ЛЕКЦИЯ 11

Основные принципы конструирования низкотемпературных устройств

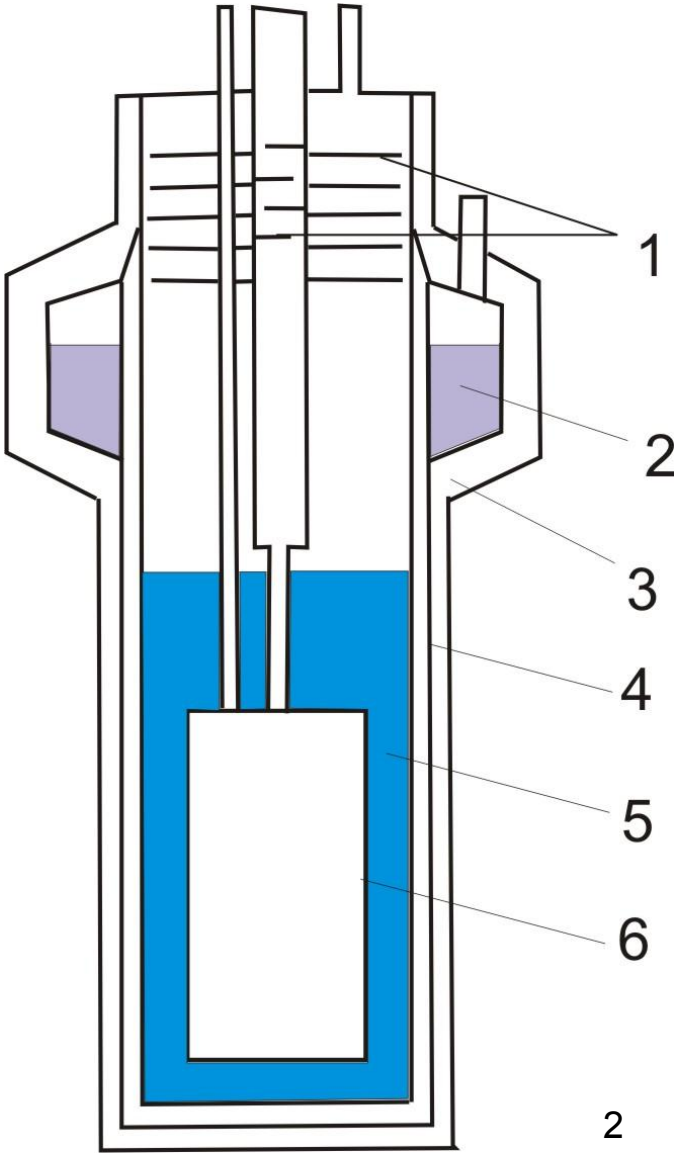
Теплопритоки. Задачи

Основные теплопритоки к криогенным элементам:
теплоприток по тепловой связи,
тепловое излучение тел (закон Стефана-Больцмана),
теплоприток по остаточному газу.
Джоулево тепло в проводах с током.
Расход гелия при наличии теплопритока.

Гелиевый криостат для физических исследований

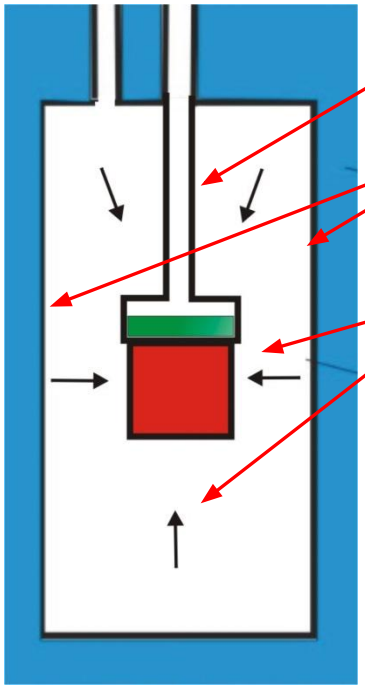
Криостат – устройство, в котором проводятся физические исследования при низких температурах.

Назначение - обеспечить получение и поддержание низкой температуры для изучаемого объекта.



1. радиационные экраны;
2. азотный бачок;
3. вакуумная полость;
4. азотный экран;
5. гелиевая емкость;
6. вакуумная рубашка

Теплопритоки к образцу



1) ***Теплоприток по тепловой связи***.

2) Теплоприток по ***тепловому излучению*** (при наличии вакуума).

