

# ПРОСТЕЙШИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

## Цели обработки изображений

- (1) улучшить качество изображения, опираясь на субъективное восприятие, обычно увеличивая его контраст (**image enhancement**);
- (2) уменьшить количество бит для представления изображения с минимальным искажением его контраста (**image compression**);
- (3) улучшить качество изображения в объективной манере, например, уменьшив размытость (**image restoration**);
- (4) выделить определенные характеристики изображения, которые могут быть использованы для идентификации его содержания (**feature extraction**).

## Качество изображения

Представляется сложной, в значительной степени субъективной концепцией, во многом зависящей от приложения. Например, изображение есть хорошего качества, если выполняются условия:

- (1) отсутствие шума на изображении;
- (2) нет размытости;
- (3) высокое разрешение;
- (4) хороший контраст.

На рис.5 видно, что уменьшение  $m$  приводит к появлению дополнительных линий.



Рис.5.  $249 \times 199$

На рис.6 видно, что уменьшение  $m$  при достаточно большом количестве пикселей слабо влияет на разрешение.



Рис.6

## Контрастность изображения

Это безразмерная величина, количественно выражаемая отношением яркости самой светлой области изображения к самой темной.

Одна из основных характеристик изображения, напрямую связанная с яркостью пикселей.

При увеличении контрастности изображения светлые участки (пиксели) становятся еще светлее, а темные темнее. В результате происходит перераспределение пикселей за счет среднего тонового диапазона. Часть из них переходит в свет, а часть в тени. При уменьшении контрастности изображения, наоборот происходит расширение среднего тонового диапазона за счет пограничных светов и теней. Темные пиксели становятся более светлыми, а светлые более темными и частично переходят в средние тона. Высококонтрастное изображение вообще может не содержать средние тона. И, наоборот, малоконтрастное изображение будет иметь преимущественно серый цвет.

Есть немало изображений, снятых при неблагоприятных условиях освещения, имеющие блеклый, унылый вид. Такие изображения нуждаются в повышении контрастности.

Контрастность показывает, насколько визуально различимы те или иные области (объекты, предметы) изображения. Она напрямую влияет на различимость деталей (рис.7).

---

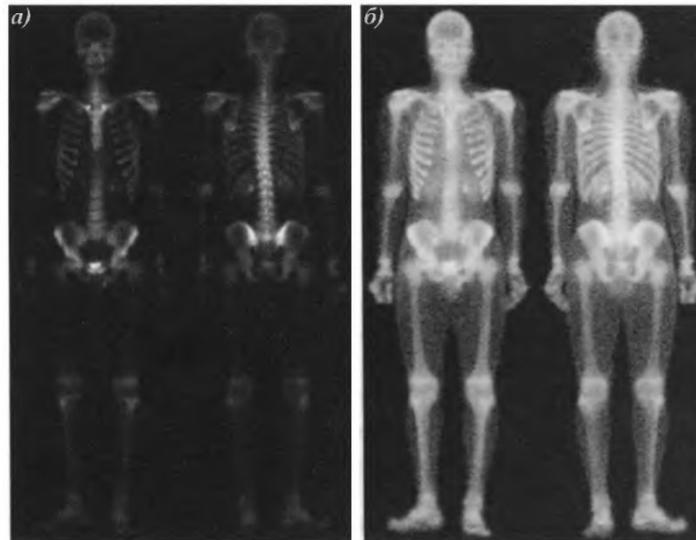
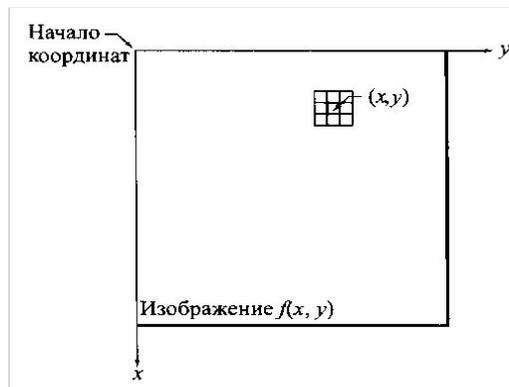


Рис.8

## Окрестностная обработка изображений

Пусть  $f(x, y)$  и  $g(x, y)$  – значения яркости исходного и преобразованного изображений, а  $T$  некоторый оператор, определенный в некоторой окрестности точки  $(x, y)$  и связывающий между собой эти изображения

$$g(x, y) = T[f(x, y)].$$



Простейшая форма преобразования  $T$  получается, когда окрестность имеет размер  $1 \times 1$  (т.е. состоит из одного пиксела). Поскольку такие преобразования зависят только от значения яркости, но не от точки  $(x, y)$  функцию преобразования яркости часто записывают в более простом виде

$$s = T(r)$$

где  $r$  обозначает яркость  $f$ , а  $s$  — яркость  $g$  в любой соответствующей точке  $(x, y)$  изображения.

