

МАТРИЦЫ

Пусть задан произвольный n -мерный массив

$$B(i_1 : k_1, i_2 : k_2, \dots, i_n : k_n)$$

Адрес произвольного элемента:

$$B(j_1, j_2, \dots, j_n)$$

$$ADDR(B(j_1, j_2, \dots, j_n)) = ADDR(B(i_1, i_2, \dots, i_n)) -$$

$$-l * \sum_{m=1}^n i_m D_m + l * \sum_{m=1}^n j_m D_m$$

Величина D_m :

- при отображении строками :

$$D_m = (k_{m+1} - i_{m+1} + 1) * D_{m+1}, \quad m = n - 1, \dots, 1 \quad D_n = 1,$$

- при отображении столбцами :

$$D_m = (k_{m-1} - i_{m-1} + 1) * D_{m-1}, \quad m = 2, \dots, n \quad D_1 = 1.$$

Пример

A	MATR
ADDR(MATR(2,4,1))	
ADDR(MATR(2,4,1))-102	
3	
2	3
4	6
1	5
30	
10	
2	
INTEG	2

MATR(2:3,4:6,1:5)

$$l * (i_1 D_1 + i_2 D_2 + i_3 D_3)$$

$$l_1 D_1, l_2 D_2 \text{ и } i_3 D_3$$

MATR(2:3,4:6,1:5)

$$D_m = (k_{m+1} - i_{m+1} + 1) * D_{m+1}, \quad m = n - 1, \dots, 1 \quad D_n = 1$$

$$D_3 = 1$$

$$D_2 = (5 - 1 + 1) * 1 = 5$$

$$D_1 = (6 - 4 + 1) * 5 = 15$$

$$l * (i_1 D_1 + i_2 D_2 + i_3 D_3) = 102.$$

$$2 * (2 * 15 + 4 * 5 + 1 * 1)$$

Пусть начальный адрес массива MATR=1000.

Тогда его элемент с индексами 2, 5, 4 будет располагаться по адресу :

$$\text{ADDR}(\text{MATR}(2,5,4))=\text{ADDR}(\text{MATR}(2,4,1))-$$

$$102+30*2+10*5+2*4=1000-102+118=1016.$$

Разреженный строчный формат

$$A = \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccccccccc} 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{matrix}.$$

позиция = 1 2 3 4 5
JA = 3 4 8 6 8
AN = 1 3 5 7 1

п о з и ц и я = 1 2 3 4 5
JA = 8 3 4 8 6
AN = 5 1 3 1 7

Сложение разреженных векторов с использованием расширенного вещественного накопителя

$$JA = 10 \quad 3 \quad 7 \quad 4$$

$$JB = 5 \quad 4 \quad 10$$

$$AN = 0,2 \quad 0,3 \quad 0,4 \quad -0,7$$

$$BN = 0,6 \quad 0,7 \quad 0,5$$

$$JC = 10 \quad 3 \quad 7 \quad 4 \quad 5$$

позиция: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12...

значение X: x x 0 0 0 x 0 x x 0 x x...

позиция: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12..

значение X: x x 0,3 -0,7 0 x 0,4 x x 0,2 x x...

Сложение разреженных векторов с использованием расширенного вещественного накопителя

позиция:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
значение X:	x	x	0,3	0	0,6	x	0,4	x	x	0,7	x

$JC = 10 \quad 3 \quad 7 \quad 4 \quad 5$

$CN = 0,7 \quad 0,3 \quad 0,4 \quad 0 \quad 0,6$

Сложение разреженных векторов с использованием расширенного целого массива указателей

$JC = 10\ 3\ 7\ 4\ 5$

$CN = 0\ 0\ 0\ 0\ 0$

позиция: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11...
значение IP : 0 0 2 4 5 0 3 0 0 1 0...

Скалярное умножение двух разреженных векторов с использованием массива указателей

позиция: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11...
значение IP : 0 0 2 4 0 0 3 0 0 1 0...

Диагональная схема хранения ленточных матриц

$a_{ij} = 0$, если $|i-j| > \beta$, и $a_{k,k-\beta} \neq 0$, либо $a_{k,k+\beta} \neq 0$

- Здесь β - *полуширина*, а $2\beta+1$ – *ширина ленты*.
- **Лентой** матрицы A называется множество элементов, для которых $|i-j| \leq \beta$.
- Верхняя полулента состоит из элементов, находящихся в верхней части ленты, т.е. таких, что $0 < i-j \leq \beta$;
- Массив имеет размеры $n^*(\beta+1)$.

