсатор не подключен к источнику.

Решение.

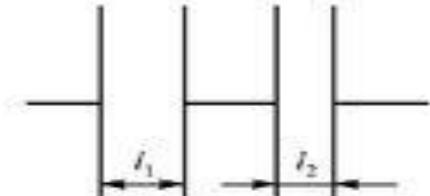
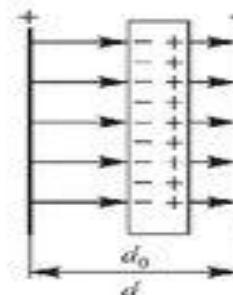
$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{l_1}, C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{l_2}$$

$$\frac{1}{CC_{\text{экв}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{l_1}{\epsilon_0 S} + \frac{l_2}{\epsilon_0 S} = \frac{l_1 + l_2}{\epsilon_0 S}$$

$$l_1 + l_2 = d - d_0, C_{\text{экв}} = \frac{\epsilon_0 S}{d - d_0}$$

$$\Delta C = C_{\text{экв}} - C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d - d_0} - \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{\epsilon_0 S d_0}{(d - d_0) d} > 0$$

$$\Delta W = \frac{q^2}{2C_{\text{экв}}} - \frac{q^2}{2C_0} = \frac{q^2}{2} \left[\frac{1}{\epsilon_0 S} - \frac{1}{\epsilon_0 S} \right] = \frac{-q^2 d_0}{2\epsilon_0 S} < 0$$



Задача 9. Определите изменение заряда проводящей сферы радиуса 10 см, первоначально заряженной до потенциала 104 В, если с течением времени она частично потеряла заряд и ее энергия уменьшилась на $1,5 \cdot 10^{-4}$ Дж.

Решение.

$$W_s = \frac{C\phi^2}{2} \quad r = 4 \text{ см}$$

$$\Delta W_s = W_{s2} - W_{s1} = \frac{C}{2} (\phi_2^2 - \phi_1^2)$$

$$\phi_2 = \sqrt{\frac{2\Delta W_s}{C} + \phi_1^2} = \sqrt{\frac{\Delta W_s}{2 \cdot 10^{-9} \text{ кН} \cdot \text{м}} + \phi_1^2}$$

$$\Delta q = C(\phi_2 - \phi_1) = 4\pi\epsilon_0 r \cdot \left[\sqrt{\frac{\Delta W_s}{2 \cdot 10^{-9} \text{ кН} \cdot \text{м}}} - \phi_1 \right] = 1,67 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

Решение задач

- Три конденсатора одинаковой емкости соединены параллельно друг другу в батарею. Рассчитать емкость батареи конденсаторов, если известно, что при подключении ее к полюсам аккумулятора напряжением 12 В заряд на обкладках каждого конденсатора 6×10^{-9} Кл.

Решение задач

- Найти электроемкость системы конденсаторов, соединенных по схеме, показанной на рисунке $C_1 = C_2 = C_4 = C_5$.