3) Теплоприток по ***остаточному газу.***

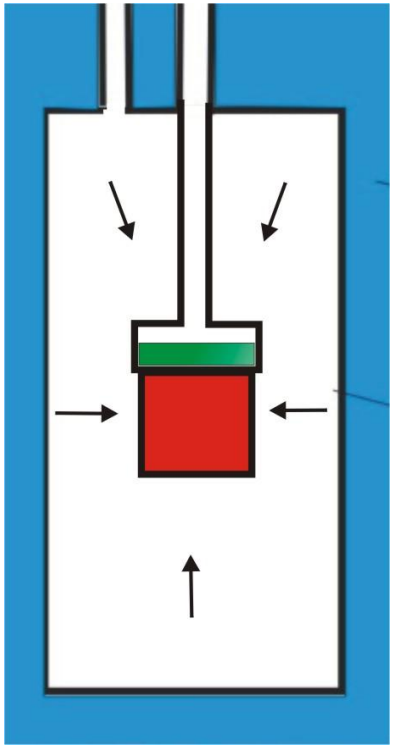
4) Другие типы теплопритока:

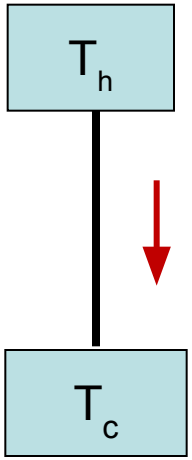
- джоулево тепло в проводах с током
- теплота адсорбции газов
- механические вибрации в магнитном поле (вихревые токи, токи Фуко)
- конвективный теплоперенос
- прочие (измерительная методика, излучения и др.)

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА КРИОГЕННЫХ ЖИДКОСТЕЙ

% в воздухе по объему	Жидкость	Молекулярный вес, *г/моль*	Плотность *г/л*	Температура кипения, (К)	Критическая температура (К)	Температура замерзания, (К)	Теплота испарения, (Р=1атм), кДж/л;	кДж/кг
78	Азот	28	807	77,4	126	63,1	160	198
$5\cdot10^{-5}$	Водород	2	71	20,4	33,2	13,9	32	454
20,95	Кислород	32	1140	90,2	154,3	54,3	242	212
$1,8\cdot10^{-3}$	Неон	20	1204	27,1	44,4	24,6	106	86
0,934	Аргон	40	1400	87,3	151	83,8	228	163
$5\cdot10^{-4}$	Гелий 4 Гелий 3	4 3	125 59	4,2 3,2	5,2 3,3	- -	2,56 0,7	20,4 11,9

Теплоприток по тепловой связи





Если имеется два тела с разной температурой, соединенные тепловой связью и $T_h > T_c$

q = - к(dT/dx);

к > 0 - закон Фурье.

$$q = \frac{dQ}{dt}\frac{1}{S}$$

тепловой поток через единицу площади

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} = qS = \kappa(T)\cdot S\cdot\frac{dT}{dx}$$

теплоприток по тепловой связи

$$\dot{Q} = \sum_i \frac{\kappa_i S \Delta T_i}{l}$$

κ_i - удельная теплопроводность [Вт/м·град]
S - площадь сечения
l - длина

$$\dot{Q} = \frac{S}{l}\int_{T_1}^{T_2}\kappa(T)dT$$

Интегральная теплопроводность *к(T)* - [Вт/м]

Средний коэффициент *к* в интервале T = 4,2 - 80 К

нержав. сталь	–	0,045	[Вт/см·К]
константан	–	0,14	[Вт/см·К]
медь	-	9,8	[Вт/см·К]

Задача 1

Найти теплоприток по обечайке из нержавеющей стали диаметром 60 мм, длина 30 см, толщина стенки 0,3 мм. 1) T_1 = 300 К, T_2 = 80 К; 2)T_1 = 80 К, T_2 = 4,2 К.

Ø = 60 мм

L = 30 см

δ = 0,3 мм

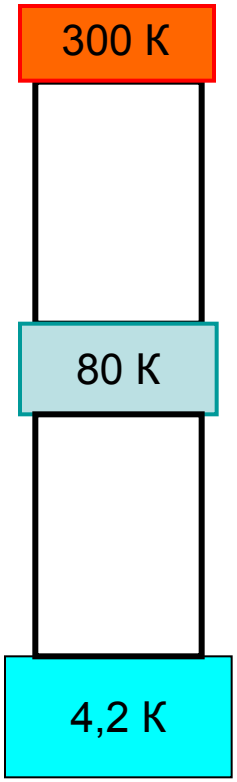
1)T_1 = 300 К

T_2 = 80 К

2) T_1 = 80 К

T_2 = 4,2 К

Q = ?



