Простейшие тригонометрические уравнения

2 семестр

ДЗ доклад. (можно презент.)
Области применения тригоном. вычислений

Тема: Простейшие тригонометрические уравнения

Уравнения вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $tg x = a$, $ctg x = a$, где x - переменная, $a \in R$, то есть ур-ия, содержащие переменную под знаком тригонометр. фун-ии - называют <u>простейшими тригонометрическими ур-ями.</u>

• <u>Формулы решений простейших тригоном. ур-ий:</u>

а) $\sin x = a \iff \left[\begin{array}{ll} x = (-1)^k \cdot \arcsin a + k\pi, \ k \in Z & , \text{если } |a| \le 1 \\ \text{решений нет} & ; \text{если } |a| > 1 \end{array} \right.$

Арксинус a (при $|a| \le 1$) - это число (угол), лежащее в промежутке $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, синус которого равен a

б) $\cos x = a \iff \left[\begin{array}{ll} x = \pm \arccos a + 2k\pi, \ k \in Z, & \text{если } |a| \le 1 \\ \text{решений нет} & , \text{если } |a| > 1 \end{array} \right.$

Арккосинус a (при $|a| \le 1$) - это число (угол), лежащее в промежутке $[0; \pi]$, косинус которого равен a

в) $tg x = a \iff x = arctg + \pi k \quad k \in Z$

г) $ctg x = a \iff x = arcctg + \pi k \quad k \in Z$

а) и б) при $a \in [-1; 1]$
в) и г) при всех значениях a

\# $\sin x = 1000$
Не имеет корней, т.к. $1000 \notin [-1; 1]$

Примеры на вычисления arc...

#1. $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

• под аркой число $\frac{\sqrt{3}}{2}$ и арка для функции cos.

• $\cancel{\cos\frac{\sqrt{3}}{2}}$ = $\cos = \frac{\sqrt{3}}{2}$ для угла $\frac{\pi}{6}$ / 30°

• => $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$ – ответ

#2 arctg $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

• $tg = \frac{\sqrt{3}}{3}$ для угла $\frac{\pi}{6}$ / 30° => $\operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\pi}{6}$ – ответ

#3 $\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

• $\sin = \frac{\sqrt{3}}{2}$ для угла $\frac{\pi}{3}$ / 60° => $\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$ – ответ

Для отрицательного числа:

• $\arcsin(-a) = -\arcsin a$
• $\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$
• $\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$
• $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$

Списать из учебника стр 113-114

Примеры

1) $\sin x = 0{,}5$

$x = (-1)^n \arcsin(0{,}5) + \pi n,\ n \in Z$

$\sin = 0{,}5$ ~~при~~ для угла $= \frac{\pi}{6}$ / 30° =>

=> $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$ – Ответ

2) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x = (-1)^n \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \pi n,\ n \in Z$ – вынесем минус из арксинуса

$x = (-1)^n \left(-\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) + \pi n,\ n \in Z$ – этот минус обознач. умнож. на (-1)

$x = (-1)^n \cdot (-1) \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \pi n,\ n \in Z$ – по правилам умнож. степен. соберем все

$x = (-1)^{n+1} \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \pi n,\ n \in Z$ – считаем арксинус

$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$ – Ответ

3) $\sin x = -0,1$

$x = (-1)^n \arcsin(-0,1) + \pi n,\ n \in Z$

$x = (-1)^{n+1} \arcsin(0,1) + \pi n,\ n \in Z$ – Ответ

Т.к. 0,1 не табличное знач. => оставляем все так

4) $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 2\pi n,\ n \in Z$

$x = \pm \left(\pi - \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right) + 2\pi n,\ n \in Z$

Не везде есть значения $\frac{1}{\sqrt{2}}$, но есть $\frac{\sqrt{2}}{2}$, значит применяем домножен.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}^{\cos} \Rightarrow \angle \frac{\pi}{4} / \angle 45^\circ$$

$x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) + 2\pi n,\ n \in Z$

$x = \pm \left(\frac{4\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) + 2\pi n,\ n \in Z$

$x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z$ – Ответ

5) $\operatorname{tg} x = \sqrt{2}$

$x = \operatorname{arctg} \sqrt{2} + \pi n,\ n \in Z$, т.к. $\sqrt{2}$ – не табличное знач. оставляем так

⑥ $ctg\, x = -\sqrt{3}$

$x = arcctg(-\sqrt{3}) + \pi n,\ n \in Z$

$x = \pi - arcctg(\sqrt{3}) + \pi n,\ n \in Z$

$x = \pi - \frac{\pi}{6} + \pi n = \frac{5\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$

