

ФБОУ ВПО  
Астраханский Государственный Технический Университет

Кафедра «Теплоэнергетика»

Лекция №4

На тему:

**«Критический диаметр изоляции.  
Передача теплоты через шаровую стенку.»**

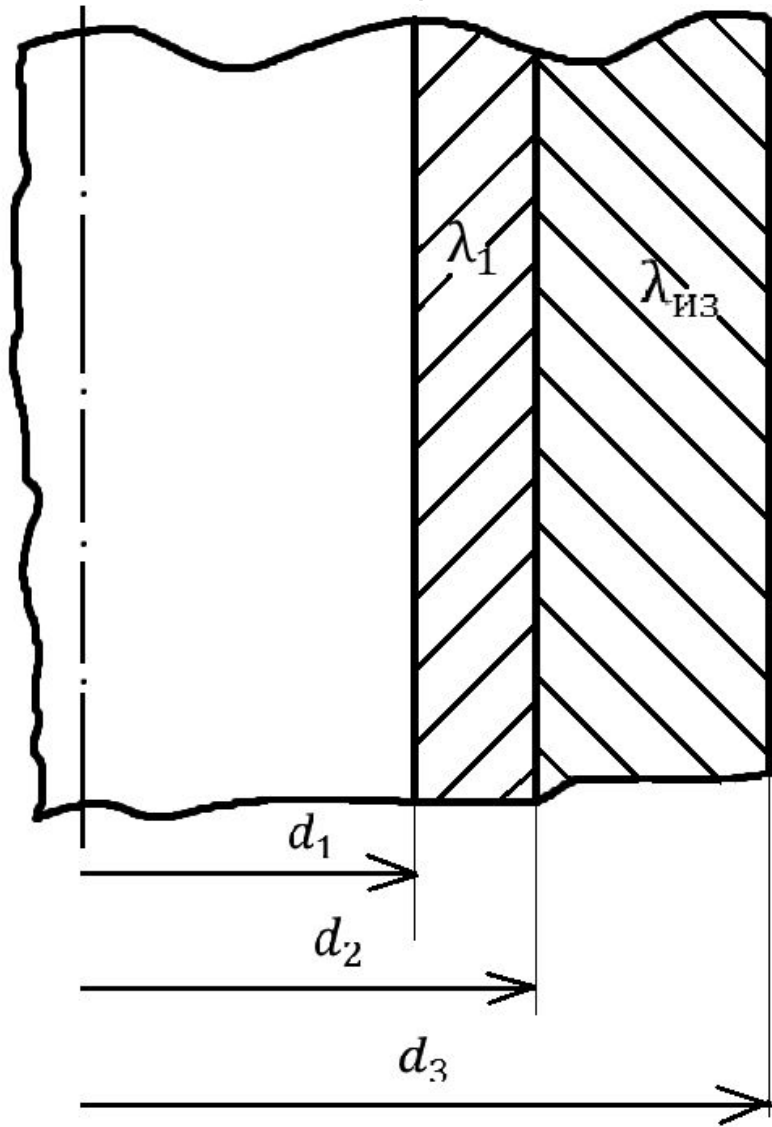
Астрахань 2015 г.

Тепловая изоляция – это покрытие из теплоизоляционного материала, которое способствует снижению потерь  $Q$  в окружающую среду.

Рассмотрим случай, когда цилиндрическая стенка покрыта однослойной тепловой изоляцией. Величины  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\lambda_1$  и  $\lambda_{\text{из}}$  заданы (рис. 1)

Вопрос: как будет уменьшаться полное линейное термическое сопротивление теплопередачи при изменении  $\delta_{\text{изоляция}}$  за счет изменения её диаметра?

Рис. 1



Запишем  $R_l$ :

$$\begin{aligned}
 R_l &= \frac{1}{k_l} = \\
 &= \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{l}{2\lambda_{из}} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3} = \\
 &= R_{\alpha_1} + R_{\lambda_1} + R_{\lambda_{из}} + R_{\alpha_2} \quad (1)
 \end{aligned}$$

При увеличении внешнего диаметра изоляции  $d_3$  увеличивается сопротивление слоя изоляции  $R_{\lambda_{из}}$ , но одновременно уменьшается сопротивление теплоотдачи на наружной поверхности изоляции  $R_{\alpha_2}$ .