Для минимизации подвода тепла по стенкам и проводом при конструировании криостата приходится искать компромисс между низкой теплопроводностью и подходящими механическими свойствами материалов.

При возможности используют материалы с неупорядоченной структурой;

в металлических криостатах используют сплавы с низкой теплопроводностью, такие как константан (Cu-Ni) или нержавеющая сталь, при этом конструктивные элементы выполняются в виде набора тонкостенных трубок.

Среднее значение коэффициента теплопроводности [Вт/см·К]

Материал	T_h = 300 К T_c = 80 К	T_h = 300 К T_c = 4,2 К	T_h = 80 К T_c = 4,2 К	T_h = 4,2 К T_c = 2 К
Стекло пирекс	0,0082	0,0068	0,0025	0,0007
Нержав. Сталь	0,123	0,103	0,045	0,0022
Инконель	0,125	0,106	0,051	0,003
Нейзильбер	0,20	0,18	0,113	0,005
Константан (манганин)	0,22	0,2	0,14	0,006
Латунь	0,81	0,67	0,26	0,015
Медь (электролитеческая)	4,1	4,7	5,8	1
Медь (коммерческая)	1,9	1,6	0,8	0,07

$$\dot{Q} = \sum_i \frac{\kappa_i S \Delta T_i}{l}$$

$$\bar{k} = \frac{1}{T_h - T_c} \int_{T_c}^{T_h} k(T)\,dT$$

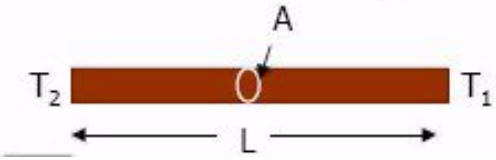
Интегральная теплопроводность

$$\bar{k}(T_1,T_2)=\int_{T_1}^{T_2} k(T)dT \quad \text{, [W/m]}$$

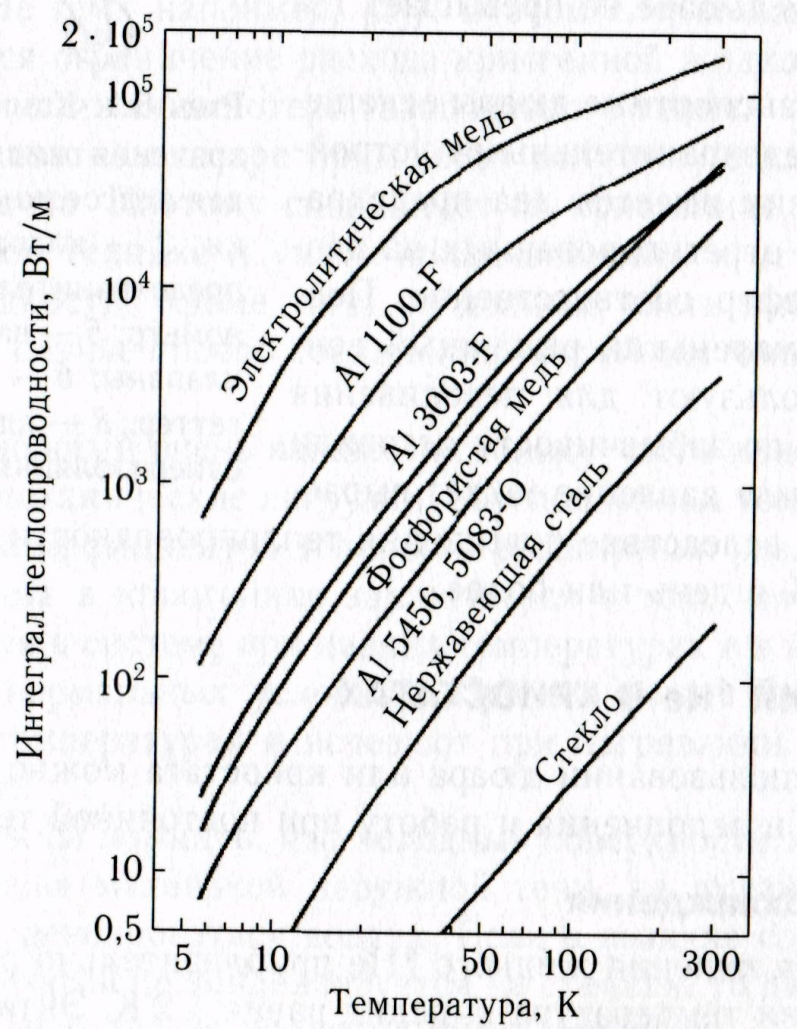
To use the graph

$$\bar{k}(T_1,T_2)=\bar{k}(0,T_2)-\bar{k}(0,T_1)$$

Heat conduction along a rod



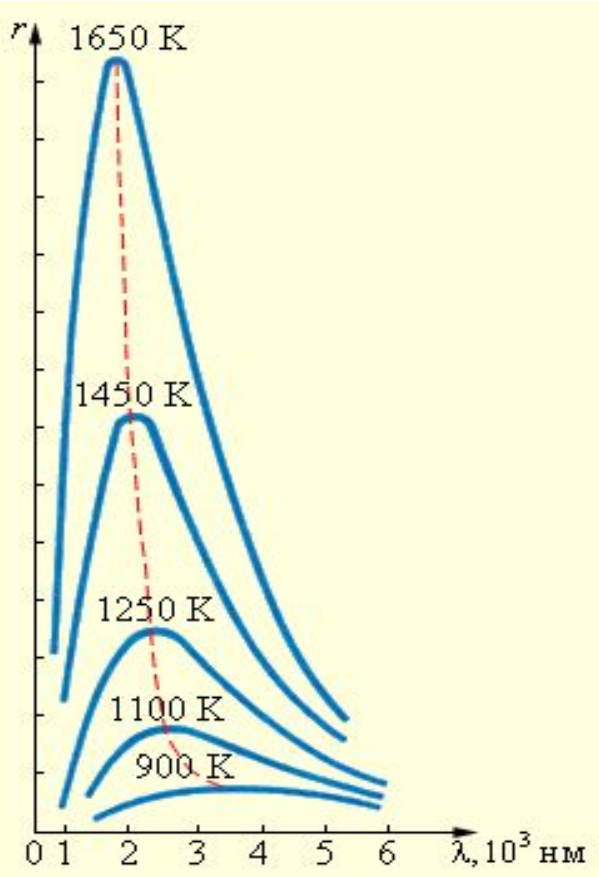
$$Q=\bar{k}(T_1,T_2)\frac{A}{L}$$



Многие материалы можно аппроксимировать как $\kappa \sim T^n$

Тепловое излучение тел

- **Равновесным тепловым излучением** называют излучение, при котором расход энергии тела на излучение компенсируется энергией поглощенного им излучения для каждой длины волны.
