Простейшие тригонометрические уравнения

2 семестр

ДЗ доклад (можно презент.) Области применен. тригоном. вычислений

Тема: Простейшие тригонометрические уравнения

Уравнения вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $tg x = a$, $ctg x = a$, где x - переменная, $a \in R$, то есть ур-ие, содержащее переменную под знаком тригонометр. фун-ии - называют простейшим тригонометрическим ур-ием.

• Формулы решений простейших тригоном. ур-ий:

а) $\sin x = a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = (-1)^k \cdot \arcsin a + k\pi, \ k \in Z & \text{, если } |a| \le 1 \\ \text{решений нет} & \text{; если } |a| > 1 \end{array} \right.$

Арксинус a (при $|a| \le 1$) - это число (угол), лежащее в промежутке $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, синус которого равен a

б) $\cos x = a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = \pm \arccos a + 2k\pi, \ k \in Z, & \text{если } |a| \le 1 \\ \text{решений нет} & \text{, если } |a| > 1 \end{array} \right.$

Арккосинус a (при $|a| \le 1$) - это число (угол), лежащее в промежутке $[0; \pi]$, косинус которого равен a

в) $tg x = a \Leftrightarrow x = arctg + \pi k \quad k \in Z$

г) $ctg x = a \Leftrightarrow x = arcctg + \pi k \quad k \in Z$

а) и б) при $a \in [-1; 1]$
в) и г) при всех значениях a

$\sin x = 1000$
Не имеет корней, т.к. $1000 \notin [-1; 1]$

Примеры на вычисления arc...

#1. $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

• под аркой число $\frac{\sqrt{3}}{2}$ и арка для функции cos.

• $\cancel{\cos\frac{\sqrt{3}}{2}}$ = $\cos = \frac{\sqrt{3}}{2}$ для угла $\frac{\pi}{6} / 30^\circ$

• $\Rightarrow \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$ - ответ

#2 $\mathrm{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

• $\mathrm{tg} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ для угла $\frac{\pi}{6} / 30^\circ \Rightarrow \mathrm{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\pi}{6}$ - ответ

#3 $\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

• $\sin = \frac{\sqrt{3}}{2}$ для угла $\frac{\pi}{3} / 60^\circ \Rightarrow \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$ - ответ

Для отрицательного числа:

• $\arcsin(-a) = -\arcsin a$
• $\mathrm{arcctg}(-a) = \pi - \mathrm{arcctg}\, a$
• $\mathrm{arctg}(-a) = -\mathrm{arctg}\, a$
• $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$

Выписать из учебника стр 113-114

Примеры

1) $\sin x = 0{,}5$

$x = (-1)^n \arcsin(0{,}5) + \pi n,\ n \in Z$

$\sin = 0{,}5$ ~~при~~ для угла $= \frac{\pi}{6} / 30^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$ - Ответ

2) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x = (-1)^n \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \pi n,\ n \in Z$ — вынесем минус из арксинуса

$x = (-1)^n \left(-\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) + \pi n,\ n \in Z$ — этот минус обознач. умнож. на (-1)

$x = (-1)^n \cdot (-1) \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \pi n,\ n \in Z$ — по правилам умнож. степен. соберем все

$x = (-1)^{n+1} \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \pi n,\ n \in Z$ — считаем арксинус

$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$ — Ответ

3) $\sin x = -0{,}1$

$x = (-1)^n \arcsin(-0{,}1) + \pi n,\ n \in Z$

$x = (-1)^{n+1} \arcsin(0{,}1) + \pi n,\ n \in Z$ — Ответ

Т.к. 0,1 не табличное знач. $\Rightarrow$ оставляем все так

4) $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 2\pi n,\ n \in Z$

$x = \pm \left(\pi - \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right) + 2\pi n,\ n \in Z$

Не везде есть значения $\frac{1}{\sqrt{2}}$, но есть $\frac{\sqrt{2}}{2}$, значит применяем домножени.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}^{\cos} \Rightarrow \angle \frac{\pi}{4} / \angle 45^\circ$$

$x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) + 2\pi n,\ n \in Z$

$x = \pm \left(\frac{4\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) + 2\pi n,\ n \in Z$

$x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z$ — Ответ

5) $tg\, x = \sqrt{2}$

$x = arctg \sqrt{2} + \pi n,\ n \in Z$, т.к. $\sqrt{2}$ - не табличное знач. оставляем так

