МАТРИЦЫ

Пусть задан произвольный *n*-мерный массив

$$B\left(i_1 : k_1, i_2 : k_2, \ldots, i_n : k_n\right)$$

Адрес произвольного элемента:

$$B\left(j_1, j_2, \ldots, j_n\right)$$

$$ADDR\left(B\left(j_1,\ j_2,\ \ldots,\ j_n\right)\right) = ADDR\left(B\left(i_1,\ i_2,\ \ldots, i_n\right)\right) -$$

$$-l * \sum_{m=1}^{n} i_m D_m + l * \sum_{m=1}^{n} j_m D_m$$

Величина Dm:

- при отображении строками :

$$D_m = \left(k_{m+1} - i_{m+1} + 1\right) * D_{m+1}, \qquad m = n-1,\ldots,1 \quad D_n = 1,$$

- при отображении столбцами :

$$D_m = \left(k_{m-1} - i_{m-1} + 1\right) * D_{m-1}, \qquad m = 2,\ldots,n \quad D_1 = 1.$$

Пример

A	MATR
ADDR(MATR(2,4,1))	
ADDR(MATR(2,4,1))-102	
3	
2	3
4	6
1	5
30	
10	
2	
INTEG	2

MATR(2:3,4:6,1:5)

$$l*\left(i_1D_1+i_2D_2+i_3D_3\right)$$

$$l_1D_1,\quad l_2D_2\quad \text{и}\quad i_3D_3$$

MATR(2:3,4:6,1:5)

$$D_m = (k_{m+1} - i_{m+1} + 1) * D_{m+1}, \quad m = n-1,\dots,1 \quad D_n = 1$$

D3=1

*D2=(5-1+1)*1=5*

*D1=(6-4+1)*5=15*

$$l * (i_1 D_1 + i_2 D_2 + i_3 D_3) = 102.$$

2(2*15+4*5+1*1)*

Пусть начальный адрес массива MATR=1000.

Тогда его элемент с индексами 2, 5, 4 будет располагаться по адресу :

ADDR(MATR(2,5,4))=ADDR(MATR(2,4,1))-

102+30*2+10*5+2*4=1000-102+118=1016.

Разреженный строчный формат

$$A=\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}.$$

позиция =	1	2	3	4	5
JA =	3	4	8	6	8
AN=	1	3	5	7	1

п о з и ц и я =	1	2	3	4	5
JA =	8	3	4	8	6
AN =	5	1	3	1	7

Сложение разреженных векторов с использованием расширенного вещественного накопителя

JA	=	10	3	7	4
AN	=	0,2	0,3	0,4	-0,7

JB	=	5	4	10
BN	=	0,6	0,7	0,5

JC	=	10	3	7	4	5

позиция:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12...
значение X:	x	x	0	0	0	x	0	x	x	0	x	x...

позиция:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12...
значение X:	x	x	0,3	-0,7	0	x	0,4	x	x	0,2	x	x...

Сложение разреженных векторов с использованием расширенного вещественного накопителя

позиция:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
значение X:	x	x	0,3	0	0,6	x	0,4	x	x	0,7	x

JC =	10	3	7	4	5
CN=	0,7	0,3	0,4	0	0,6

Сложение разреженных векторов с использованием расширенного целого массива указателей

JC =10 3 7 4 5

CN = 0 0 0 0 0

позиция:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11...
значение *IP*:	0	0	2	4	5	0	3	0	0	1	0...

Скалярное умножение двух разреженных векторов с использованием массива указателей

позиция:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11...
значение *IP*:	0	0	2	4	0	0	3	0	0	1	0...

Диагональная схема хранения ленточных матриц

$a_{ij} = 0$, если $|i\text{-}j| > \beta$, и $a_{k,k-\beta} \neq 0$, либо $a_{k,k+\beta} \neq 0$

- Здесь *β* - ***полуширина***, а *2β+1* – ***ширина ленты***.
- ***Лентой*** матрицы *A* называется множество элементов, для которых $|i\text{-}j| \leq \beta$.
- Верхняя полулента состоит из элементов, находящихся в верхней части ленты, т.е. таких, что $0 < i\text{-}j \leq \beta$;
- Массив имеет размеры $n^*(\beta+1)$.