- Равновесное тепловое излучение не зависит от природы тел, а зависит только от его температуры.



$\lambda_{max} \cdot T = const$ *закон смещения* ***Вина***

$const = 2{,}898 \cdot 10^{-3}$ *м·К*

Максимум энергии излучения Солнца приходится на $\lambda \approx 0{,}47$ мкм (зеленая область спектра), что соответствует температуре наружных слоев Солнца $T \approx 6200$К.

Вселенная излучает как абсолютно черное тело с температурой $T = 2{,}725$ К.
Max спектра излучения $f_{max} = 150{,}4$ ГГц, что соответствует λ_{max}*=1,9 мм – реликтовое излучение.*
В этом излучении есть небольшая анизотропия.

Тепловое излучение тел

В 1879 году Йозеф Стефан на основе анализа экспериментальных данных пришел к заключению, что интегральная светимость R(T) **абсолютно черного тела** пропорциональна четвертой степени **абсолютной** температуры T:

$$R(T) = \sigma T^4.$$

В 1884 году Л. Больцман теоретически получил эту зависимость из термодинамических соображений.
Численное значение постоянной σ, по современным измерениям, составляет

$$\sigma = 5{,}671 \cdot 10^{-8}\ \text{Вт} / (\text{м}^2 \cdot \text{К}^4).$$

Нагретое тело за счет теплового излучения отдает внутреннюю энергию и охлаждается до температуры окружающих тел.

Холодные тела, поглощая излучение, нагреваются.

Такие процессы, которые могут происходить и в вакууме, называют радиационным теплообменом.
Если излучающее тело окружить оболочкой с идеально отражающей поверхностью, то через некоторое время эта система придет в состояние теплового равновесия.

