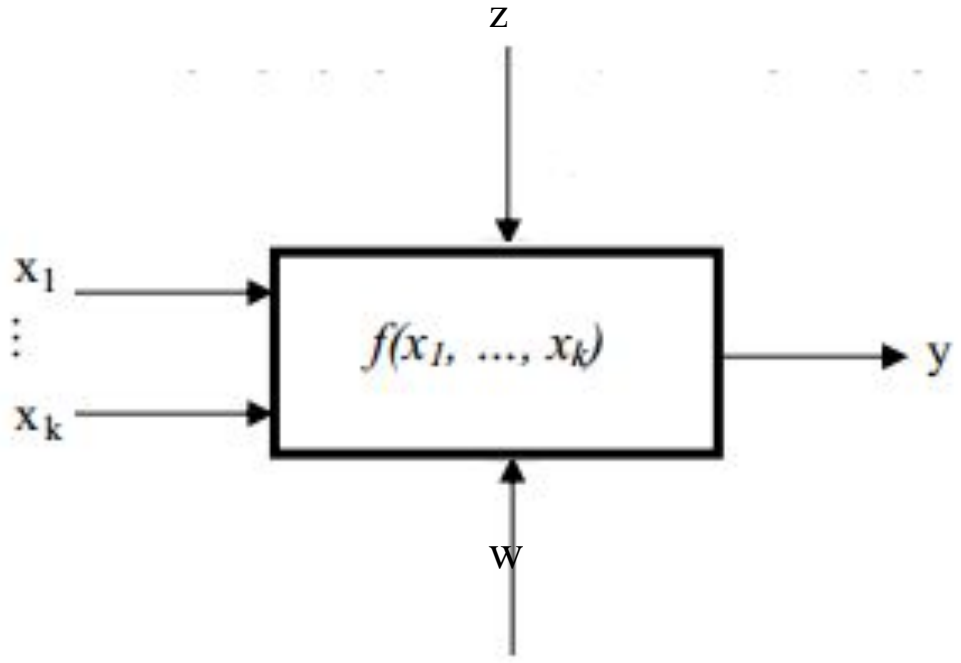


# ***ПЛАНИРОВАНИЕ И ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА***

*Зверев Егор Александрович к.т.н., доцент каф. ПТМ*

## Содержание курса ПиОПЭ

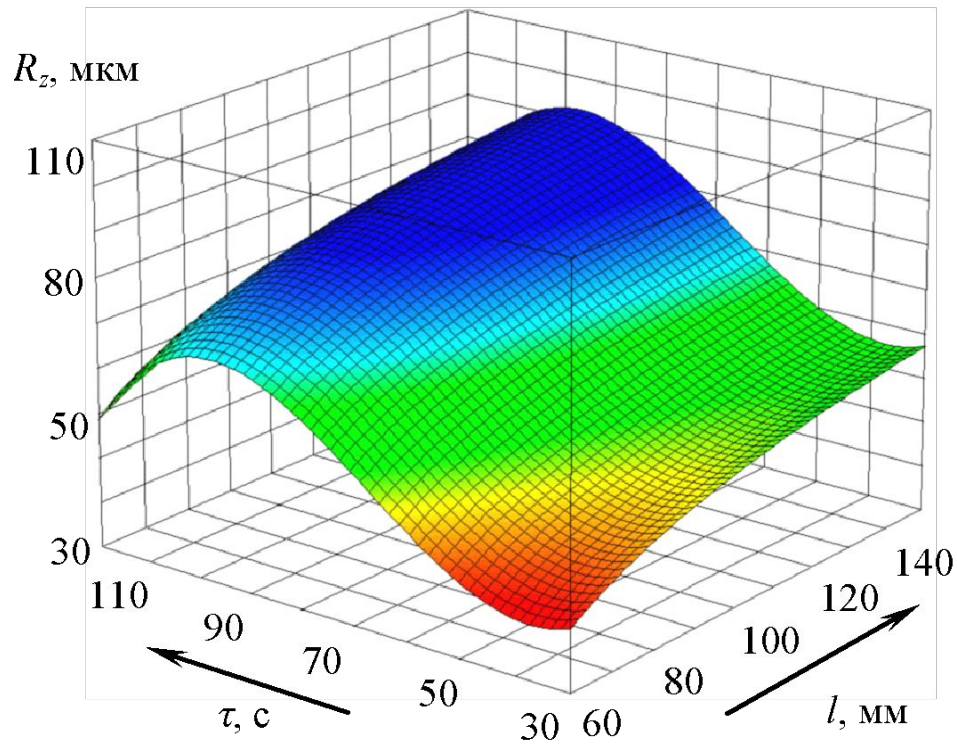
1. Случайные величины и параметры их распределений.
2. Законы распределения случайных величин.
3. Статистические гипотезы.
4. Факторный анализ.
5. Планирование первого порядка.
6. Математические планы второго порядка.
7. Полный факторный эксперимент.
8. Дробный факторный эксперимент.
9. Корреляционный анализ.
10. Регрессионные зависимости.
11. Оценивание с помощью доверительного интервала.
12. Отсев грубых погрешностей.
13. Методы поиска оптимальных решений.