Диагональная схема хранения ленточных матриц

$$A = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 4 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 5 & 11 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 0 & 7 \end{bmatrix} \end{array};$$

$$AN[I,J] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 8 & 3 \\ 9 & 0 & 4 \\ 0 & 10 & 5 \\ 0 & 11 & 6 \\ 12 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

Профильная схема хранения симметричных матриц

- Для каждой строки i симметричной матрицы A положим

$$\beta_i = i - j_{\min}(i)$$

$$A = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 4 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 5 & 11 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 0 & 7 \end{bmatrix} \end{array}$$

Схема Дженнингса

Профильная схема хранения симметричных матриц

- ***Оболочка*** матрицы A – это множество элементов a_{ij}, для которых

$$0 < i - j \le \beta_i$$

- В строке *i* оболочке принадлежат все элементы со столбцовыми индексами от $j_{\min}(i)$ до *i-1*, всего β_i элементов.
- Диагональные элементы не входят в оболочку. ***Профиль*** матрицы *A* определяется как число элементов в оболочке:

$$profile(A) = \sum_i \beta_i$$

Профильная схема хранения симметричных матриц

Позиция = 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

AN = 1 2 8 3 9 0 4 10 5 11 6 12 0 7

IA = 1 2 4 7 9 11 14

$$A = \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 4 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 5 & 11 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 0 & 7 \end{bmatrix} \end{array}$$

Связанные схемы разреженного хранения

$$A = \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 2 & 9 & 4 & 0 & 7 \\ 3 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 0 & 8 \end{array}$$

a) Матрица A

		1	2	3	4	5	6	7
AN	=	6	9	4	7	5	2	8
I	=	1	2	2	2	3	4	4
J	=	2	1	2	4	1	2	4
NR	=	0	3	4	0	0	7	0
NC	=	3	5	6	7	0	0	0
JR	=	1	2	5	6			
JC	=	2	1	0	4			

b) Схема Кнута

Связанные схемы разреженного хранения

				1	2	3	4
		1		0	6	0	0
A	=	2		9	4	0	7
		3		5	0	0	0
		4		0	2	0	8

а) Матрица А

		1	2	3	4	5	6	7
AN	=	6	9	4	7	5	2	8
NR	=	1	3	4	2	5	7	6
NC	=	3	5	6	7	2	1	4
JR	=	1	2	5	6			
JC	=	2	1	0	4			

b) Кольцевая *КРМ*-схема

Связанные схемы разреженного хранения

				1	2	3	4	
		1		0	6	0	0	
A	=	2		9	4	0	7	
		3		5	0	0	0	
		4		0	2	0	8	

а) Матрица A

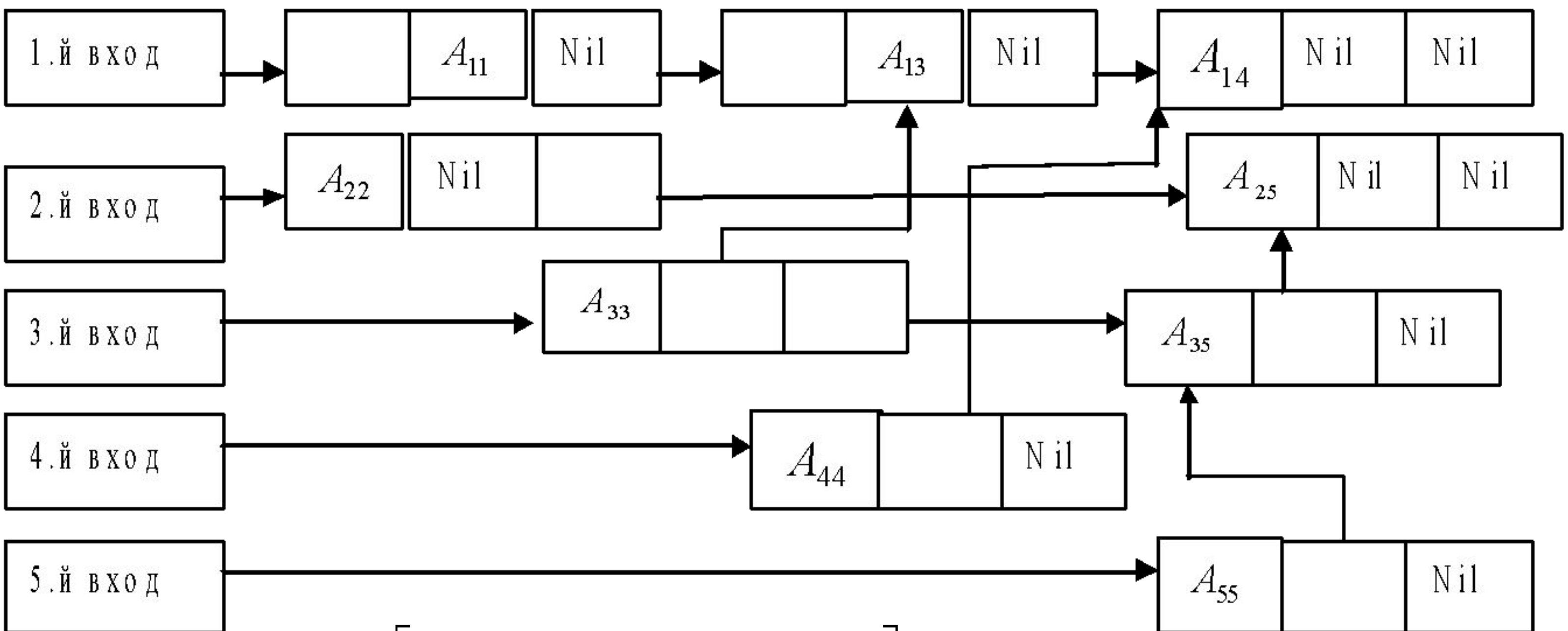
		1	2	3	4	5	6	7
AN	=	6	9	4	7	5	2	8
NR	=	-1	3	4	-2	-3	7	-4
NC	=	3	5	6	7	-1	-2	-4
JR	=	1	2	5	6			
JC	=	2	1	0	4			