Причина теплового излучения: атомы и молекулы состоят из заряженных частиц, поэтому вещество пронизано электромагнитными полями. При столкновениях атомы переходят в возбужденное состояние, при возврате в основное состояние происходит излучение.
Равновесное тепловое излучение не зависит от природы тел, а зависит только от его температуры.

Тепловое излучение тел

Закон Стефана–Больцмана

Лучистый теплоприток от поверхности с T_1 к поверхности с T_2:

$$\dot{Q} = \sigma A (T_1^4 - T_2^4) \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2}$$

$\sigma = 5{,}671 \cdot 10^{-8}$ Вт / (м^2 · К^4).

A – площадь поверхности

ε_1 и ε_2 – излучательная способность поверхности (от 0 до1)

ε - излучательная способность, коэффициент излучения (теплового излучателя), коэффициент черноты

Излучательная способность вещества зависит от вида материала, его температуры и состояния поверхности.

ε абсолютно черного тела равна 1.

Таблица 6

Материал	Коэффициент излучения при температуре в °К		
	300	78	4,3
Серебро	0,03	0,01	0,005
Медь	0,03	0,019	0,015
Алюминий	0,03	0,018	0,011
Нержавеющая сталь	0,10	0,06	0,034
Углеродистая сталь	0,6	—	—
Стекло	0,94	—	—

Относительная излучательная способность поверхности при данной температуре

$$\varepsilon = \frac{энергия_излучаемая_реальной_поверхностью}{энергия_излучаемая_черным_телом_при_той_же_температуре}$$

$\varepsilon\downarrow$ when $T\downarrow$

$\varepsilon\uparrow$ with the pollution of surfaces (oxidation, impurities, traces of grease)

ε – излучательная способность вещества
(коэффициент излучения, степень черноты)

Материал	Значения ε при температуре (в К)		
	300 К	78К	4,2К
медь (электрически полированная)	0,018	0,015	0,0062
медь (механически полированная)	0,03	0,019	0,015
серебро	0,03	0,01	0,005
алюминий	0,15	0,08	0,04
нержавеющая сталь	0,2	0,12	0,1
углеродистая сталь	0,6	-	-
латунь (полированная)	0,03	0,029	0,018
стекло	0,94	-	-

Задача 2

Гелиевая ванна с площадью поверхности 100 см^2 находится в вакуумной камере из полированной нержавеющей стали, стенки которой имеют комнатную температуру.
Вычислить теплоприток к гелиевой ванне за счет теплового излучения.

$A = 100$ см^2

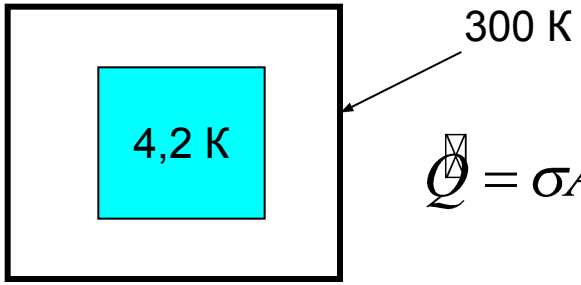
$T_1 = 300$ К

$T_2 = 4{,}2$ К

$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-12}$ Вт / см$^2 \cdot$К

$\varepsilon = 0{,}1$

$\dot{Q} = ?$

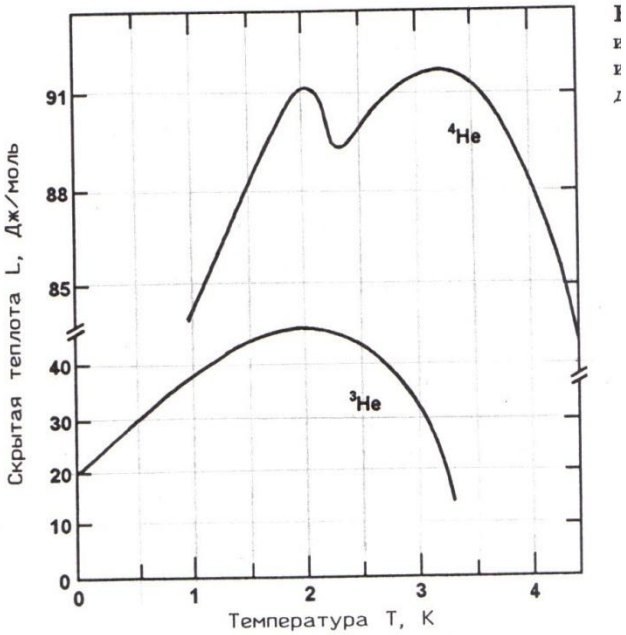


$$\dot{Q} = \sigma A (T_1^4 - T_2^4) \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2}$$

Сколько жидкого гелия испарится из этой ванны за час при таком теплопритоке ?

