

Решение систем уравнений

Решение систем уравнений
векторных функций

Решите уравнение $x^3 - 3x^2 - 8x + 24 = 0$

Решение

1) Разложите на множители

$$(x - 3)(x^2 - 8) = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

или

$$x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \pm\sqrt{8}$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$

Ответ: $\pm 2\sqrt{2}; 3$

Решите уравнение $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

Ответ: $\pm 1; -2$

Решите уравнение $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

Решение

Пусть $x^2 = t, t \geq 0$

$$t^2 + 3t - 4 = 0$$

$t_1 = -4$ (не удовлетворяет условию $t \geq 0$)

$$t_2 = 1$$

Перейдем к переменной x

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

Ответ: ± 1

Решите уравнение $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Ответ: $\pm 1; \pm 2$

Решите уравнение $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$

Так как степень нечетная, то ограничения на t не накладываються.

Ответ: $-1; 2$

Решите уравнение $x^3 = x^2 - 7x + 7$

Ответ: 1

Решите уравнение $-3x^2 - 14x - 7 = (x - 1)^2$

Ответ: $-2; -1$

Решите уравнение $-4x^2 - 7x + 12 = (x - 2)^2$

Ответ: $-1, 6; 1$

Решите уравнение $(x^2 - 25)^2 + (x^2 + 3x - 10)^2 = 0$

Решение

Сумма равна нулю, если $\begin{cases} x^2 - 25 = 0, \\ x^2 + 3x - 10 = 0 \end{cases}$

Так как $(x^2 - 25)^2 \geq 0$ и $(x^2 + 3x - 10)^2 \geq 0$,

значит $x = +5$ сумма равна 0, если $x_1 = -5; x_2 = 2$ оба слагаемых равны 0.

Находим одинаковый корень, он и будет корнем уравнения

Ответ: -5

Решите уравнение $(x^2 - 4)^2 + (x^2 - 3x - 10)^2 = 0$

Ответ: -2

Решите уравнение $(x - 2)^2(x - 3) = 12(x - 2)$

Решение

$$(x - 2)^2(x - 3) - 12(x - 2) = 0$$

$$(x - 2)((x - 2)(x - 3) - 12) = 0$$

$$(x - 2)(x^2 - 5x + 6 - 12) = 0$$

$$(x - 2)(x^2 - 5x - 6) = 0$$

Ответ: $-1; 2; 6$

Решите уравнение $(x - 5)^2(x + 1) = 7(x - 5)$

Ответ: $-5; -2; 6$

Решите уравнение $x^3 + 4x^2 = 9x + 36$

Ответ: $\pm 3; -4$

Решите уравнение $(x + 8)^3 = 64(x + 8)$

Ответ: $-16; -8; 0$

Решите уравнение $(x + 2)^4 - 4(x + 2)^2 - 5 = 0$

Обозначьте $(x + 2)^2 = t, t \geq 0$.

Ответ: $-2 - \sqrt{5}; -2 + \sqrt{5}$

Решите уравнение $x^2 - 2x + \sqrt{3 - x} = \sqrt{3 - x} + 8$

Решение

Обязательно ОДЗ, так как корень четной степени!!!

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 4 \notin \text{ОДЗ}$$

Ответ: -2

Решите уравнение $x^2 - 2x + \sqrt{2 - x} = \sqrt{2 - x} + 3$

Ответ: -1

Решите уравнение $(2x - 3)^2 = (1 - 2x)^2$

Ответ: 1

Решите уравнение

$$(x - 3)(x - 4)(x - 5) = (x - 2)(x - 4)(x - 5)$$

Перенести в одну сторону и вынести общий множитель за скобку.

$$-1(x - 4)(x - 5) = 0$$

$$(x - 4)(x - 5) = 0 \quad x_1 = 4; \quad x_2 = 5$$

Ответ: 4; 5

Решите уравнение $x(x^2 + 2x + 1) = 6(x + 1)$

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

Ответ: -3; -1; 2

Решите уравнение $(x - 1)(x^2 + 8x + 16) = 6(x + 4)$

Ответ: -5; -4; 2