Предположим, что минимальная и максимальная яркости исходного изображения равны  $f_{\min}$  и  $f_{\max}$  соответственно. Если эти параметры или один из них существенно отличаются от граничных значений яркостного диапазона, то визуализированная картина может выглядеть как на рис.2а.

Рис.2

## 2.1 Линейное преобразование

Линейный оператор

$$g(x, y) = af(x, y) + b,$$

где  $a, b$  – некоторые постоянные.

Параметры  $a, b$  определяются желаемыми значениями  $g_{\min}$  и  $g_{\max}$  выходной яркости. Решая систему уравнений

$$g_{\min} = af_{\min} + b,$$

$$g_{\max} = af_{\max} + b,$$

получим

$$a = (g_{\max} - g_{\min}) / (f_{\max} - f_{\min}),$$

$$b = (g_{\min} f_{\max} - g_{\max} f_{\min}) / (f_{\max} - f_{\min}).$$

Или в окончательном виде

$$g = (f - f_{\min})(g_{\max} - g_{\min}) / (f_{\max} - f_{\min}) + g_{\min}.$$

На рис.26 показан результат линейного преобразования при  $g_{\min} = 0$ ,  $g_{\max} = 255$ .

Второй способ заключается в том, что берутся такие  $a$  и  $b$ , которые приводят математическое ожидание и дисперсию поля яркости к некоторым "стандартным" величинам. Здесь предварительно оцениваются математическое ожидание и дисперсия входного поля –  $\mu_f, \sigma_f^2$ , и коэффициенты  $a, b$  выбираются так, чтобы для выходного поля получить "стандартные"  $\mu_g, \sigma_g^2$ :

$$g(n_1, n_2) = \frac{f(n_1, n_2) - \mu_f}{\sigma_f} \cdot \sigma_g + \mu_g = \frac{\sigma_g}{\sigma_f} \cdot f(n_1, n_2) + \mu_g - \mu_f \frac{\sigma_g}{\sigma_f},$$

то есть

$$a = \frac{\sigma_g}{\sigma_f}; \quad b = \mu_g - \mu_f \frac{\sigma_g}{\sigma_f}.$$

## 2.2 Выделение диапазона яркости

Выделение диапазона яркостей производится преобразованием, показанным на рисунке 3. Оно позволяет выделить те участки изображения, яркость которых соответствует заданному интервалу значений  $[f_1, f_2]$ . При этом остальные участки оказываются представленными некоторым «серым» фоном (имеют яркость, соответствующую уровню  $g_{\min}$ ). Такое преобразование позволяет повысить детальность наблюдаемой картины в выбранном диапазоне яркостей.

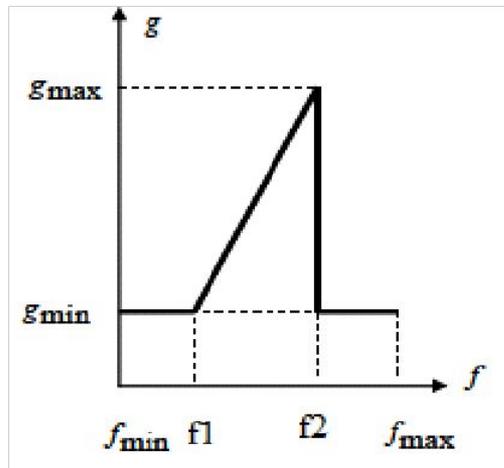


Рис.3

### 2.3 Негатив

Преобразование изображения, позволяющее сформировать негатив исходного изображения, определяется выражением

$$g(x, y) = 2^m - 1 - f(x, y).$$

Подобный переворот уровней яркости изображения создает эквивалент фотографического негатива. Этот тип обработки особенно подходит для выделения белых или серых деталей на фоне темных областей изображения, особенно когда темные области имеют преобладающие размеры. Пример показан на рис.4 . На исходном изображении представлена цифровая рентгенограмма молочной железы, демонстрирующая небольшое поражение. Несмотря на тот факт, что визуальное содержание на обоих изображениях является одним и тем же, заметим, насколько проще в данном случае анализировать молочную железу на негативном изображении.