Теплота испарения гелия при 4,2 К
$q = 84$ Дж / моль.
Молярный объем при 4,2 К
$V_m = 32$ см^3 / моль.

$\dot{V} = ?$



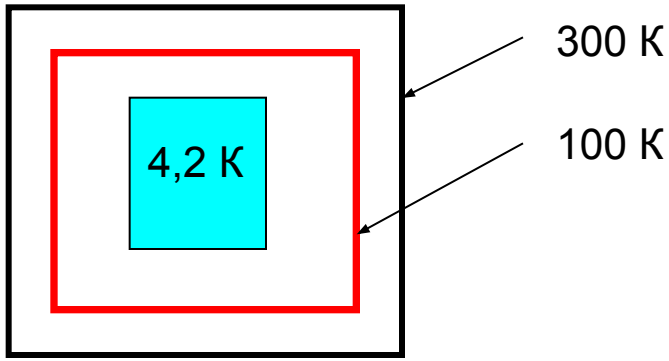
Задача 3

Решить задачу 2 при наличии азотного экрана из полированной меди

$A = 100$ см^2
$T_1 = 100$ К
$T_2 = 4{,}2$ К
$\sigma = 5{,}67 \cdot 10\text{-}12$ Вт / см^2 ·К
$\varepsilon_2 = 0{,}1$
Коэффициент излучения полированной меди
$\varepsilon_1 = 0{,}018$

$\dot{Q} = ?$

$\dot{V} = ?$



$$\dot{Q} = \sigma A (T_1^4 - T_2^4) \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2}$$

Относительная излучательная способность поверхности при данной температуре

$$\text{Emissivity } \varepsilon = \frac{\text{power radiated by a real surface}}{\text{power radiated by a black body at the same temperature}}$$

Material	T (°K)	ε_n
Silver	300	0.022
	76	0.008
	4	0.0044
Stainless steel 18-8	300	0.15
	76	0.061
	4	0.034
Aluminum annealing	300	0.03
Polish electrolytic	76	0.018
	4	0.011
Aluminum commercial		
rolled	76	0.02
Brush	76	0.06
Oxydised	76	0.21
Chromium	300	0.08
Copper polish electrolytic	300	0.018
	76	0.015
	4	0.006
Cuivre mecanical polish	300	0.03
	76	0.019
	4	0.015
tin	300	0.05
	76	0.013
	4	0.012
Polish brass	300	0.03
	76	0.029
	4	0.018
Nickel	300	0.045
	76	0.022
Gold	300	0.02
	76	0.01

$\varepsilon\downarrow$ when $T\downarrow$

$\varepsilon\uparrow$ with the pollution of surfaces (oxidation, impurities, traces of grease)

Таблица 6

Материал	Коэффициент излучения при температуре в °К		
	300	78	4,3
Серебро . . .	0,03	0,01	0,005
Медь	0,03	0,019	0,015
Алюминий . .	0,03	0,018	0,011
Нержавеющая сталь	0,10	0,06	0,034
Углеродистая сталь	0,6	—	—
Стекло	0,94	—	—

Тепловое излучение

Чтобы сохранять высокую отражательную способность металл следует покрывать позолотой во избежание окисления.

С помощью соотношения

$$\dot{Q} = \varepsilon \sigma A T^4$$

можно оценить полную мощность, излучаемую поверхностью площадью A = 1 см^2 при ε = 1.

При T = 300 К, она составляет 45 мВт,

что в пересчете на жидкий ^{4}He соответствует скорости испарения 70 см^3/ч.

Для T = 77 К эта величина уменьшается до 0,2 мВт/см^2,

что соответствует расходу гелия 0,3 см^3/ч.

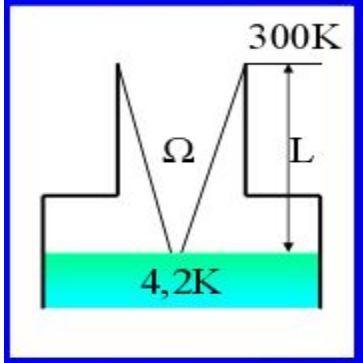
Поэтому части дюара, охлаждаемые до гелиевой температуры, окружают защитными полированным экранами, находящимся при промежуточной температуре.