*Модель объекта исследования в виде  
черного ящика*

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k).$$

# Функциональные зависимости



Зависимость шероховатости поверхности от параметров процесса

$$R_z(l, \tau) = 131,6 - \frac{2351,2}{l} - 3,72\tau + 0,07\tau^2 - 3,44 \cdot 10^{-4}\tau^3$$

## *Регрессионные зависимости*

### *Квадратичный полином*

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 + b_{123}x_1x_2x_3$$

где  $b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii}$  – коэффициенты регрессии

# Уровни и интервалы варьирования входных факторов

Факторы	Уровни варьирования					Интервалы варьирования
	-1,25	-1	0	+1	+1,25	
$X_1$ – техфактор $T_1$	116	120	135	150	160	15
$X_2$ – техфактор $T_2$	13	15	20	25	27	5
$X_3$ – техфактор $T_3$	80	90	120	150	160	30

Переход от безразмерных к натуральным величинам

$$X_i = \frac{c_i - c_{i0}}{\varepsilon},$$

где  $X_i$  – кодированное значение фактора;

$\varepsilon$  – интервал варьирования;

$c_i$  и  $c_{i0}$  – значения фактора (текущее значение и значение на нулевом уровне).

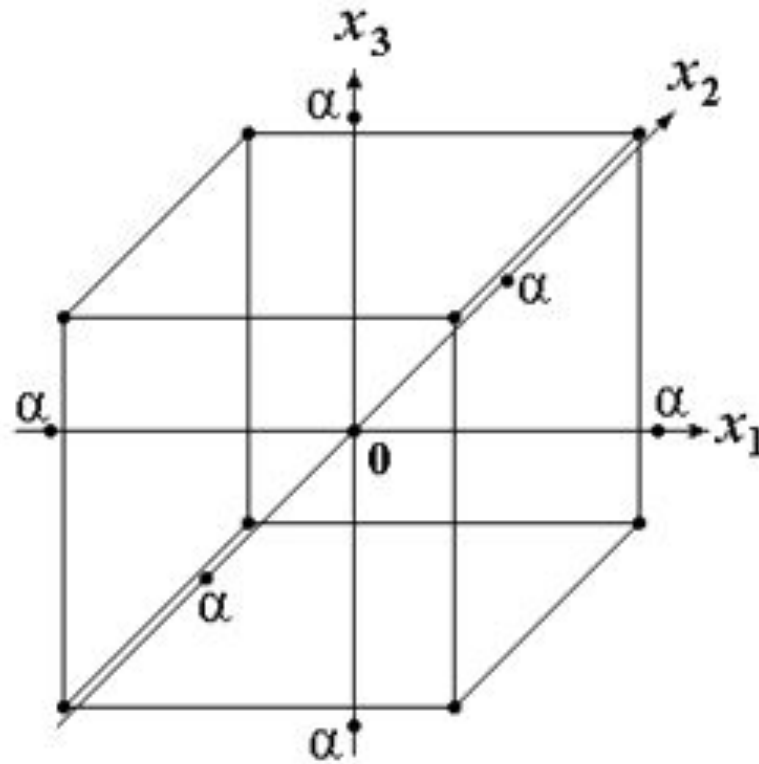
*Пример:*

$$X_1 = \frac{T_1 - 135}{15}; \quad X_2 = \frac{T_2 - 20}{5}; \quad X_3 = \frac{T_3 - 120}{30}.$$