Рис.4

## 2.4 Степенное преобразование

Определяется выражением

$$g(x, y) = c(f(x, y) - f_0)^\gamma,$$

где  $c, f_0, \gamma$  – неотрицательные постоянные. На рис.5 показан пример применения при  $c = 1, f_0 = 0, \gamma = 0.5$  (гамма коррекция).

Рис.5

## 2.5 Логарифмическое преобразование

Определяется выражением

$$g(x, y) = c \ln(1 + f(x, y)),$$

где  $c$  — некоторая константа.

Основное применение логарифмического преобразования состоит в сжатии динамического диапазона. Например, спектр Фурье часто имеет диапазон величин от 0 до  $10^6$  и даже выше. Если линейно масштабировать этот диапазон в интервал с 8-ми битной градацией, то при визуализации наиболее яркие пикселы будут доминировать, что приведет к утере деталей менее ярких участков спектра. Если применить функцию  $\ln$ , то динамический диапазон с амплитудой, например,  $10^6$ , сократится примерно до 14, что намного удобнее.

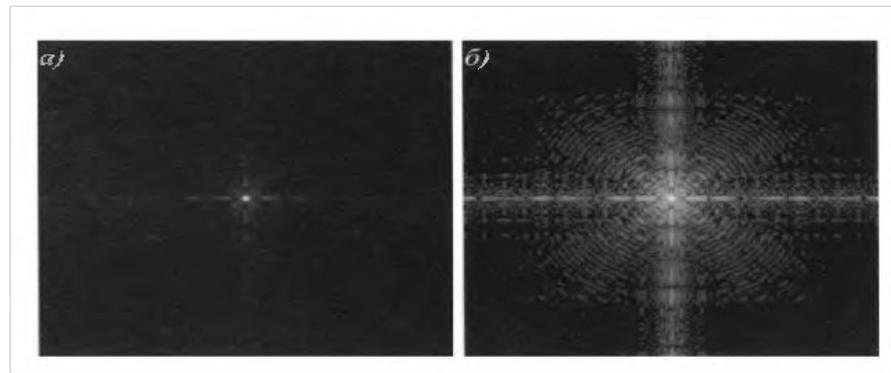


Рис.6

а) Спектр Фурье. б) Результат применения преобразования  $\ln$

## Функция `imadjust`

Является базовым инструментом пакета IPT при преобразованиях яркости полутоновых изображений:

$$g = \text{imadjust}(f, [\text{low.in}, \text{high.in}], [\text{low.out}, \text{high.out}], \text{gamma}) .$$

Параметр `gamma` служит для задания формы кривой, отображающей яркость  $f$  в яркость  $g$ . Если `gamma` меньше 1, то яркость отображения смещается вверх в сторону более ярких значений. Если `gamma` больше 1, то яркость отображения смещается вниз в сторону менее ярких значений. Если параметр `gamma` опущен, то его значение по умолчанию равно 1 (линейное отображение).

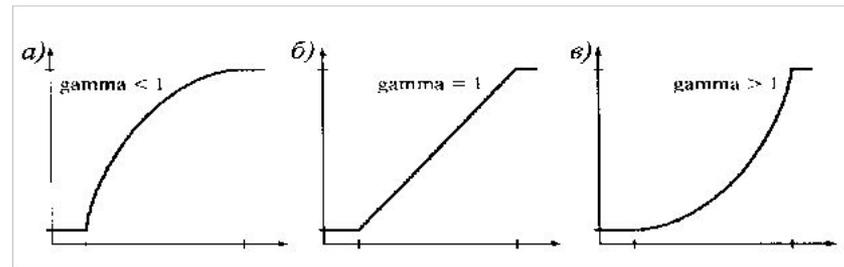


Рис.3

Команда

```
g2 = imadjust(f, [0.5 0.75], [1 0])
```

растягивает шкалу градации между 0.5 и 0.75 на весь интервал [0,1]. Такое преобразование может быть полезным для выделения некоторой полосы яркости.