Экраны охлаждаются отходящими парами гелия или находятся в хорошем тепловом контакте с резервуаром с жидким азотом.

Для уменьшения радиационного потока в обечайке криостата между холодной и теплой поверхностями размещают многослойные защитные экраны, не имеющие между собой теплового контакта: тонкую (~ 4 мкм) металлизированную теплоизоляционную пленку, между слоями которой помещают дополнительный тонкий слой стекловолокна.

Защитные экраны устанавливаются также в горловине дюара, чтобы перекрыть тепловое излучение в объем криостата от окружающей среды, находящейся при комнатной температуре.

Излучение по горловине



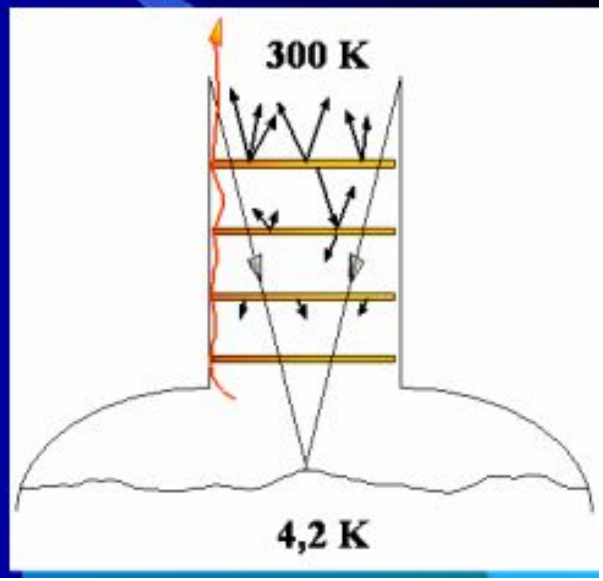
- We have : $Q_{Rcol} = S\varepsilon_e \sigma T^4 \cdot \Omega$

  $with\, T^4 = 300^4$

  $\Omega = solid\ angle = \dfrac{R^2}{R^2 + L^2}$

- Example
  - Ø = 150 mm then, S = 180 cm²
  - εΩ ~ 0.05 (typical value)
  - Qr_{col} = 0.38 watt
  - high values

- The cover plate radiates directly on the bath
  - Important losses!
- Solutions
  - *Thermal shields distributed along the neck*
  - *Low emissivity ($\varepsilon < 0.1$)*
  - *The heat recovered by the shields is evacuated by the vapors*



Теплоприток по остаточному газу

При анализе вакуумной системы прежде всего необходимо определить характер движения потока частиц, который может быть установлен на основании величины

критерия Кнудсена $\boxed{Kn = \frac{l}{d}}$

λ - длина свободного пробега молекулы,
d – расстояние между поверхностями теплообмена.

$$\boxed{\lambda = \frac{k_B T}{\sqrt{2}\pi d^2 P}}$$

d - диаметр молекулы
P - давление

Kn < 0,01 - непрерывный поток;
1 > Kn > 0,01 – смешанный поток
Kn >> 1 – свободно-молекулярный поток

При давлениях ниже 10^{-3} мм рт. ст. свободный пробег молекул становится значительно больше расстояний между поверхностями теплообмена.
В этом случае количество переносимого тепла зависит от числа молекул и, следовательно, давления *P*.

$$Q[вт] = 2435 \cdot a_0 \cdot \frac{(\gamma+1)}{(\gamma-1)} \frac{(T_1 - T_2)}{\sqrt{MT}} \cdot P \cdot A \ [м^2]$$

a_0 - коэффициент аккомодации, учитывающий неполноту обмена энергией между молекулами газа и поверхностями. Изменяется от 0,2 до 0,95.
При низких температурах приближается к 1.

γ - показатель адиабаты (C_P / C_V)
для воздуха – 1,41
M – молекулярная масса
для воздуха – 29 г/моль
P – давление в мм рт. ст.
A_2 – площадь в м^2

Теплоприток по остаточному газу

- Поверхность, находящаяся при температуре 4 К, действует как крионасос для всех газов за исключением гелия.