# Выбор плана проведения эксперимента

Планы второго порядка



Графическое представление ОЦКП для  $n=3$

Матрица ортогонального центрально-  
композиционного плана

$U$	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1$ $x_2$	$x_1x_3$	$x_2x_3$	$x_1x_2x_3$	$Y$
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	$Y_1$
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	$Y_2$
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	$Y_3$
4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	$Y_4$
5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	$Y_5$
6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	$Y_6$
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	$Y_7$
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	$Y_8$
9	+1	-1,215	0	0	0	0	0	0	$Y_9$
10	+1	+1,215	0	0	0	0	0	0	$Y_{10}$
11	+1	0	-1,215	0	0	0	0	0	$Y_{11}$
12	+1	0	+1,215	0	0	0	0	0	$Y_{12}$
13	+1	0	0	-1,215	0	0	0	0	$Y_{13}$
14	+1	0	0	+1,215	0	0	0	0	$Y_{14}$
15	+1	0	0	0	0	0	0	0	$Y_{15}$
$\sum_{U=1}^N x_{iU}$	<b>N</b>	0	0	0	0	0	0	0	
$\sum_{U=1}^N x_{iU}^2$	<b>15</b>	10,952			8				

Пример

## Матрица планирования эксперимента

№	Техфактор $T_1$	Техфактор $T_2$	Техфактор $T_3$	$T_1$	$T_2$	$T_3$
				$X_1$	$X_2$	$X_3$
1	120	15	90	-1	-1	-1
2	150	15	90	+1	-1	-1
3	120	25	90	-1	+1	-1
4	150	25	90	+1	+1	-1
5	120	15	150	-1	-1	+1
6	150	15	150	+1	-1	+1
7	120	25	150	-1	+1	+1
8	150	25	150	+1	+1	+1
9	116	20	120	-1,25	0	0
10	160	20	120	+1,25	0	0
11	135	13	120	0	-1,25	0
12	135	27	120	0	+1,25	0
13	135	20	80	0	0	-1,25
14	135	20	160	0	0	+1,25
15	135	20	120	0	0	0

*Пример*

## Результаты исследований

№ опыта	Показатель качества $K_1$	Показатель качества $K_2$	Показатель качества $K_3$
1	18,0	22,0	22,3
2	25	13,7	48,7
3	15,5	20,1	14,3
4	23,1	16,2	34,7
5	12,7	23,4	12,7
6	18,0	17,2	28,7
7	9,8	25,1	7,3
8	18,8	17,4	22,3
9	16,4	16,3	20,3
10	26,4	4,0	42,0
11	14,4	23,1	29,3
12	13,2	25,9	13,67
13	20,9	16,2	30,0
14	16,1	21,5	12,67
15	19,2	16,3	24,3

## Расчет коэффициентов уравнений регрессии

$$\hat{y}_u = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 + b_{123}x_1x_2x_3$$

$$b_i = \frac{\sum_{u=1}^N x_{iu}y_u}{\sum_{u=1}^N x_{iu}^2},$$

где  $N$  – общее число опытов;

$x_{iu}$  – кодированное значение  $i$ -го фактора в  $u$ -ом опыте;

$y_u$  – текущее значение выходного фактора в  $u$ -ом опыте.

# Оценка значимости коэффициентов регрессии и проверки адекватности полученных уравнений

$$t_i = \frac{b_i}{S\langle b_i \rangle}$$

Критерий Стьюдента

$$F = \frac{S_{\text{ад}}^2}{S^2\langle \bar{y} \rangle}$$

Критерий Фишера

*Пример*

Система регрессионных уравнений технологического процесса в безразмерных величинах

$$y_1 = 18,14 + 3,74x_1 - 0,72x_2 - 2,58x_3 + 2,02x_1^2 - 3,11x_2^2 + 0,53x_1x_2,$$

$$y_2 = 18,94 - 3,01x_1 + 0,7x_2 + 1,78x_3 - 4,04x_1^2 + 3,98x_2^2 + 2,9x_3^2 + 0,6x_1x_2,$$

$$y_3 = 24,5 + 9,47x_1 - 4,48x_2 - 6,38x_3 + 4,06x_1^2 - 2,48x_2^2 - 2,59x_3^2 - 1,94x_1x_3$$