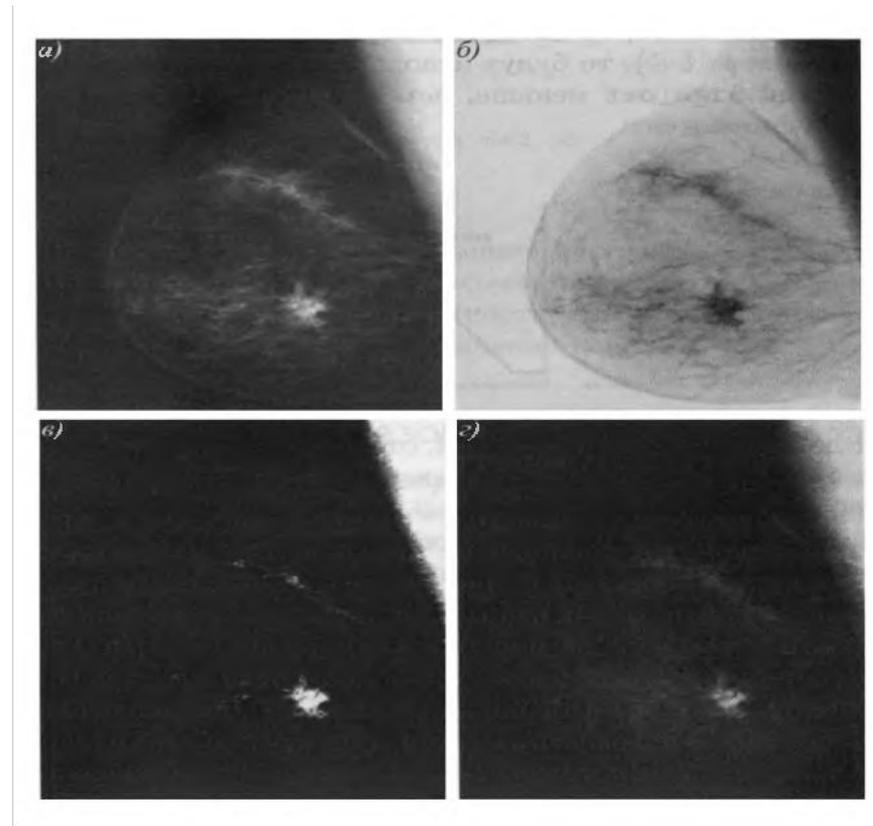


Рис.7

а) Исходная рентгенограмма молочной железы. б) Негативное изображение.

в) Результат расширения интенсивности из интервала  $[0.5, 0.75]$ .

г) Результат улучшения изображения с  $\gamma = 2$ .

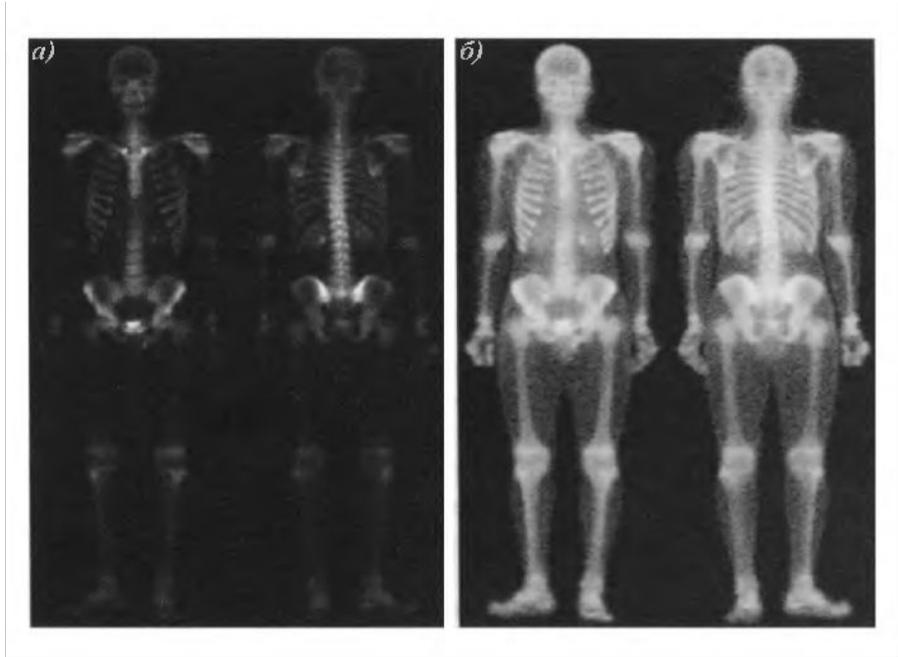


Рис.9

- а) Изображение при сканировании скелета.
- б) Улучшенное изображение после растяжения контрастности

Реализуется с помощью оператора

$$g = 1 ./ (1 + (m ./ (double(f) + eps)) .^ E)$$

## 2.6 Преобразование растяжения

Функция, показанная на рис. 8, а), называется функцией преобразования растяжения контрастности, поскольку она сжимает входные величины, меньшие чем  $m$  в более узкий поддиапазон темных уровней на выходном изображении, и, соответственно, величины, большие  $m$  в более узкую полосу ярких уровней. В результате получается изображение с большей контрастностью. В предельном случае, показанном на рис. 8, б), выходом служит двоичное (черно-белое) изображение. Эта предельная функция, называемая пороговой, является простейшим инструментом при сегментации изображений.