Диагональная схема хранения ленточных матриц

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 4 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 5 & 11 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 0 & 7 \end{bmatrix} \end{matrix};$$

$$AN[I, J] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 8 & 3 \\ 9 & 0 & 4 \\ 0 & 10 & 5 \\ 0 & 11 & 6 \\ 12 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

Профильная схема хранения симметричных матриц

- Для каждой строки i симметричной матрицы A положим

$$\beta_i = i - j_{\min}(i)$$

Схема Дженнинга

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 4 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 5 & 11 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 0 & 7 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Профильная схема хранения симметричных матриц

- **Оболочка** матрицы A – это множество элементов a_{ij} , для которых

$$0 < i - j \leq \beta_i$$

- В строке i оболочке принадлежат все элементы со столбцовыми индексами от $j_{\min}(i)$ до $i-1$, всего β_i элементов.
- Диагональные элементы не входят в оболочку. **Профиль** матрицы A определяется как число элементов в оболочке:

$$profile(A) = \sum_i \beta_i$$

Профильная схема хранения симметричных матриц

Позиция = 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

AN = 1 2 8 3 9 0 4 10 5 11 6 12 0 7

IA = 1 2 4 7 9 11 14

$$A = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 4 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 5 & 11 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

Связанные схемы разреженного хранения

											1	2	3	4	5	6	7	
										AN	=	6	9	4	7	5	2	8
										I	=	1	2	2	2	3	4	4
										J	=	2	1	2	4	1	2	4
A	=									NR	=	0	3	4	0	0	7	0
										NC	=	3	5	6	7	0	0	0
										JR	=	1	2	5	6			
										JC	=	2	1	0	4			

a) Матрица A

b) Схема Кнута

Связанные схемы разреженного хранения

				1	2	3	4
		1	$\left[\begin{array}{cccc} 0 & 6 & 0 & 0 \\ 9 & 4 & 0 & 7 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 8 \end{array} \right]$				
A	=	2					
		3					
		4					

a) Матрица A

		1	2	3	4	5	6	7
AN	=	6	9	4	7	5	2	8
NR	=	1	3	4	2	5	7	6
NC	=	3	5	6	7	2	1	4
JR	=	1	2	5	6			
JC	=	2	1	0	4			

b) Кольцевая KPM-схема

Связанные схемы разреженного хранения

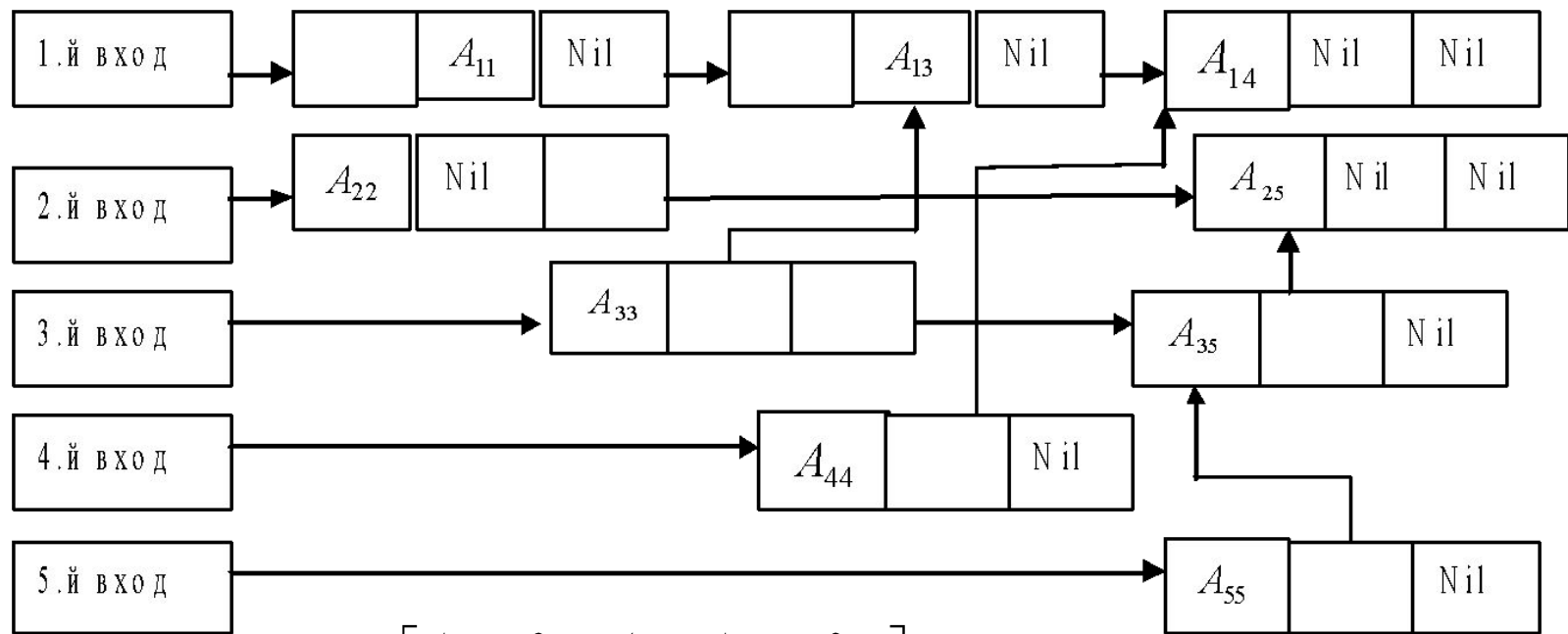
				1	2	3	4
		1	$\left[\begin{array}{cccc} 0 & 6 & 0 & 0 \\ 9 & 4 & 0 & 7 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 8 \end{array} \right]$				
A	=	2					
		3					
		4					
a) Матрица A							