*Пример*

## Система регрессионных уравнений технологического процесса в натуральных величинах

$$K_1 = 130,62 - 2,316T_1 + 3,878T_2 - 0,086T_3 + 0,009T_1^2 - 0,124T_2^2 + \\ + 0,007T_1T_2,$$

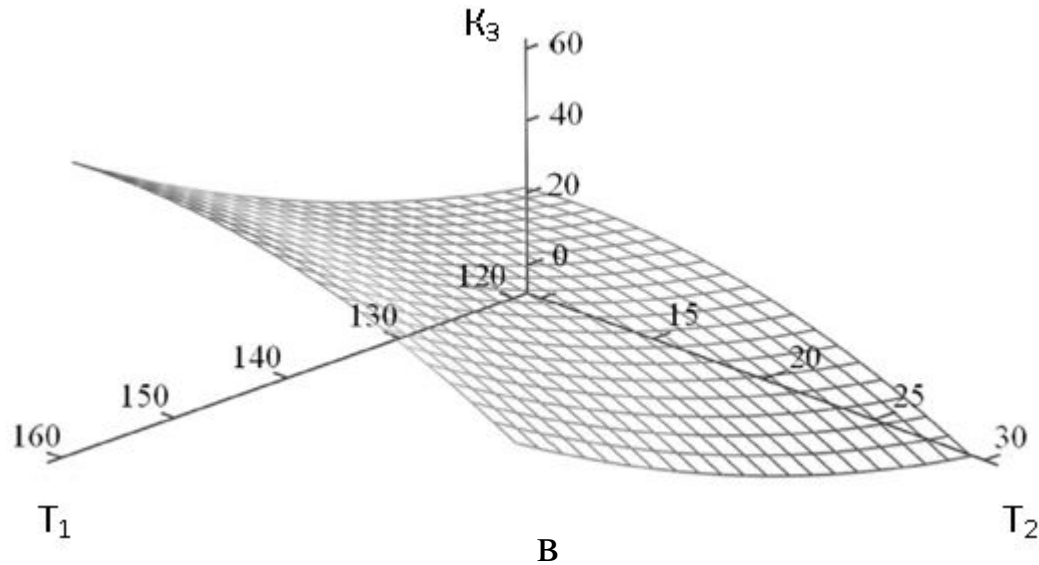
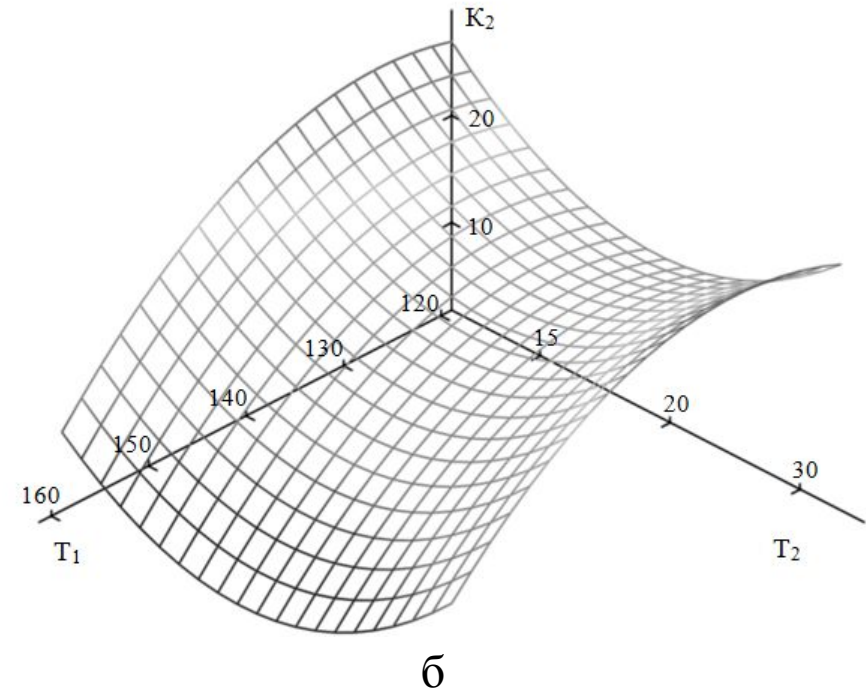
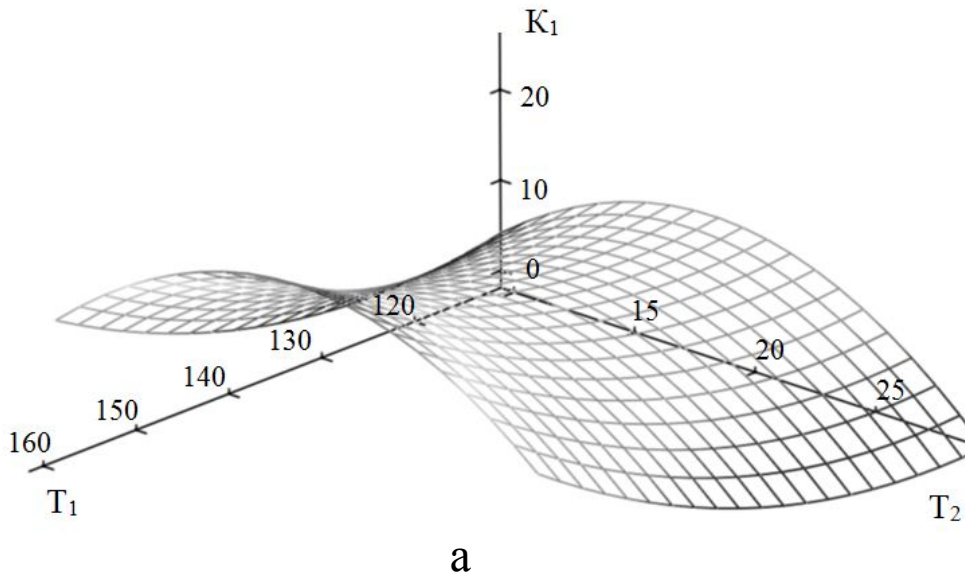
$$K_2 = -159,45 + 4,48T_1 - 7,308T_2 - 0,714T_3 - 0,018T_1^2 + 0,159T_2^2 + \\ + 0,003T_3^2 + 0,008T_1T_2,$$