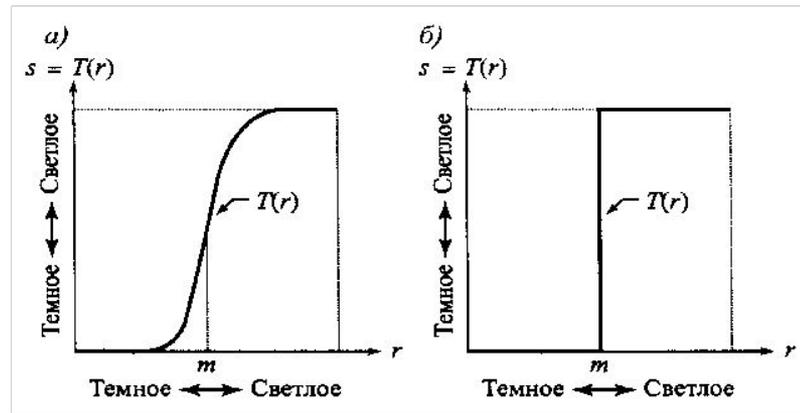


Рис. 8

## 2.6 Гистограммы

Функции преобразования изображений, основанные на информации, которая извлекается из гистограмм яркости изображений, играют ключевую роль при обработке изображений, совершаемой при решении задач улучшения изображений, их сжатия, сегментации и описания.

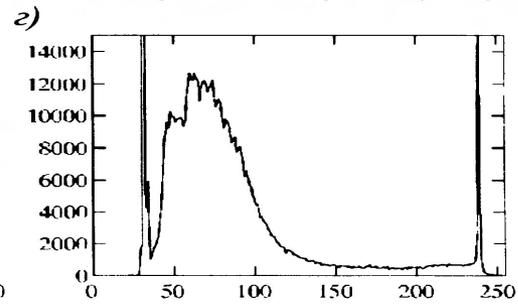
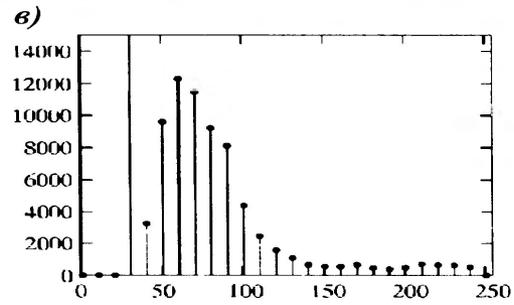
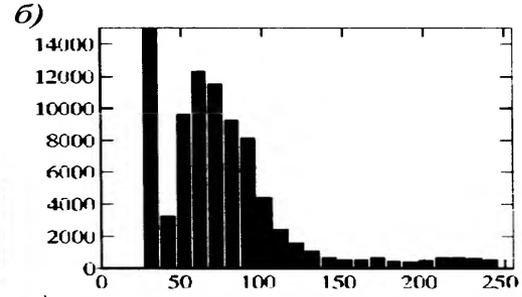
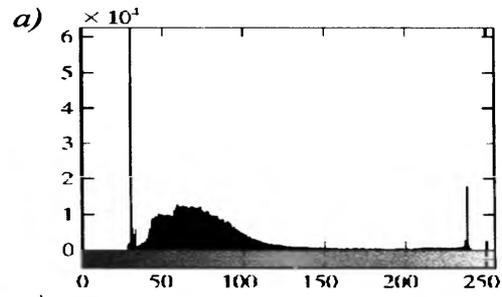
Гистограммой цифрового изображения, число возможных уровней яркости которого равно  $m$  называется дискретная функция