b) Модифицированная *КРМ*-схема

Схема Ларкума для хранения симметричных матриц с ненулевыми диаг. элементами

$$\begin{bmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} & A_{14} & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & 0 & A_{25} \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 & A_{35} \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} \end{bmatrix}$$

Схема Ларкума для хранения симметричных матриц с ненулевыми диаг. элементами



$$\begin{bmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} & A_{14} & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & 0 & A_{25} \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 & A_{35} \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} \end{bmatrix}$$

ДАННЫЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ

- *Списком называется линейно-упорядоченная последовательность элементов данных E(1), E (2),..., E(n)*

- ***последовательный*** список - последовательное расположение элементов списка
- ***динамически связанный список -*** упорядоченность элементов задается с помощью специальных указателей

- ***Стек*** (список *LIFO — Last In First Out)*

Логическая структура стека

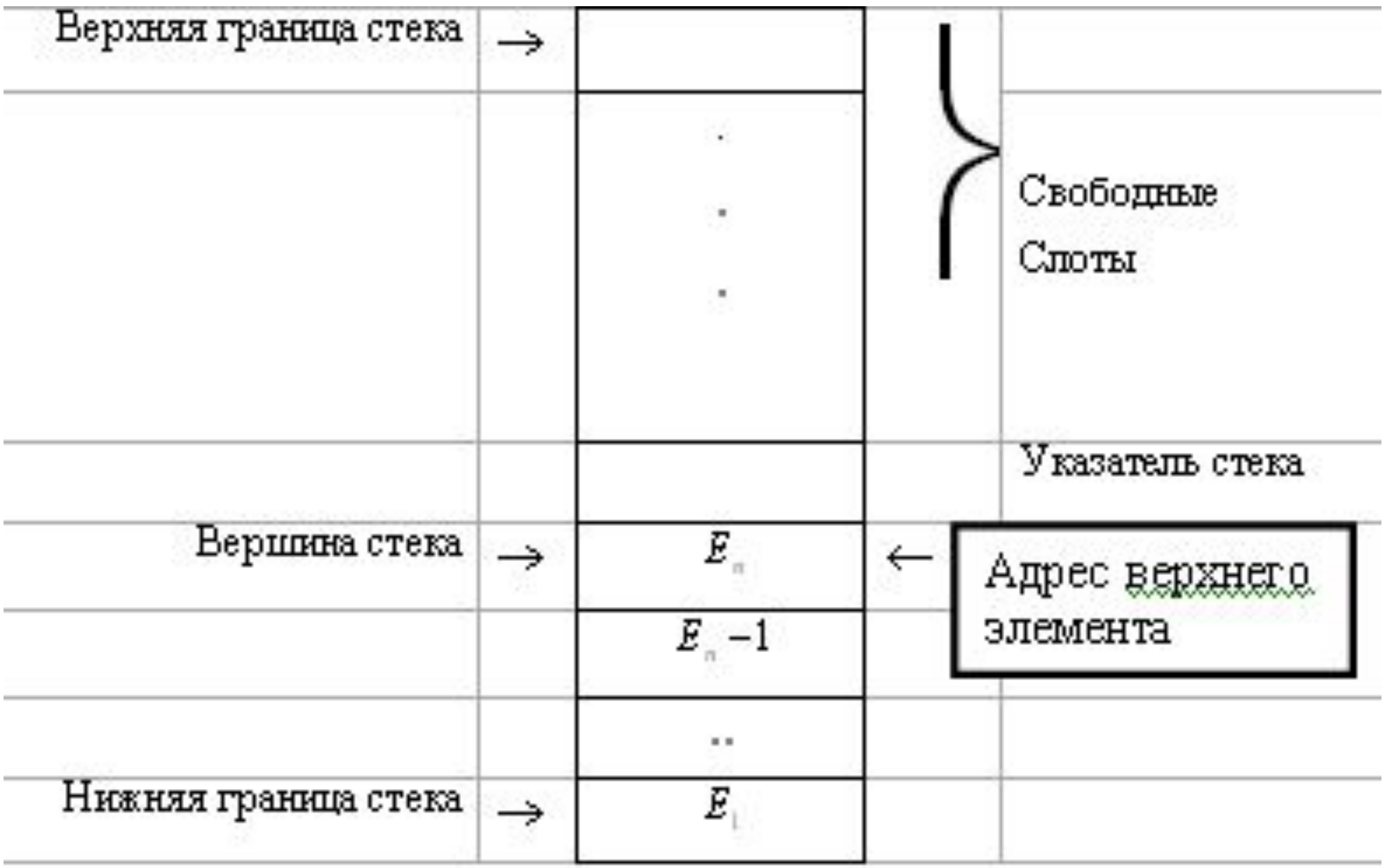


Схема физической структуры стека

Схема простейшей и кольцевой очереди

FIFO—First In First Out

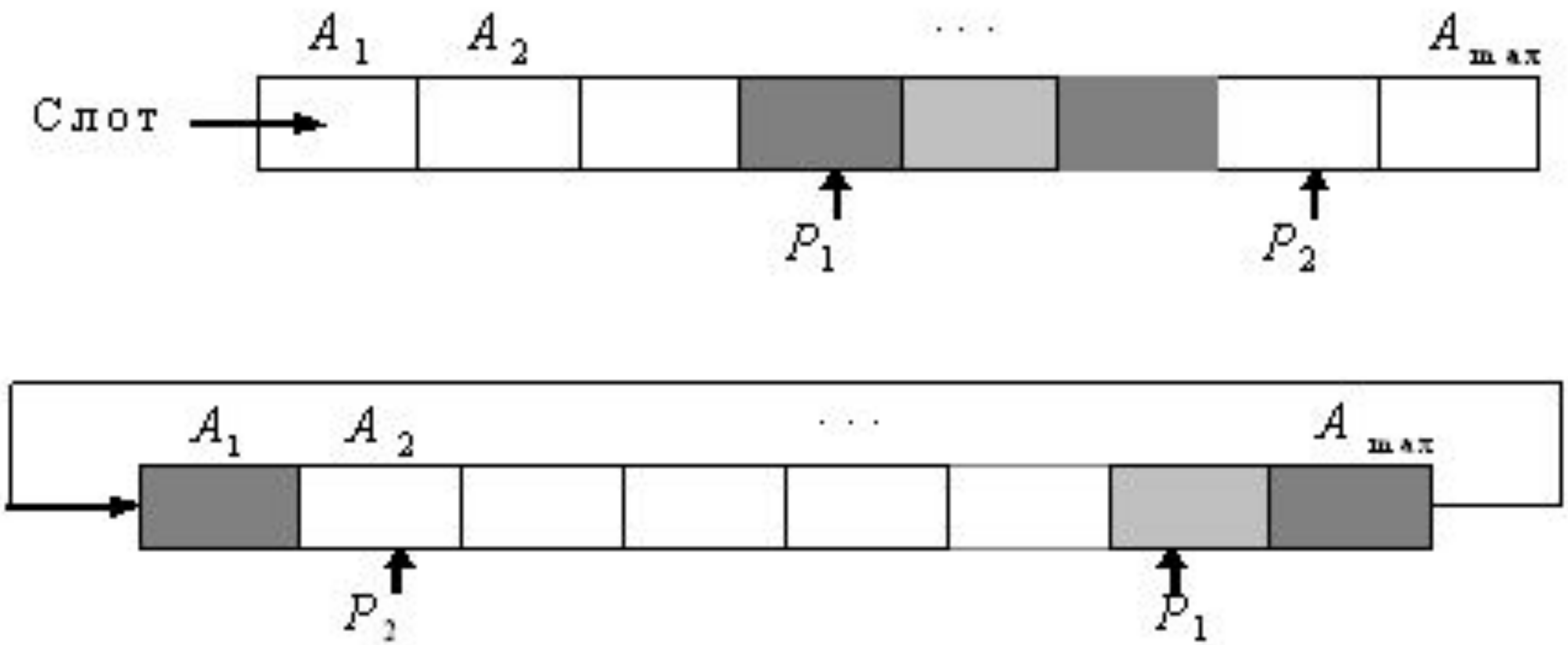


Схема физической структуры очереди