ФБОУ ВПО
Астраханский Государственный Технический Университет

Кафедра «Теплоэнергетика»

Лекция №4

На тему:

«Критический диаметр изоляции. Передача теплоты через шаровую стенку.»

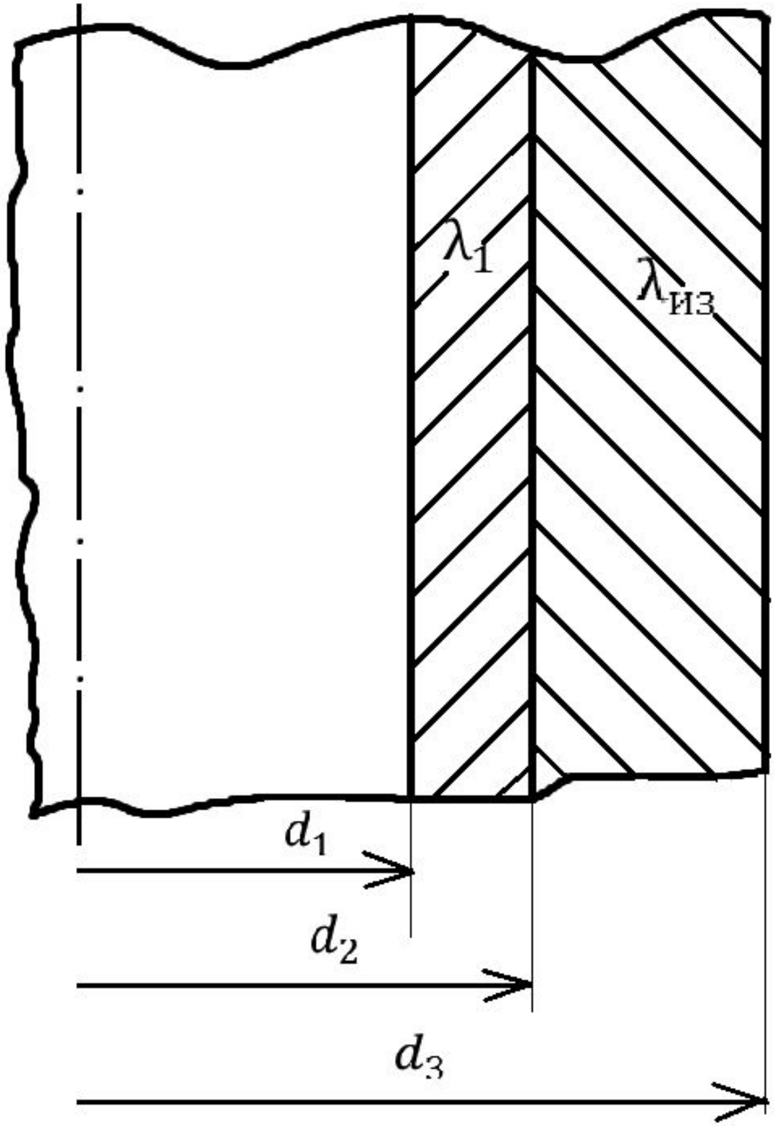
Астрахань 2015 г.

Тепловая изоляция – это покрытие из теплоизоляционного материала, которое способствует снижению потерь Q в окружающую среду.

Рассмотрим случай, когда цилиндрическая стенка покрыта однослойной тепловой изоляцией. Величины α_1, α_2, λ_1 и $\lambda_{из}$ заданы(рис. 1)

Вопрос: как будет уменьшаться полное линейное термическое сопротивление теплопередачи при изменении $\delta_{изоляции}$ за счет изменения её диаметра?