$$h(r_k) = n_k,$$

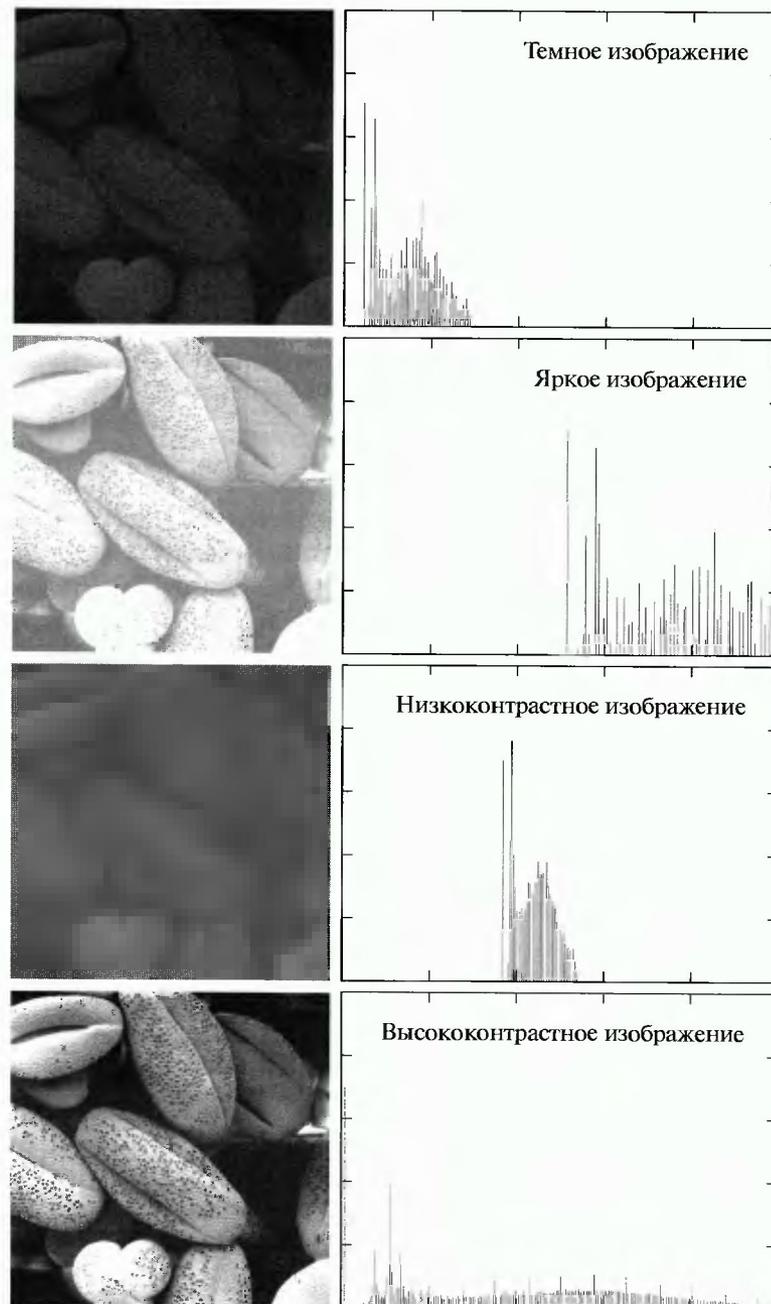
где  $r_k$  — это  $k$ -ый уровень яркости, а  $n_k$  — число пикселей изображения, уровень яркости которых равен  $r_k$ . Значение  $m$  равно 255 для изображений класса `uint8`, 65535 — для класса `uint16` и 1.0 — для класса `double`. Часто бывает удобно работать с нормированными гистограммами

$$P(r_k) = n(r_k) / n.$$

С точки зрения теории вероятностей, число  $P(r_k)$  — частота появления (присутствия) уровня интенсивности  $r_k$  в данном изображении.



На рис. представлена фотография пыльцы, сделанная на электронном микроскопе. Изображение увеличено примерно в 700 раз. Это изображение является весьма темным. Гистограмма этого изображения, объясняет природу изображения – у него имеется очень узкий динамический диапазон, который бы хотелось расширить.



## Эквализация гистограммы

Предположим на некоторое время, что уровни яркости являются непрерывными величинами, распределенными в диапазоне  $[0,1]$ . Пусть  $p_r(r)$  обозначает функцию плотности распределения вероятности уровней яркости данного изображения, где нижний индекс используется для различения PDF входного и выходного изображений.

Рассмотрим следующее преобразование входных уровней для получения выходных (обработанных) уровней яркости  $s$

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w)dw$$

Покажем, что функция распределения плотности выходных уровней является равномерной, т. е.

$$p_s(s) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq s \leq 1, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Другими словами, это преобразование порождает изображение, уровни яркости которого являются равновероятными и покрывают весь интервал  $[0,1]$ . Результат этого процесса эквализации изображения состоит в увеличении динамического диапазона уровней яркости, что обычно означает большую контрастность выходного изображения.

Функция,  $T(r)$  будучи функцией распределения, является однозначной монотонно не убывающей функцией. Будем дополнительно предполагать, что она монотонно возрастающая (рис.12).