Когда средняя длина свободного пробега больше размеров контейнера, как это обычно и бывает, то тепловая мощность переносимая газом, может быть оценена как:

$$Q\,[\text{Вт}] = const \cdot a \cdot A\,[\text{см}^2] \cdot p\,[\text{мбар}] \cdot \Delta T[\text{К}]. \qquad const = \begin{cases} 0{,}028 & -He \\ 0{,}059 & -H_2 \\ 0{,}016 & -\text{воздух} \end{cases}$$

В этой формуле a - коэффициент аккомодации газа стенкой.

Это - очень неопределенный параметр, который для гелия и очень чистой поверхности может быть меньше 0,02.

Заметим, что p в формуле - это давление внутри вакуумной полости, которое отличается от давления, измеренного наружным прибором при комнатной температуре, подсоединенным к вакуумному пространству при низкой температуре.

Если гелий внутри криостата удалось охладить до температур ниже 1 К, то теплоподводом по остаточному газу обычно можно пренебречь.

Приближенные значения коэффициентов аккомодации α

Т, К	гелий	водород	воздух
300	0,3	0,3	0,8 – 0,9
78	0,4	0,5	1
20	0,6	1	-

Задача 4

Найти теплоприток по остаточному газу (гелию) при давлении 10^{-4} Тор к поверхности площадью 100см^2, T_1 = 80К, T_2 = 4,2К

P = 10^{-4} Тор
T_1 = 80 К
T_2 = 4,2 К
A = 100 см^2
α = 0,6
γ = 1,66

Q = ?

$$Q\ [\text{Вт}] = 0{,}02 \cdot a \cdot A\ [\text{см}^2] \cdot p \cdot \Delta T$$

P - [мбар]

T - [К]

$$Q[вт] = 2435 \cdot a_0 \cdot \frac{(\gamma+1)}{(\gamma-1)} \frac{(T_1 - T_2)}{\sqrt{MT}} \cdot P \cdot A\ [м^2]$$

Задача 5

Джоулево тепло в проводах с током

8 медных Ø 0,1мм;
4 константановых Ø 0,2мм;
L = 12 см
T_1 = 80 К
T_2 = 4,2 К
I_1 = 5 ma
I_2 = 1 ma

$\overline{Q}$ = ?

$$R(T) = \rho(T)\frac{L}{S}$$

$$\rho(средн) = \frac{1}{T_1 - T_2}\int_{T_2}^{T_1}\rho(T)dT$$

$$\overline{Q} = I^2 R$$

Для обычных медных проводов удельная проводимость

$\rho(78\ К) = 0{,}18\cdot10^{-6}$ ом·см
$\rho(4{,}2\ К) = 1\cdot10^{-9}$ ом·см
$\rho(средн) = 5\cdot10^{-8}$ ом·см

Для константановых проводов удельная проводимость

$\rho(средн) = 4\cdot10^{-5}$ ом·см

Приклади залікових задач

- Знайти теплоприток за рахунок випромінювання між тусклою і полірованою латунними пластинами з температурами 77 К та 4,2 К і площею поверхні по 100 см^2.
- Знайти теплоприток по обичайці з нержавіючої сталі діаметром 60 мм, довжина 30 см, товщина стінки 0,3 мм. T_1 = 77 К, T_2 = 4,2 К.
- Знайти теплоприток по залишковому гелієвому газу при тиску 10^{-5} Тор до поверхні площею 100см^2, T_1 = 80К, T_2 = 4,2К.
- Знайти теплоприток по 12 константановим проводам діаметром 0,1 мм, довжиною 50см, якщо T_1 = 77 К, T_2 = 4,2 К; $\kappa_к$ = 0,14 Вт/см ·К.
- Скільки випариться гелію при 4,2 К за 1 добу при теплопритоці 0,1 Вт? (теплота випаровування L = 2,56 Дж/см^3)
- Знайти Джоулів нагрів 5 мідних проводів діаметром 0,2 мм, довжиною 20 см. T1 = 77 К, T2 = 4,2 К; струм вимірювання 10 мкА; (ρ = $5\cdot10^{-8}$ Ом·см).
- При 4,2 К дала течію вакуумна рубашка. Знайти теплоприток по залишковому газу при тиску 10^{-3} Тор. Поверхня 100 см^2.
- Знайти швидкість випаровування азоту за 1 час при 78 К і теплопритоці 0,5 Вт.

  (теплота випаровування L = 160 кДж/л).
- В гелієвому д'юарі з нержавіючої сталі діаметром 40 см не встановили радіаційний екран. Скільки випариться гелію за 1 час за рахунок випромінювання при T = 4,2 К?