Возьмем производную от  $R_l$  по  $d_3$  и приравняем её к 0:

$$\frac{d(R_l)}{d(d_3)} = \frac{1}{2\lambda_{из}d_3} - \frac{1}{\alpha_2 d_3} = 0$$

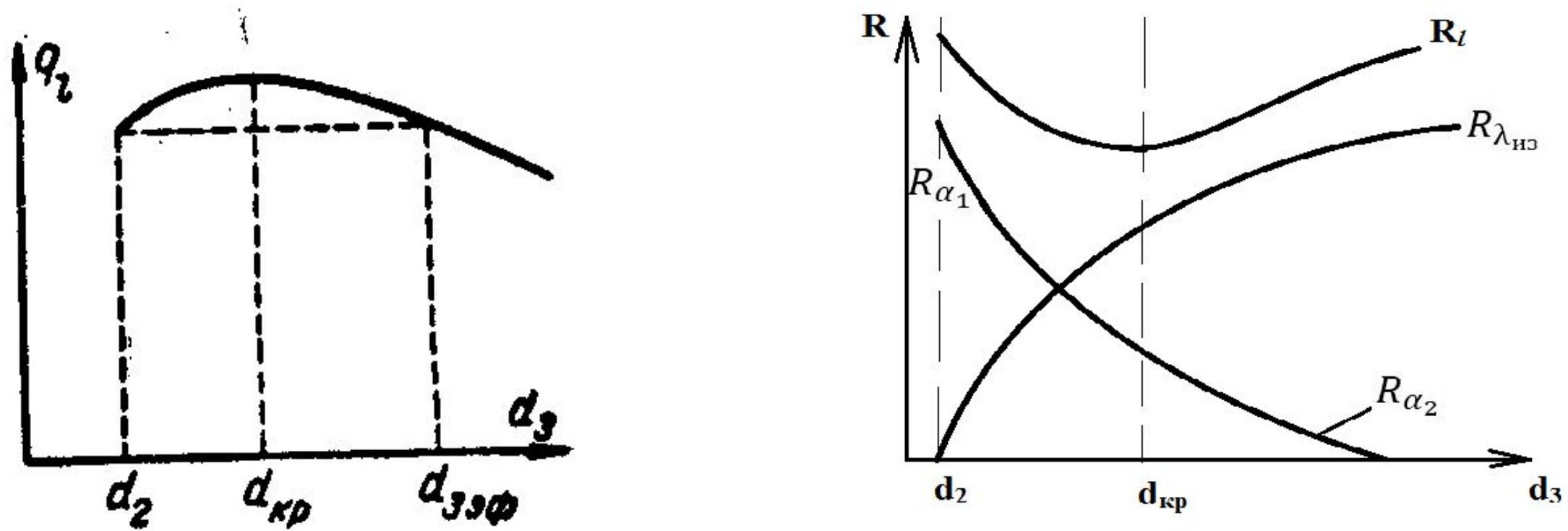
Выражая из этого уравнения  $d_3$  получим формулу для определения критического диаметра (что соответствует экспериментальной точке кривой  $R_l = f(d_3)$ ), т.е. **min  $R_l$  и max  $d_3$** :

$$d_{кр} = \frac{2\lambda_{из}}{\lambda_2} \quad (2)$$

Вторая производная от  $R_l$  в этой точке будет  $>0$ . Следовательно, критическому диаметру соответствует **min**  $R_l$  и **max**  $q_l$ , определяемый:

$$q_l = \pi k_l (t_{ж_1} - t_{ж_2}).$$

Рис. 2



Уравнение (1) показывает, что увеличение  $d_3$  (диаметра изоляции) в области  $d_2 < d_3 < d_{кр}$  сопровождается увеличением тепловых потерь за счёт повышения теплоотдающей поверхности изоляции; при  $d_3 = d_{кр}$  эти потери достигают максимального значения и только при  $d_3 > d_{кр}$  тепловая изоляция оправдывает своё назначение; т.е. увеличение  $d_3$  приводит к уменьшению  $q_l$ .

Следовательно, для эффективности применения изоляции необходимо, чтобы  $d_{кр}$  был меньше внешнего диаметра оголённого трубопровода  $d_2$  либо равен ему. В этом случае  $d_3 > d_2 > d_{кр}$ . Подставив в последнее неравенство выражение для  $d_{кр}$ , получаем

$$d_2 \geq \frac{2\lambda_{из}}{\alpha_2}.$$

Отсюда,

$$\lambda_{из} \leq \frac{\alpha_2 d_2}{2}.$$

Если это условие не выполняется, то изоляционный материал подобран неправильно.