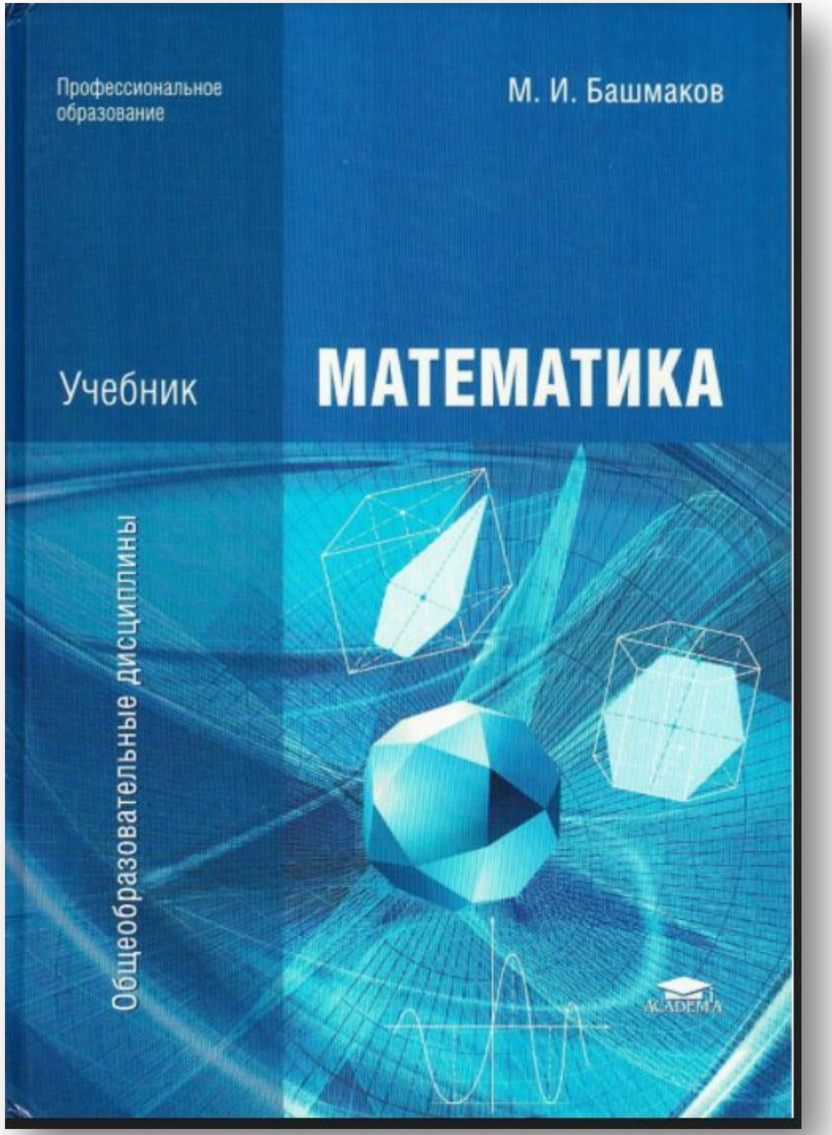
⑦ $ctg\, x = 1.$

$x = arcctg\, 1 + \pi n,\ n \in Z$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$

https://drive.google.com/file/d/0BwulwquUtZ1KU0NtaXBEUnM3WVk/view

Стр 113, Занятие 5 «Тригонометрические уравнения»



Формулы корней простых тригонометрических уравнений

1.cost = *a* , где $|a| \le 1$

$$\left[\begin{array}{l} t = \arccos \boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \\ t = -\arccos \boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

или

$$t = \pm\arccos \boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z$$

Частные случаи

1)cost=0
t = π/2+πk, kЄZ

2)cost=1
t = 0+2πk, kЄZ

3)cost = -1
t = π+2πk, kЄZ

2.sint = *a*, ***где*** $|a| \le 1$

$$\left[\begin{array}{l} t = \arcsin \boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \\ t = \pi - \arcsin \boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

или

$$t = (-1)^k \arcsin \boldsymbol{a} + \pi k, k \in Z$$

Частные случаи

1)sint=0
t = 0+πk, kЄZ

2)sint=1
t = π/2+2πk, kЄZ

3)sint = - 1
t = - π/2+2πk, kЄZ

3. tgt = *a*, *a*ЄR

t = arctg ***a*** **+** πk, kЄZ

4. ctgt = *a*, *a*ЄR

t = arcctg ***a*** + πk, kЄZ

Формулы корней простых тригонометрических уравнений

$$\sin t = a$$

$$t = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, k \in Z$$

$$\cos t = a$$

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in Z$$

Частные случаи

$\sin t = 0 \qquad t = \pi k, k \in Z$

$\sin t = 1 \qquad t = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

$\sin t = -1 \qquad t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

$\cos t = 0 \qquad t = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

$\cos t = 1 \qquad t = 2\pi k, k \in Z$

$\cos t = -1 \qquad t = \pi + 2\pi k, k \in Z$

$$tgt = a$$

$$t = arctga + \pi k, k \in Z$$

$$ctgt = a$$

$$t = arcctga + \pi k, k \in Z$$