⑥ $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$

$x = \operatorname{arcctg}(-\sqrt{3}) + \pi n, \ n \in Z$

$x = \pi - \operatorname{arcctg}(\sqrt{3}) + \pi n, \ n \in Z$

$x = \pi - \frac{\pi}{6} + \pi n = \frac{5\pi}{6} + \pi n, \ n \in Z$

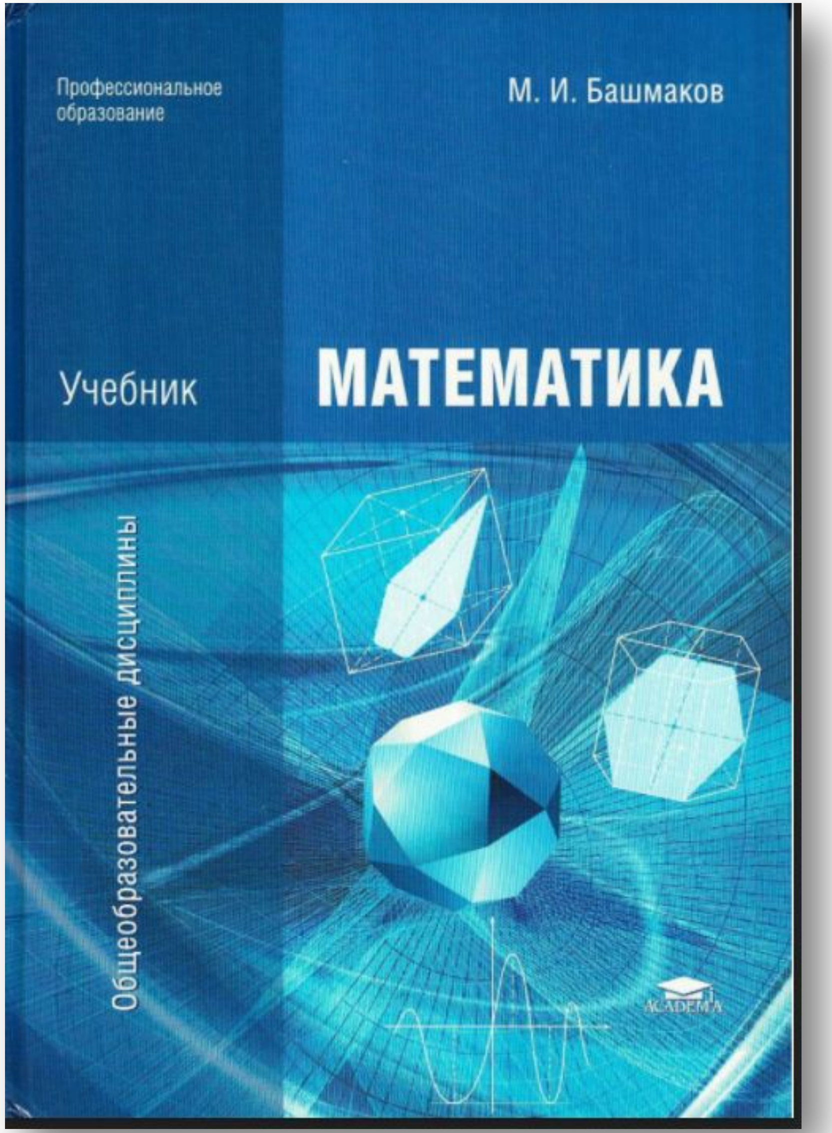
⑦ $\operatorname{ctg} x = 1.$

$x = \operatorname{arcctg} 1 + \pi n, \ n \in Z$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, \ n \in Z$

https://drive.google.com/file/d/0BwulwquUtZ1KU0NtaXBEUnM3WVk/view

Стр 113, Занятие 5 «Тригонометрические уравнения»



Формулы корней простых тригонометрических уравнений

1.cost = *a* , где |*a*| ≤ 1

$$\left[\begin{array}{l} t = \arccos \boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \\ t = -\arccos \boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

или

$$t = \pm\arccos \boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z$$

Частные случаи

1)cost=0
$t = \pi/2+\pi k$, $k \in Z$

2)cost=1
$t = 0+2\pi k$, $k \in Z$

3)cost = -1
$t = \pi+2\pi k$, $k \in Z$

2.sint = *a*, *где* | *a* |≤ 1

$$\left[\begin{array}{l} t = \arcsin \boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \\ t = \pi - \arcsin \boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

или

$$t = (-1)^k \arcsin \boldsymbol{a} + \pi k, k \in Z$$

Частные случаи

1)sint=0
$t = 0+\pi k$, $k \in Z$

2)sint=1
$t = \pi/2+2\pi k$, $k \in Z$

3)sint = - 1
$t = -\pi/2+2\pi k$, $k \in Z$

3. tgt = *a*, *a*ЄR

$t = \operatorname{arctg} \boldsymbol{a} + \pi k$, $k \in Z$

4. ctgt = *a*, *a*ЄR

$t = \operatorname{arcctg} \boldsymbol{a} + \pi k$, $k \in Z$

Формулы корней простых тригонометрических уравнений

$$\sin t = a$$

$$t = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, k \in Z$$

$$\cos t = a$$

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in Z$$

Частные случаи

$\sin t = 0$ $\quad t = \pi k, k \in Z$

$\sin t = 1$ $\quad t = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

$\sin t = -1$ $\quad t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

$\cos t = 0$ $\quad t = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

$\cos t = 1$ $\quad t = 2\pi k, k \in Z$

$\cos t = -1$ $\quad t = \pi + 2\pi k, k \in Z$

$$tgt = a$$

$$t = arctga + \pi k, k \in Z$$

$$ctgt = a$$

$$t = arcctga + \pi k, k \in Z$$