Рис. 1



Запишем R_l:

$$R_l = \frac{1}{k_l} =$$

$$= \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \cdot ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{l}{2\lambda_{из}} ln\frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3} =$$

$$= R_{\alpha_1} + R_{\lambda_1} + R_{\lambda_{из}} + R_{\alpha_2} \qquad (1)$$

При увеличении внешнего диаметра изоляции d_3 увеличивается сопротивление слоя изоляции $R_{\lambda_{\text{из}}}$, но одновременно уменьшается сопротивление теплоотдачи на наружной поверхности изоляции R_{α_2}.

Возьмем производную от R_l по d_3 и приравняем её к 0:

$$\frac{d(R_l)}{d(d_3)} = \frac{1}{2\lambda_{\text{из}} d_3} - \frac{1}{\alpha_2 d_3} = 0$$

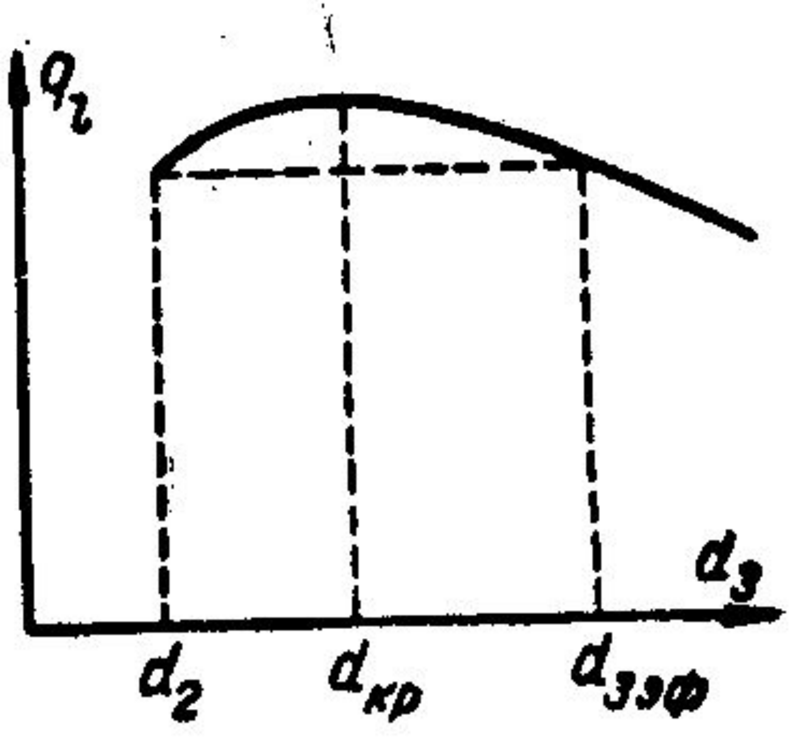
Выражая из этого уравнения d_3 получим формулу для определения критического диаметра (что соответствует экспериментальной точке кривой R_l= f(d_3)), **т.е. min $\mathbf{R}_l$ и max $\mathbf{d_3}$**:

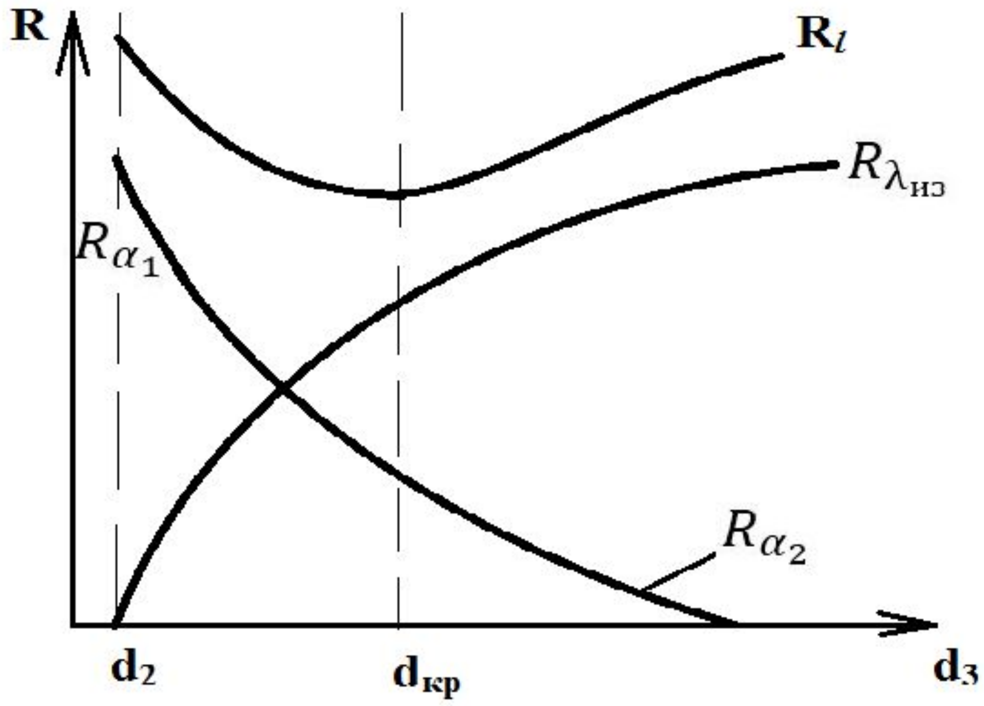
$$d_{\text{кр}} = \frac{2\lambda_{\text{из}}}{\lambda_2} \qquad (2)$$

Вторая производная от R_l в этой точке будет >0. Следовательно, критическому диаметру соответствует **min** $\mathbf{R}_l$ и **max** $\mathbf{q}_l$,определяемый:

$$q_l = \pi k_l (t_{ж_1} - t_{ж_2}).$$

Рис. 2





Уравнение (1) показывает, что увеличение d_3 (диаметра изоляции) в области $d_2 < d_3 < d_{кр}$ сопровождается увеличением тепловых потерь за счёт повышения теплоотдающей поверхности изоляции; при $d_3 = d_{кр}$ эти потери достигают максимального значения и только при $d_3 > d_{кр}$ тепловая изоляция оправдывает своё назначение; т.е. увеличение d_3 приводит к уменьшению q_l.

Следовательно, для эффективности применения изоляции необходимо, чтобы $d_{кр}$ был меньше внешнего диаметра оголённого трубопровода d_2 либо равен ему. В этом случае $d_3 > d_2 > d_{кр}$. Подставив в последнее неравенство выражение для $d_{кр}$, получаем

$$d_2 \geq \frac{2\lambda_{из}}{\alpha_2}.$$

Отсюда,

$$\lambda_{из} \leq \frac{\alpha_2 d_2}{2}.$$

Если это условие не выполняется, то изоляционный материал подобран неправильно.

Изоляция считается эффективной, если термическое сопротивление изолированной трубы больше чем неизолированной:

т.е. $$R_{\alpha_2} \leq R_{\lambda_{из}} + R_{\alpha_2} \qquad (1)$$

или $$\frac{1}{\alpha_2 d_2} \leq \frac{1}{2\lambda_{из}} ln \frac{d_{из}}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_{из}} \qquad (2)$$

Тепловой поток от неизолированной внешней поверхности трубы:

$$Q = \frac{\pi l (t_{\text{ст}_1} - t_{\text{ж}_2})}{1/_{\alpha_2 d_2}}$$

Тепловой поток от изолированной поверхности с толщиной изоляции $\delta_{из}$(термическим сопротивление стенки пренебрегаем):

$$Q_{из} = \frac{\pi l(t_{ст_1} - t_{ж_2})}{\frac{1}{2\lambda_{из}} ln\frac{(d_2 + 2\delta_{из})}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2(d_2 + 2\delta_{из})}}$$

В зависимости от соотношения $\alpha_2, d_2, \lambda_{из}$ изоляция может вести как к повышению так и к понижению Q.

