

**Алгебраические
действия над
КОМПЛЕКСНЫМИ
числами**

**"Комплексное число –
это тонкое и
поразительное средство
божественного духа,
почти амфибия между
бытием и небытием".**

Г. Лейбниц

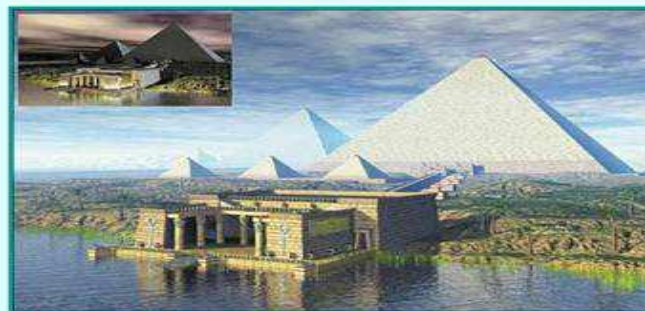
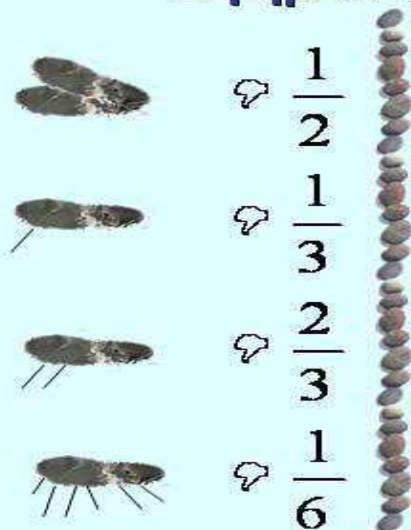


- Лейбниц Готфрид Вильгельм (1.7.1646 – 14.11.1716) – немецкий математик, физик и философ.



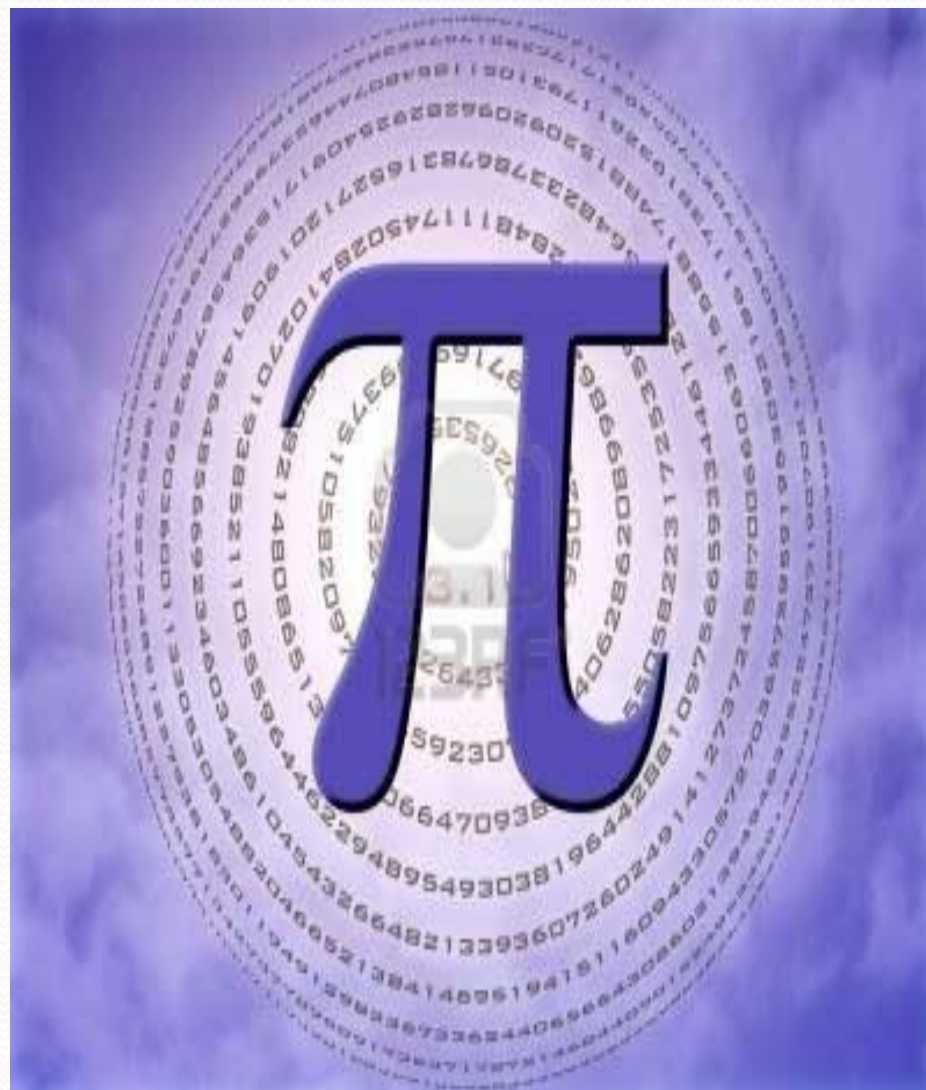
**Многовековая история развития представления
человека о числах –
одна и самых ярких сторон развития человеческой
культуры.**

Изображение дробей в Древнем Египте



Дроби появились очень рано – уже у египтян и вавилонян – в связи с переходом к более мелким единицам измерения. Их связь с делением натуральных чисел понималась более смутно и вторично.

Греки осознавали
числа через
процесс
геометрического
измерения:
именно так они
себе уяснили
существование
иррациональных
чисел.



Отрицательные числа появились в 5-6 веках в индийской и арабской математике.