		1	2	3	4	5	6	7
AN	=	6	9	4	7	5	2	8
NR	=	-1	3	4	-2	-3	7	-4
NC	=	3	5	6	7	-1	-2	-4
JR	=	1	2	5	6			
JC	=	2	1	0	4			
b) Модифицированная KPM-схема								

Схема Ларкума для хранения симметричных матриц с ненулевыми диаг. элементами

$$\begin{bmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} & A_{14} & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & 0 & A_{25} \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 & A_{35} \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} \end{bmatrix}$$

Схема Ларкума для хранения симметричных матриц с ненулевыми диаг. элементами



$$\begin{bmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} & A_{14} & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & 0 & A_{25} \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 & A_{35} \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} \end{bmatrix}$$

ДАННЫЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ

- *Списком называется линейно-упорядоченная последовательность элементов данных $E(1), E(2), \dots, E(n)$*
- **последовательный** список - последовательное расположение элементов списка
- **динамически связанный список** - упорядоченность элементов задается с помощью специальных указателей
- **Стек** (список *LIFO* — *Last In First Out*)

Логическая структура стека

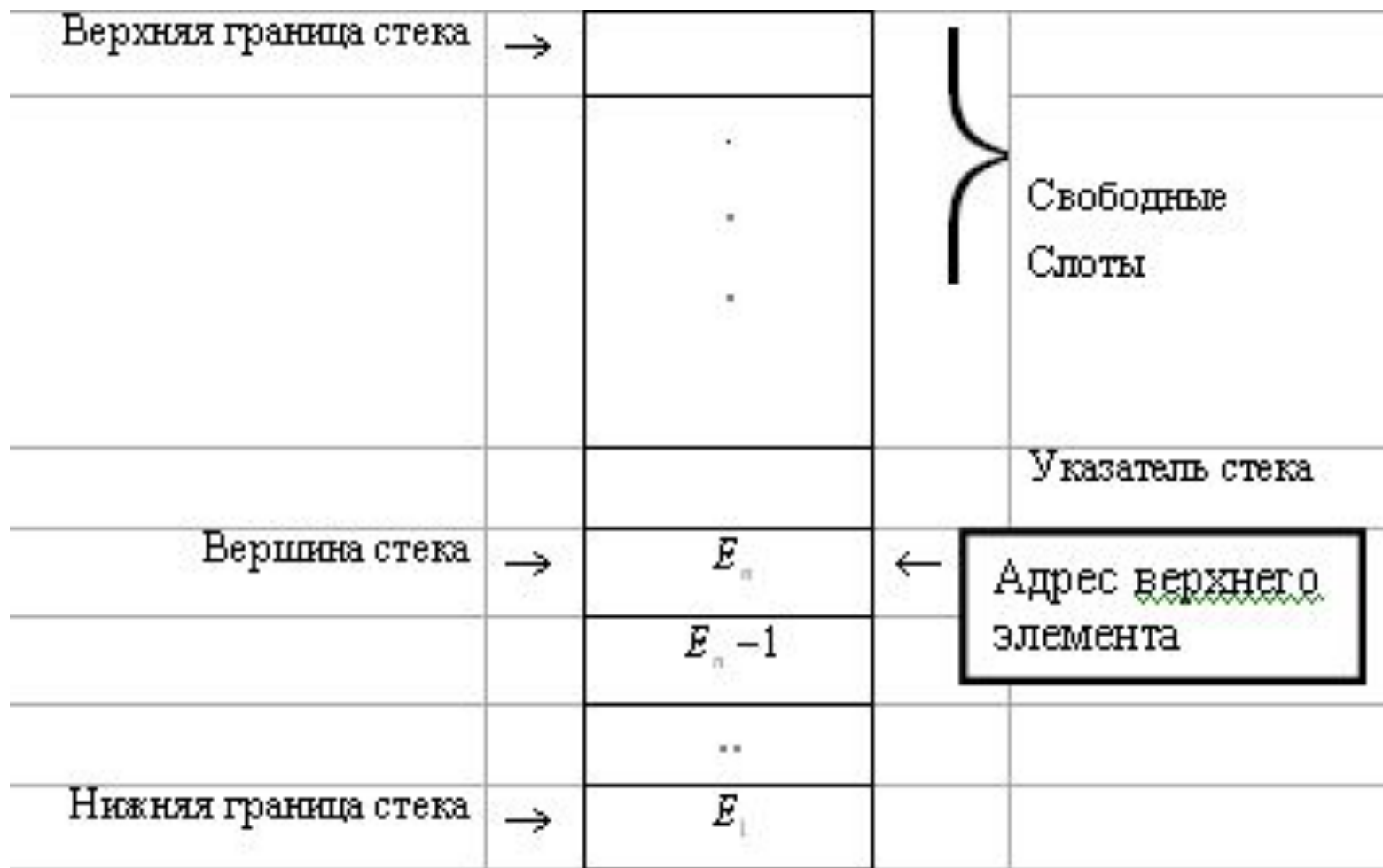


Схема физической структуры стека

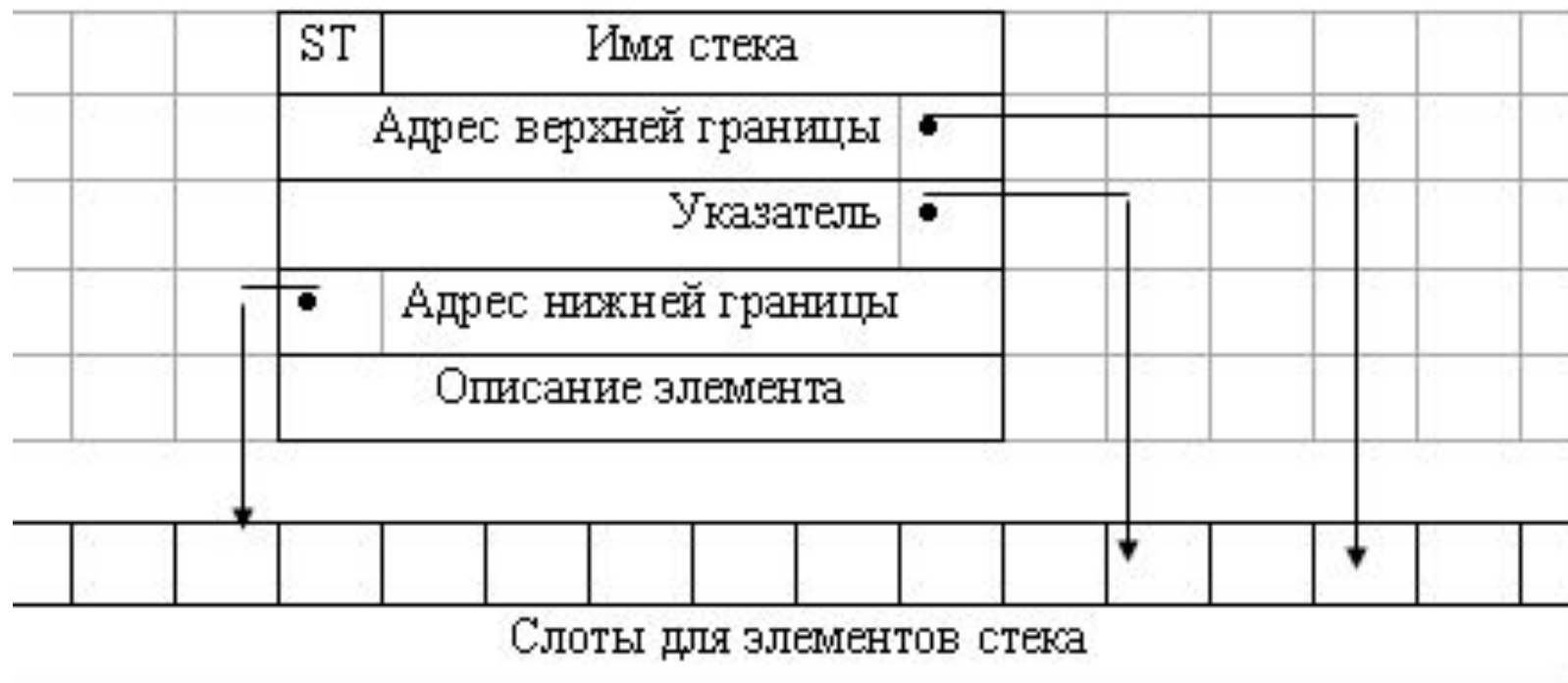


Схема простейшей и кольцевой очереди

FIFO—First In First Out

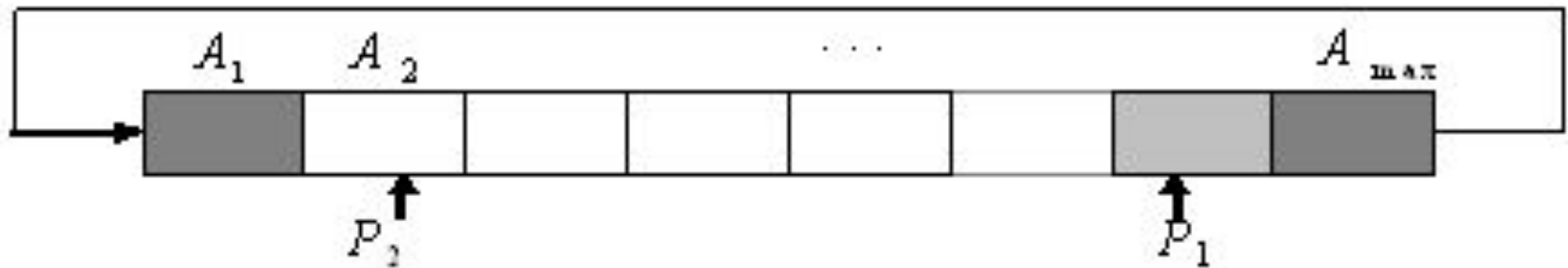
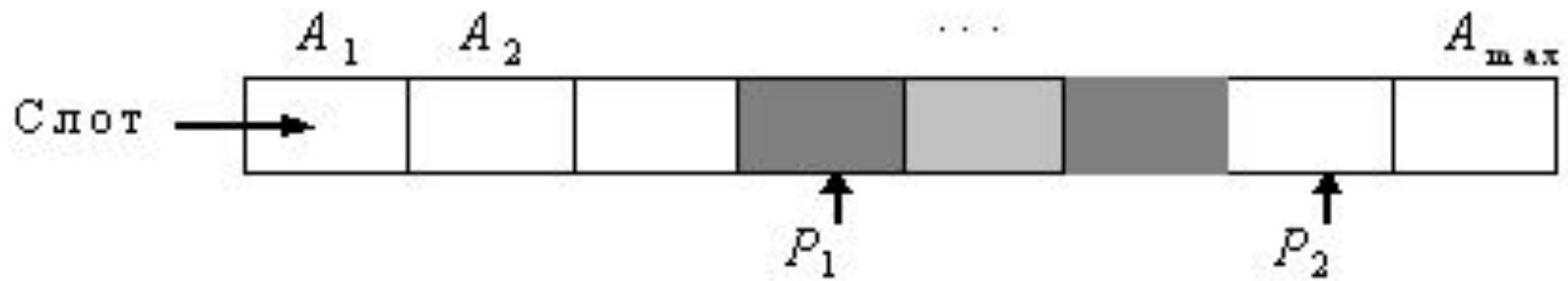


Схема физической структуры очереди