Изоляция считается эффективной, если термическое сопротивление изолированной трубы больше чем неизолированной:

т.е. 
$$R_{\alpha_2} \leq R_{\lambda_{\text{из}}} + R_{\alpha_2} \quad (1)$$

или 
$$\frac{1}{\alpha_2 d_2} \leq \frac{1}{2\lambda_{\text{из}}} \ln \frac{d_{\text{из}}}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_{\text{из}}} \quad (2)$$

Тепловой поток от неизолированной внешней поверхности трубы:

$$Q = \frac{\pi l (t_{\text{ст}1} - t_{\text{ж}2})}{1/\alpha_2 d_2}$$



Тепловой поток от изолированной поверхности с толщиной изоляции  $\delta_{\text{из}}$  (термическим сопротивлением стенки пренебрегаем):

$$Q_{\text{из}} = \frac{\pi l (t_{\text{ст}1} - t_{\text{ж}2})}{\frac{1}{2\lambda_{\text{из}}} \ln \frac{(d_2 + 2\delta_{\text{из}})}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 (d_2 + 2\delta_{\text{из}})}}$$

В зависимости от соотношения  $\alpha_2, d_2, \lambda_{\text{из}}$  изоляция может вести как к повышению так и к понижению  $Q$ .

Отношение: 
$$\frac{Q_{\text{из}}}{Q} = \frac{1}{\frac{\alpha_2 d_2}{2\lambda_{\text{из}}} \ln \left( 1 + \frac{\delta_{\text{из}}}{R_2} \right) + \frac{1}{1 + \delta_{\text{из}}/R_2}}; \quad R_2 = d_2/2.$$

# Передача теплоты через шаровую стенку.

Б. Граничные условия первого рода – когда задается распределение  $t^{\circ}\text{C}$  на поверхности тела в функции времени  $t_c = f(x, y, z, \tau)$ .

Пусть имеется полый шар с радиусами  $r_1$  и  $r_2$ , постоянным коэффициентом  $\lambda$  (теплопроводности) и с заданными равномерно распределенными температурами поверхностей  $t_{c1}$  и  $t_{c2}$ .

Т.к. в данном случае  $t^{\circ}\text{C}$  изменяется в направлении радиуса шара, то диф. уравнение теплопроводности в сферич. координ.:

$$\nabla^2 t = \frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dt}{dr} = 0 \quad (1)$$

Граничные условия: при  $r=r_1 \longrightarrow t=t_{c1}$   
при  $r=r_2 \longrightarrow t=t_{c2}$

После двойного интегрирования (1) получаем:

$$t = c_2 - \frac{c_1}{2} \quad (2)$$

Постоянные  $c_1$  и  $c_2$  определяются из граничных условий:

$$c_1 = -\frac{t_{c1} - t_{c2}}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}; \quad c_2 = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \frac{1}{r_1} \quad (3)$$

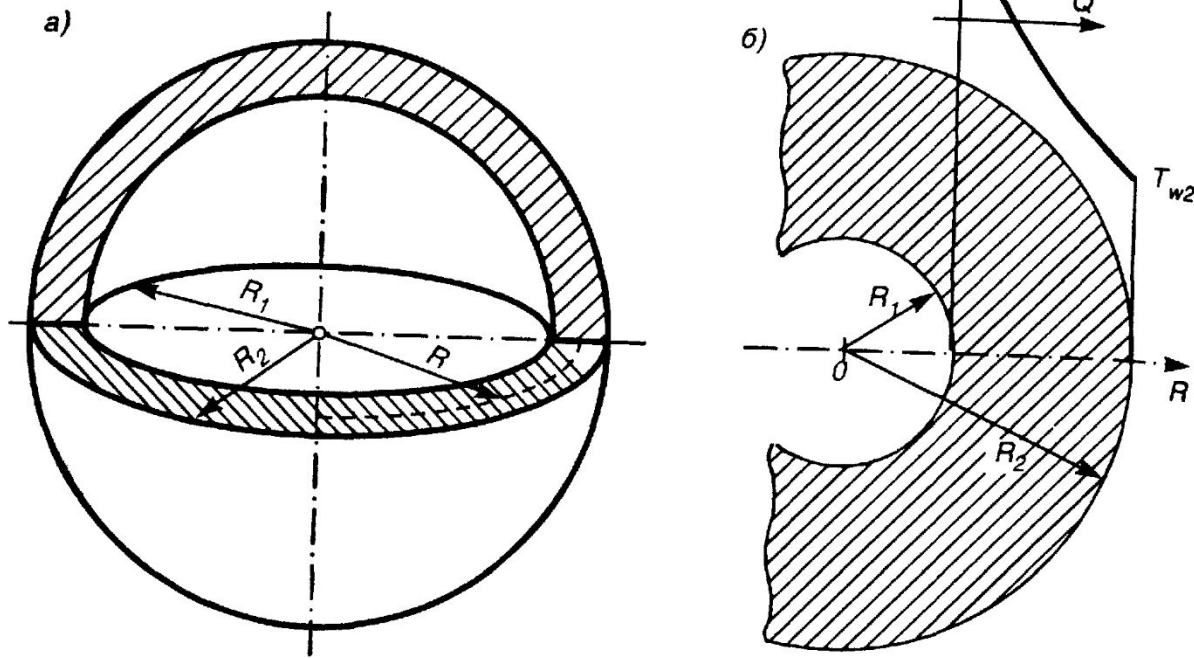
Подставляя из (3) в уравнение (1) получим выражение для температурного поля в шаровой стенке:

$$t = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right) \quad (4)$$

Из закона Фурье:  $Q = -\lambda \frac{dt}{dr} F = -\lambda 4\pi r^2 \frac{dt}{dr}$  [Вт],

подставив значение градиента температуры  $\frac{dt}{dr}$  получим:

$$Q = \frac{4\pi\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} = \frac{2\pi\lambda\Delta t}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}} = \pi\lambda \frac{d_1 d_2}{\delta} \Delta t \quad (5)$$



Профиль температуры по толщине шаровой стенки меняется по закону гиперболы.

$$\frac{T - T_{c1}}{T_{c2} - T_{c1}} = \frac{1/R_1 - 1/R}{1/R_1 - 1/R_2}$$

Рис. 8.11. Теплопроводность через шаровую стенку:  
*a* - шаровая стенка; *б* - температурное поле в шаровой стенке;  $T_{w1}$  - температура внутренней поверхности;  $T_{w2}$  - температура внешней поверхности

Из уравнения (5) выразим термическое сопротивление шаровой стенки:

$$R = \frac{\delta}{\lambda d_1 d_2}, \text{ тогда } Q = \frac{\pi \Delta t}{R} - \text{ для однослойной стенки.}$$

Для многослойной стенки:

$$Q = \frac{\pi(t_{c_{(n+1)}} - t_{c_1})}{\sum_{i=1}^n R},$$

где

$$\sum_{i=1}^n R = \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i d_i d_{i+1}}$$

Перепад температур в  $i$ -ом слое: 
$$\frac{\Delta t_i}{\Delta t} = \frac{\frac{\delta_i}{\lambda_{ст i}} \frac{1}{R_i R_{i+1}}}{\sum_{i=1}^n R}$$

## II. Граничные условия третьего рода(теплопередача).

Кроме  $r_1$  и  $r_2$ , известны  $t_{ж1}$  и  $t_{ж2}$ , и  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Эти величины =const во времени, а  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  =const и по поверхности.

Т.к. процесс стационарный и полный тепловой поток  $Q$  [Вт] будет const для всех изотермических поверхностей, то:

$$Q = \alpha_1 \pi d_1^2 (t_{ж1} - t_{c1}); \quad Q = \frac{2\pi\lambda}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}} (t_{c1} - t_{c2}); \quad Q = \alpha_2 \pi d_2^2 (t_{c2} - t_{ж2}).$$

Из этих уравнений:

$$Q = \frac{\pi(t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda} \left( \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2}} = k_{ш} \pi \Delta t \quad (6)$$

$$k_{ш} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda} \left( \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2}} -$$

-коэф. теплопередачи шаровой стенки,  $\left[ \frac{\text{Вт}}{\text{К}} \right]$ .



$$R_{\text{ш}} = \frac{1}{k_{\text{ш}}} = \frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda} \left( \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2} -$$

- термическое сопротивление теплопередачи шаровой стенки [К/Вт].

Для многослойной стенки:

$$Q = \frac{\pi(t_{\text{ж1}} - t_{\text{ж2}})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \left( \frac{1}{d_i} - \frac{1}{d_{i+1}} \right) + \frac{1}{\alpha_2 d_{i+1}^2}}$$