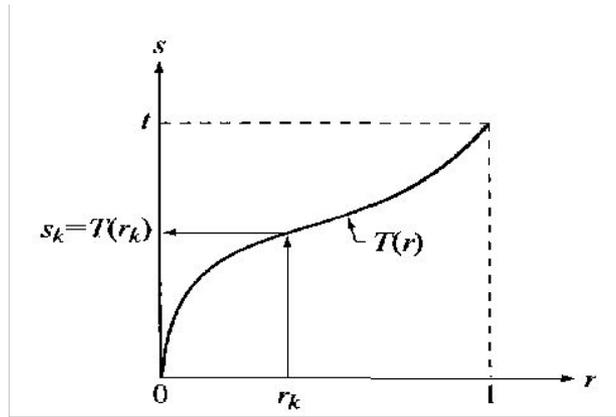


Рис.12

Это влечет существование обратной функции

$$r = T^{-1}(s)$$

и выражение для плотности распределения  $s$

$$p_s(s) = p_r(r) |dr/ds|.$$

Так как

$$ds/dr = p_r(r),$$

то

$$p_s(s) = p_r(r) |dr/ds| = p_r(r) |1/p_r(r)|, 0 \leq s \leq 1.$$

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=1}^k p_r(r_j) = \sum_{j=1}^k \frac{n_j}{n}$$

$$k=1,2,\dots,MN$$

## Гистограммная подгонка

Гистограммная эквализация совершается преобразованием, которое является адаптивным в том смысле, что оно зависит от гистограммы исходного изображения. Однако если функция преобразования уже вычислена, то она не будет меняться, пока не изменится само изображение. Как уже отмечалось в предыдущем параграфе, гистограммная эквализация улучшает изображение путем расширения диапазона его уровней до более широкой шкалы яркости. В этом параграфе будет показано, что такая процедура не всегда приводит к удовлетворительному результату. Поэтому в конкретных приложениях полезно уметь задавать форму гистограммы, которую желательно иметь для обработанного изображения. Метод построения обработанного изображения с заданной гистограммой называется гистограммной подгонкой или гистограммной спецификацией. Этот метод, в принципе, очень прост. Рассмотрим сначала непрерывные величины, распределенные на отрезке  $[0, 1]$ , и пусть  $r$  и  $z$  обозначают, соответственно, уровни яркости входного и выходного изображений. Входные уровни имеют функцию плотности вероятности  $p_r(r)$ , а функция плотности вероятности выходного изображения обозначается  $p_z(z)$ . Как было установлено, преобразование

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w)dw$$

дает яркость уровней  $s$ , которые имеют равномерную плотность вероятности  $p_s(s)$ .

Зададим переменную  $z$  со следующим свойством:

$$H(z) = \int_0^z p_z(w) dw = s.$$

Полученные уровни яркости должны иметь предписанную плотность  $p_z(z)$ . Из предыдущих двух уравнений следует, что

$$z = H^{-1}(s) = H^{-1}[T(r)].$$

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=1}^k p_r(r_j) = \sum_{j=1}^k \frac{n_j}{n}$$

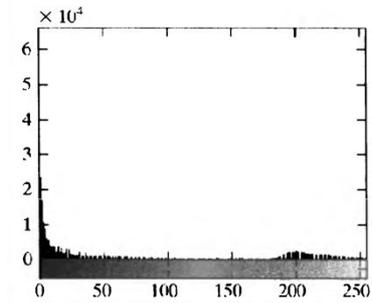
$$H(z_k) = \sum_{i=0}^k p_z(z_i) = s_k$$

$$z_k = H^{-1}(T(r_k)) = H^{-1}(s_k)$$

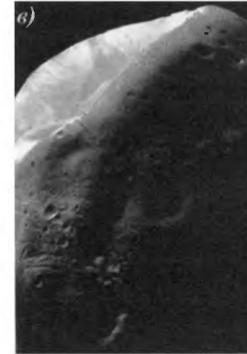
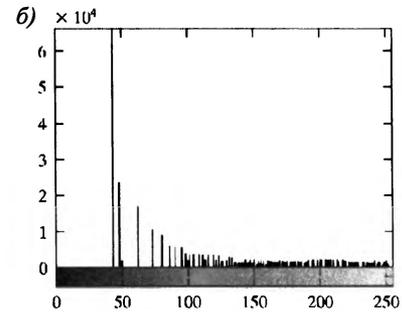
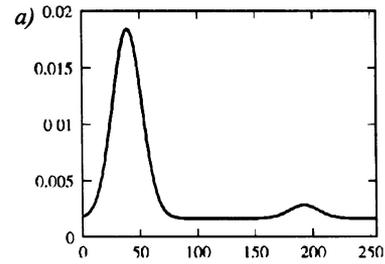
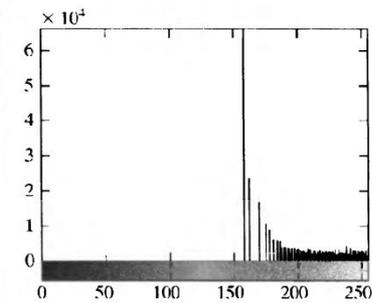
$$k = 1, 2, \dots, MN$$



