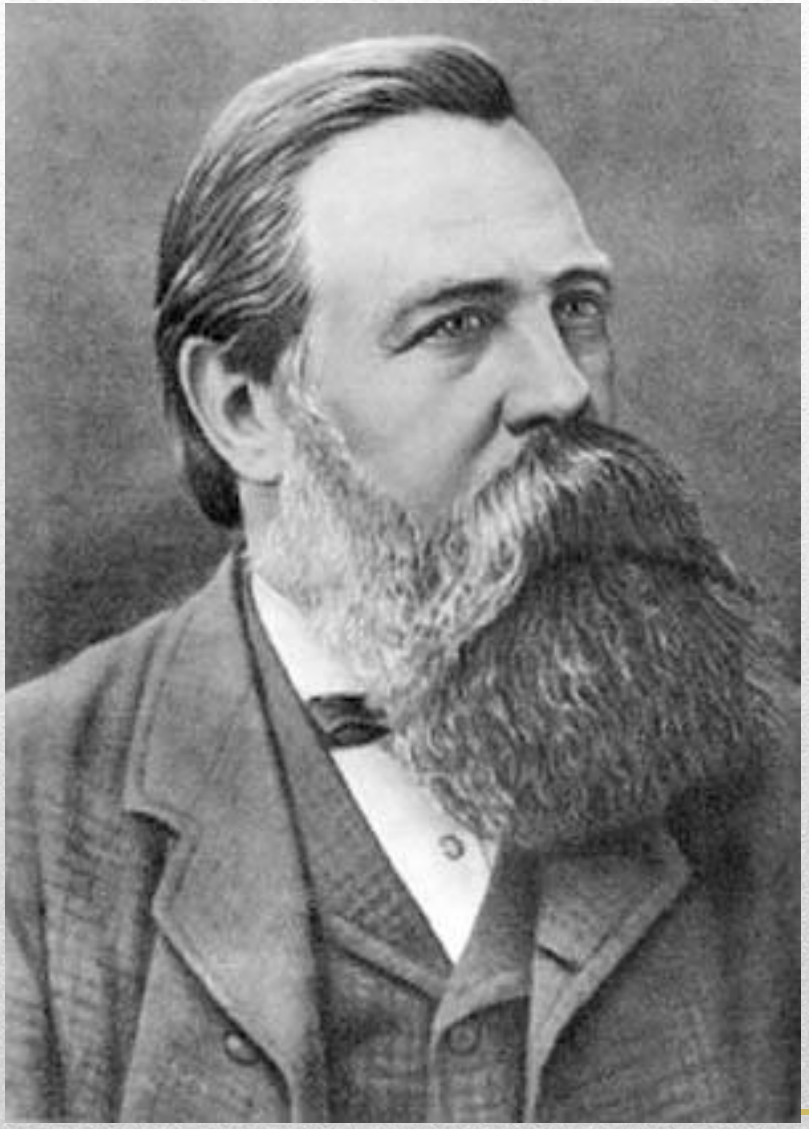
Производная и её применение в экономике

Подготовил: Кудрявцев Максим , студент группы РМ-21-1.



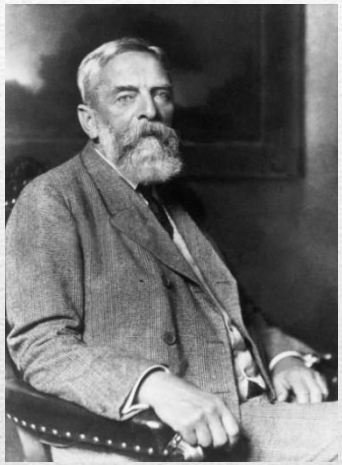
Современный экономист должен хорошо владеть количественными методами анализа. К такому выводу нетрудно прийти практически с самого начала изучения экономической теории.

Математика является не только орудием количественного расчета, но также методом точного исследования.

Ф.Энгельс в своё время заметил, что "лишь дифференциальное исчисление даёт естествознанию возможность изображать математически не только состояния, но и процессы: движение"/

Маржинализм

В XIX в. в области экономической теории произошло событие, которое впоследствии привело к подлинному перевороту в методах экономического поведения людей или фирм, изменило характер научно-экономического мышления. Во второй половине века была сформулирована теория маржинализма. Классиками этой теории стали экономисты австрийской школы **К. Менгер** (1840-1921), **Ф. фон Визер** (1851-1926), **Е. фон Бём-Баверк** (1851-1914), а также английский экономист **У.С. Джевонс** (1835-1882). "Marginal" в переводе с английского языка означает "находящийся на самом краю", "предельный", "граничный". К предельным величинам в экономике относятся: предельные издержки, предельный доход, предельная полезность, предельная производительность, предельная склонность к потреблению и т.д



Применение понятия производной

Пример 1.