Отношение: $$\frac{Q_{из}}{Q} = \frac{1}{\frac{\alpha_2 d_2}{2\lambda_{из}} \ln\left(1+\frac{\delta_{из}}{R_2}\right) + \frac{1}{1+\delta_{из}/R_2}}\,; \quad R_2 = d_2/2.$$

Передача теплоты через шаровую стенку.

I. Граничные условия первого рода – когда задается распределение t°C на поверхности тела в функции времени $t_c = f(x, y, z, \tau)$.

Пусть имеется полый шар с радиусами r_1 и r_2, постоянным коэффициентом λ(теплопроводности) и с заданными равномерно распределенными температурами поверхностей t_{c1} и t_{c2}.

Т.к. в данном случае t°C изменяется в направлении радиуса шара, то диф. уравнение теплопроводности в сферич. координ.:

$$\nabla^2 t = \frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dt}{dr} = 0 \qquad (1)$$

Граничные условия: при $r=r_1 \Rightarrow t=t_{c1}$

при $r=r_2 \Rightarrow t=t_{c2}$

После двойного интегрирования (1) получаем:

$$t = c_2 - \frac{c_1}{2} \qquad (2)$$

Постоянные c_1 и c_2 определяются из граничных условий:

$$c_1 = -\frac{t_{c1} - t_{c2}}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}; \qquad c_2 = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}\frac{1}{r_1} \qquad (3)$$

Подставляя из (3) в уравнение (1) получим выражение для температурного поля в шаровой стенке:

$$t = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right) \qquad (4)$$

Из закона Фурье: $Q = -\lambda \frac{dt}{dr} F = -\lambda 4\pi r^2 \frac{dt}{dr}$ [Вт],

подставив значение градиента температуры $\frac{dt}{dr}$ получим:

$$Q = \frac{4\pi\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} = \frac{2\pi\lambda\Delta t}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}} = \pi\lambda \frac{d_1 d_2}{\delta} \Delta t \qquad (5)$$