$$K_3 = 161,22 - 3,713T_1 + 0,018T_1^2 + 3T_2 - 0,099T_2^2 + 1,06T_3 - 0,003T_3^2 - \\ - 0,004T_1T_3.$$



Пример

# Графическое отображение системы регрессионных уравнений



# *Степенные зависимости*

*Зависимость степенного вида*

$$K_i = C_i T_1^\alpha T_2^\beta T_3^\gamma$$

где  $T_1, T_2, T_3$  – технологические факторы;  
 $C_i, \alpha, \beta, \gamma$  – коэффициент и показатели степени

Пример

Матрица проведения эксперимента по математическому  
плану второго порядка

№ Эк- пери- мента	Технологические факторы							Результаты эксперимента	
	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	Кодовые обозначения				Среднее значение K <sub>1</sub>	y=lgK <sub>1</sub>
				X <sub>0</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>		
1	120	15	90	+1	-1	-1	-1	51,73	1,714
2	150	15	90	+1	+1	-1	-1	82,47	1,916
3	120	25	90	+1	-1	+1	-1	31,50	1,498
4	150	25	90	+1	+1	+1	-1	64,67	1,811
5	120	15	150	+1	-1	-1	+1	24,00	1,380
6	150	15	150	+1	+1	-1	+1	54,03	1,733
7	120	25	150	+1	-1	+1	+1	19,30	1,286
8	150	25	150	+1	+1	+1	+1	43,17	1,635
9	134	19	116	+1	0	0	0	54,01	1,788
10	134	19	116	+1	0	0	0	60,03	1,778
11	134	19	116	+1	0	0	0	58,15	1,763
12	134	19	116	+1	0	0	0	49,40	1,690

## *Расчет коэффициентов степенных уравнений*

$$\alpha = \frac{\theta_1}{\lg T_{1\max} - \lg T_{1\min}}; \quad \gamma = \frac{\theta_3}{\lg T_{3\max} - \lg T_{3\min}};$$

$$\beta = \frac{\theta_2}{\lg T_{2\max} - \lg T_{2\min}}; \quad C = 10^{\theta_0 - \alpha \lg T_{1\min} - \beta \lg T_{2\min} - \gamma \lg T_{3\min}}.$$

$$\theta_0 = \frac{1}{12}(y_1 + y_2 + \dots + y_{12});$$

$$\theta_1 = \frac{1}{8}(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4 - y_5 + y_6 - y_7 + y_8);$$

$$\theta_2 = \frac{1}{8}(-y_1 - y_2 + y_3 + y_4 - y_5 - y_6 + y_7 + y_8);$$

$$\theta_3 = \frac{1}{8}(-y_1 - y_2 - y_3 - y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8).$$

*Пример*

*Степенная зависимость*

$$K_1 = 0,64 T_1^{1,52} T_2^{-0,291} T_3^{-0,492} .$$