Пусть производительность труда у есть функция от времени **y:x = f(t)**. Если переменная t получит приращение **Δt**, то изменение производительности труда за данный промежуток времени составит

Δy = f(t+ Δt) – f(t)

Среднее изменение производительности труда за единицу времени определим отношением

Δy\ Δt = f(t+ Δt) – f(t)\ Δt.

Предел этого отношения, если он существует, характеризует **рост производительности труда**

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

Пример 2.

Рост численности населения **N** в течение определенного времени t есть функция **N = f(t)**. Предел, если он существует, определяет **скорость роста населения.**

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta t}$$

Пример 3.

Расход природных ресурсов **Q** в течение времени **t** есть функция **Q = f(t).** Предел, если он существует определяет **скорость расхода ресурсов.**

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = Q'(t)$$

Пример 4.

Выручка **u** от продаж товара зависит от его количества **x:u = u(x)**. Предел, если он существует, называется **предельной выручкой**.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

Пример 5.

Издержки производства **К** зависят от количества выпускаемой продукции **x:К = К(x)**. Предел, если он существует, называется **предельными издержками**.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta K}{\Delta x}$$

Пример 6.

Процесс износа оборудования **T** в течение определенного времени **t** есть функция **T = T(t)**. Предел, если он существует, определяет **скорость износа оборудования**.

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta T}{\Delta t}$$

Задача 1

Цементный завод производит Х т. цемента в день. По договору он должен ежедневно поставлять строительной фирме не менее 20 т. цемента. Производственные мощности завода таковы, что выпуск цемента не может превышать 90 т. в день.

Определить, при каком объеме производства удельные затраты будут наибольшими (наименьшими), если функция затрат имеет вид:

$К = - x^3+98x^2+200x$.

Удельные затраты составят

$К/x= - x^2+98x+200$

Наша задача сводится к отысканию наибольшего и наименьшего значения функции

$У = - x^2+98x+200$ на промежутке **[20;90]**.

$y' = - 2x+98$

$y' = 0,\ - 2x+98 = 0,\ x = 49$

Вывод: **$x = 49$**, критическая точка функции. Вычисляем значение функции на концах промежутках и в критической точке.

$f(20) = 1760,\ f(49) = 260,\ f(90) = 320$.

Таким образом, при выпуске 49 тонн цемента в день удельные издержки максимальны, это экономически не выгодно, а при выпуске 90 тонн в день минимально, следовательно, можно посоветовать работать заводу на предельной мощности и находить возможности усовершенствовать технологию, так как дальше будет действовать закон убывающей доходности. И без реконструкции нельзя будет увеличить выпуск продукции.

Использование производной для решения задач по экономической теории

Задача 2

Предприятие производит X единиц некоторой однородной продукции в месяц. Установлено, что зависимость финансовых накопления предприятия от объема выпуска выражается формулой $\mathbf{f(x) = -0{,}02x^3+600x-1000}$.

Исследовать потенциал предприятия.

Функция исследуется с помощью производной.

$\mathbf{f'(x) = -0{,}06x^2+600}$

$\mathbf{f'(x) = 0,\ -0{,}06x^2+600 = 0,\ x = 100}$

Получаем, что при $\mathbf{x = 100}$ функция достигает максимума.

Вывод: финансовые накопления предприятия растут с увеличением объема производства до 100 единиц, при x =100 они достигают максимума и объем накопления равен 39000 денежных единиц. Дальнейший рост производства приводит к сокращению финансовых накоплений.

Математика успешно проникает в другие науки, во многом это происходит благодаря дифференциации. Язык математики универсален, что является эффективным отражением универсальности законов окружающего нас многообразия мира.

Понятие производной в экономике отвечает на многие важные вопросы:

- предельные показатели в микроэкономике помогают определить меру реакции величины спроса на данный товар или услугу
- оптимальный уровень налогообложения
- максимизация производства, где необходимо выполнение условия: предельные издержки должны равняться предельному доходу

СПАСИБО ШО ПОСЛУШАЛИ!!!