а)



б)



а)

Рис. 13. а) Изображение Фобоса, спутника Марса, б) гистограмма, в) гистограммно-эквализованное изображение, г) гистограмма

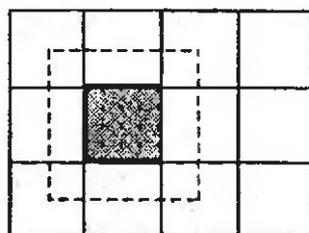
## *Адаптивные преобразования яркости*

Выше мы рассмотрели большое число различных поэлементных преобразований. Некоторые из них опирались на статистику данных, то есть требовали предварительного анализа изображения (например, получения гистограммы).

Статистические характеристики могут быть оценены только по самому изображению. До сих пор мы считали их неизменными по всему полю, то есть неявно предполагали, что изображения описываются моделью стационарного случайного поля. Однако во многих практически важных случаях функция яркости не является стационарной. При этом многие из рассмотренных выше процедур оказываются неработоспособными (или не обеспечивают требуемое качество обработки). Для нестационарных полей используются адаптивные (то есть подстраивающиеся под локальные статистические характеристики) методы.

Простейший подход к построению адаптивных процедур заключается в том, что всё изображение разбивается на небольшие фрагменты, на каждом из которых оцениваются (и используются при обработке) "локальные" характеристики изображения. Каждый фрагмент обрабатывается независимо, как отдельное изображение со стационарными свойствами (тогда здесь принимается квазистационарная модель поля яркости). Достоинство такого подхода – простота, недостаток – плохая стыковка обработанных фрагментов: на полученном изображении образуются заметные скачки яркости (контуры) по линиям "швов".

Чтобы устранить этот недостаток, оценку локальных характеристик делают зависимой от соседних фрагментов. В этом случае фрагменты, на которых используются локальные характеристики, и участки, по которым они определяются, становятся несовпадающими по размерам: первые по-прежнему стыкуются, а вторые – перекрываются.



## Адаптивное повышение контраста

Здесь, как и в неадаптивном методе линейного контрастирования, вычисляется функция

$$g(n_1, n_2) = a f(n_1, n_2) + b,$$

но коэффициенты преобразования меняются по полю изображения:

$$a = a(n_1, n_2), \quad b = b(n_1, n_2).$$

Эти коэффициенты строятся на базе локальных оценок статистических характеристик. Чаще всего (потому что проще всего) оцениваются локальные средние и дисперсии  $\mu_f(n_1, n_2)$ ,  $\sigma_f(n_1, n_2)$ , а далее рассчитываются коэффициенты преобразования, обеспечивающего требуемые  $\mu_g$ ,  $\sigma_g^2$  (см. выше):

$$a(n_1, n_2) = \frac{\sigma_g}{\sigma_f(n_1, n_2)}; \quad b(n_1, n_2) = \mu_g - \mu_f(n_1, n_2) \frac{\sigma_g}{\sigma_f(n_1, n_2)}.$$

Так как изменения яркости на малом фрагменте обычно невелики (то есть  $\sigma_f(n_1, n_2)$  мало), то в результате преобразования именно эти небольшие изменения растягиваются на всю шкалу. Эффект повышения контраста здесь существенно выше, чем при использовании неадаптивного метода с глобальной оценкой дисперсии.

### *Адаптивное преобразование гистограмм*

Это то же самое, что было и раньше, но только теперь преобразуются гистограммы, определённые по локальным фрагментам. Очень популярная процедура – скользящая эквализация. Внешний эффект от обработки примерно такой же, как и при адаптивном контрастировании, только здесь "стандартизируются" не только числовые характеристики распределения, но и сам его вид.

"Глобальная" гистограмма здесь тоже получается близкой к требуемой, но не совпадает с ней точно.