Отрицательные числа рассматривали как «воображаемые», ненастоящие числа.

Чуть позднее отрицательные числа стали использоваться в **Индии** для обозначения долгов или признавались как промежуточный этап, полезный для вычисления окончательного, положительного результата.



История возникновения комплексных чисел



Первое упоминание в истории комплексных чисел, можно отнести к 50 веку до нашей эры. Тогда студент **Герон** из Александрии, пытаясь вычислить объём пирамиды, столкнулся с тем, что должен был вычислить квадратный корень из разности $81-144$.

История возникновения комплексных чисел

«Звездный час»
комплексных чисел
настал в **1545** году ,
когда итальянский
математик
Джироламо
Кордано
предложил создать
новый вид чисел



Girolamo Cardano
(1501-1576)

История возникновения комплексных чисел

**в 1572
году**



*итальянский учёный
Бомбелли
выпустил книгу, в которой были
установлены первые правила
арифметических операций над
комплексными числами,
вплоть до извлечения из них
кубических корней.*

История возникновения комплексных чисел



Термин
«комплексные числа» был
введен
Гауссом в 1831
году.

Комплексные числа

Определение 1. Числа вида $a + bi$,

где a и b – действительные числа,
 i – мнимая единица,

называются **КОМПЛЕКСНЫМИ**.

a – действительная часть комплексного числа,

bi – мнимая часть комплексного числа,

b – коэффициентом при мнимой части.

Действия над комплексными числами в алгебраической форме

Сложение, вычитание, умножение комплексных чисел в алгебраической форме производят по правилам соответствующих действий над многочленами.

Сложение

$$(a+bi) + (c+di) = (a+c) + (b+d)i$$

Вычитание

$$(a+bi) - (c+di) = (a-c) + (b-d)i$$

Умножение

$$(a+bi)(c+di) =$$

$$= ac + adi + bci + bdi^2 =$$

$$= (ac-bd) + (ad+bc)i$$

Действия над комплексными числами в алгебраической форме

Сложение, вычитание, умножение комплексных чисел в алгебраической форме производят по правилам соответствующих действий над многочленами.

Пример. Даны комплексные числа $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 5 - 7i$. Найти:

а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$.

Решение.

а) $z_1 + z_2 = (2 + 3i) + (5 - 7i) = 2 + 3i + 5 - 7i = (2 + 5) + (3i - 7i) = 7 - 4i$;

б) $z_1 - z_2 = (2 + 3i) - (5 - 7i) = 2 + 3i - 5 + 7i = (2 - 5) + (3i + 7i) = -3 + 10i$;

в) $z_1 z_2 = (2 + 3i)(5 - 7i) = 10 - 14i + 15i - 21i^2 = 10 - 14i + 15i + 21 = (10 + 21) + (-14i + 15i) = 31 + i$
(здесь учтено, что $i^2 = -1$).

При выполнении умножения можно использовать формулу:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2,$$

Пример. Выполнить действия:

а) $(2 + 3i)^2$; б) $(3 - 5i)^2$.

Решение.

$$\begin{aligned} \text{а) } (2 + 3i)^2 &= 4 + 2 \cdot 2 \cdot 3i + 9i^2 = 4 + 12i - 9 = \\ &= -5 + 12i; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } (3 - 5i)^2 &= 9 - 2 \cdot 3 \cdot 5i + 25i^2 = 9 - 30i - 25 = \\ &= -16 - 30i; \end{aligned}$$

так как $i^2 = -1$.

Рассмотрим применение формулы:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad (*)$$

Пример. Выполнить действия:

a) $(5 + 3i)(5 - 3i)$;

b) $(1 + i)(1 - i)$.

Решение.

a) $(5 + 3i)(5 - 3i) = 5^2 - (3i)^2 = 25 - 9i^2 = 25 + 9 = 34$;

b) $(1 + i)(1 - i) = 1^2 - i^2 = 1 + 1 = 2$.

Два комплексных числа называются сопряженными, если они отличаются друг от друга только знаками перед мнимой частью.

Чтобы выполнить деление, произведем дополнительное действие: умножим делимое и делитель на комплексное число, сопряженное делителю.

Пример. Выполнить деление:

$$\frac{2 + 3i}{5 - 7i}$$

Решение. Произведем умножение для делимого и делителя в отдельности:

$$(2 + 3i)(5 + 7i) = 10 + 14i + 15i + 21i^2 = -11 + 29i;$$

$$(5 - 7i)(5 + 7i) = 25 - 49i^2 = 25 + 49 = 74.$$

Итак,

$$\frac{2 + 3i}{5 - 7i} = \frac{-11 + 29i}{74}$$

Домашнее задание

Выполнить алгебраические действия над комплексными числами:

1) $(3+5i) + (7 - 3i)$

2) $(5 - 4i) - (8 + 2i)$

3) $(6 + 8i)(2 - 3i)$

4) $(2 - 3i)^2$

5)
$$\frac{5 + 9i}{3 - 4i}$$

«Мы приходим к выводу, что не существует никаких абсурдных, иррациональных, неправильных, необъяснимых или глухих чисел, но что среди чисел существует такое совершенство и согласие, что нам надо размышлять дни и ночи над их удивительной законченностью».

Симон Стевин



Симон Стевин (1548-1620) – нидерландский математик и инженер. Преподавал в Лейденском университете, служил инженером в армии принца Оранского. Как инженер Стевин сделал значительный вклад в механику. Важнейшие из его работ в области математики: «Десятина» (1585 г.) и «Математические комментарии», в 5-ти томах (1605-1608 гг.)



**Комплексные
числа имеют
прикладное значение
во многих областях
науки, являются
основным аппаратом
для расчетов
в электротехнике и
связи.**