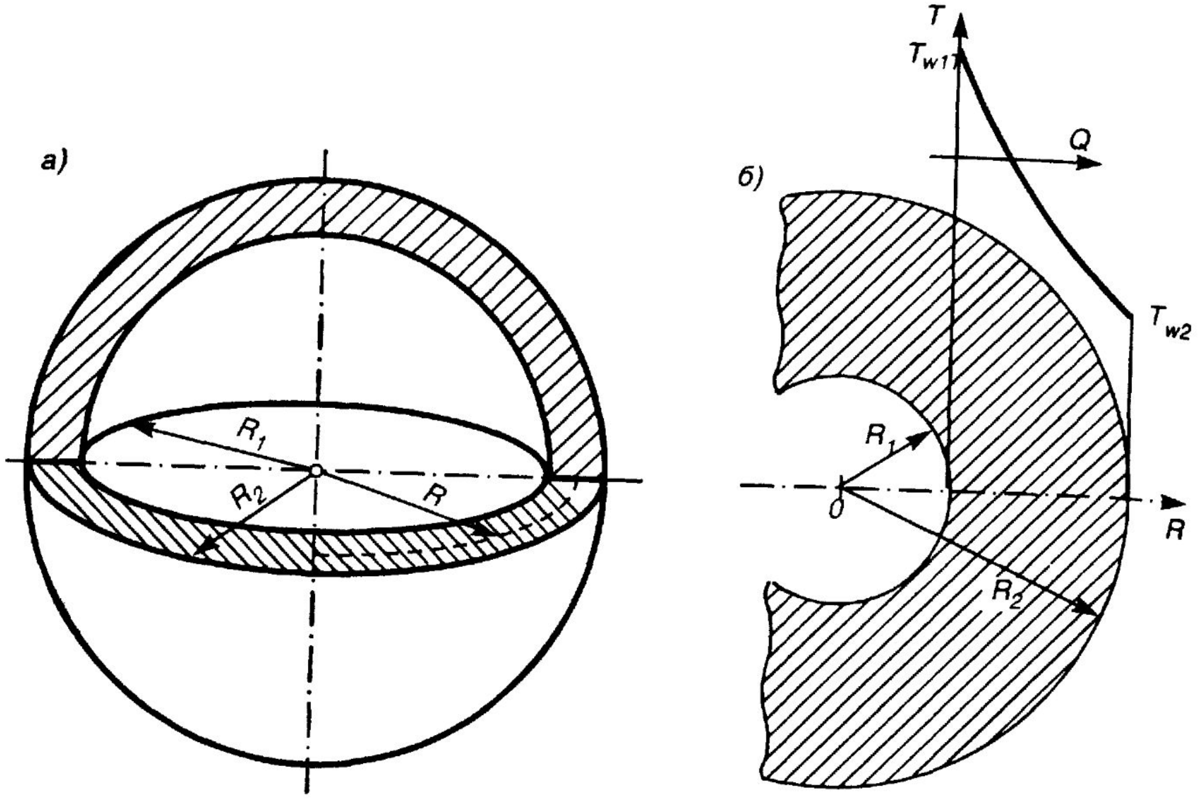


Рис. 8.11. Теплопроводность через шаровую стенку:

а - шаровая стенка; *б* - температурное поле в шаровой стенке; T_{w1} - температура внутренней поверхности; T_{w2} - температура внешней поверхности

Профиль температуры по толщине шаровой стенки меняется по закону гиперболы.

$$\frac{T - T_{c1}}{T_{c2} - T_{c1}} = \frac{{}^{1}/_{R_1} - {}^{1}/_{R}}{{}^{1}/_{R_1} - {}^{1}/_{R_2}}$$

Из уравнения (5) выразим термическое сопротивление шаровой стенки:
$R = \frac{\delta}{\lambda d_1 d_2}$, тогда $Q = \frac{\pi \Delta t}{R}$ - для однослойной стенки.

Для многослойной стенки:

$$Q = \frac{\pi(t_{c_{(n+1)}} - t_{c_1})}{\sum_{i=1}^{n} R},$$

где $$\sum_{i=1}^{n} R = \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i d_i d_{i+1}}$$

Перепад температур в i-ом слое: $$\frac{\Delta t_i}{\Delta t} = \frac{\frac{\delta_i}{\lambda_{\text{ст}_i}} \frac{1}{R_i R_{i+1}}}{\sum_{i=1}^{n} R}$$

II. Граничные условия третьего рода(теплопередача).

Кроме r_1 и r_2, известны $t_{ж1}$ и $t_{ж2}$, и α_1 и α_2. Эти величины =const во времени, а α_1 и α_2 =const и по поверхности.

Т.к. процесс стационарный и полный тепловой поток Q [Вт] будет const для всех изотермических поверхностей, то:

$$Q = \alpha_1 \pi d_1^2 (t_{ж1} - t_{с1}); \;\; Q = \frac{2\pi\lambda}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}} (t_{c1} - t_{c2}); \; Q = \alpha_2 \pi d_2^2 (t_{c2} - t_{ж2}).$$

Из этих уравнений:

$$Q = \frac{\pi(t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2}} = k_ш \pi \Delta t \quad (6)$$

$$k_ш = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2}} -$$

-коэф. теплопередачи шаровой стенки, $\left[\frac{\text{Вт}}{\text{К}}\right]$.

$$R_{ш} = \frac{1}{k_{ш}} = \frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2} -$$

- термическое сопротивление теплопередачи шаровой стенки [K/Вт].

Для многослойной стенки:

$$Q = \frac{\pi(t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\lambda_i}\left(\frac{1}{d_i} - \frac{1}{d_{i+1}}\right) + \frac{1}{\alpha_2 d_{i+1}^2}}$$