

# Разбор задач ЕГЭ

Кодирование чисел.  
Системы счисления.



# Задача 1.

В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 18 записывается в виде 30. Укажите это основание.

Решение.

Пусть  $x$  – неизвестное основание системы, тогда справедливо равенство:

$$3 \cdot x^1 + 0 \cdot x^0 = 18;$$

$$3 \cdot x = 18;$$

$x = 6$ , основание системы 6.

# Задача 1.

Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 71 оканчивается на 13.

Решение.

Минимально возможная система счисления – 4, т.к. у нас есть цифра 3.

Пусть основание искомой системы =  $X$ , тогда

$X^2 * c + 1 * X^1 + 3 * X^0 = 71$ , где  $c$  – натуральное число либо 0.

Зная что  $X^0 = 1, X^1 = X$ , получим  $X^2 * c + X + 3 = 71$ .

Отсюда

$$c = \frac{\frac{(71 - 3)}{x} - 1}{x} = \frac{68 - x}{x^2}$$

Чем больше  $X$ , тем меньше  $c$ , поэтому значения  $c$  не превышают  $(68-4)/(4*4)=4$ . Переменная  $c$  [0..4]

# Задача 1.

Получаем:

а) при  $c=0$ ,  $X=68$ .

б) при  $c=1,2,3$  решения — не целые числа;

в) при  $c=4$ ,  $X_1=4$  и  $X_2=-4.25$  условию натуральности соответствует только первое решение.

Ответ 4,68

# Задача 2.

Укажите, сколько всего раз встречается цифра 2 в записи чисел 10, 11, 12, ..., 17 в системе счисления с основанием 5.

Решение.

Переведем числа 10 и 17 (первое и последнее) в систему с основанием пять:

$10_{10} = 20_5$ ,  $10_{10} = 32_5$ , затем выпишем все числа,

находящиеся между этими двумя и содержащие двойку:

$20_5$ ,  $21_5$ ,  $22_5$ ,  $23_5$ ,  $24_5$ ,  $32_5$  – всего 7 двоек.

Ответ 7

# Задача 3.

Запись числа 180 в системе счисления с основанием  $N$  содержит 3 цифры и оканчивается на 0. Перечислите в порядке возрастания все возможные основания системы счисления.

Решение.

$$N^2 \cdot x + N^1 \cdot y + 0 \cdot N^0 = 180$$

$$N \cdot (N \cdot x + y) = 180$$

Максимальное  $N$  достигается при  $x=1, y=0$ , т.е.  $N_{\max} = 13$ .

Почему  $x$  не равен 0? Ответ прост, тогда бы мы имели двузначное число, а это противоречит условию.

Почему  $N_{\max} = 13$ ? Потому что мы выбираем ближайшее целое значение  $<$  либо  $=$  корню 180.

Так как последняя цифра 0, выходит что 180 разделилось на основание системы нацело и в остатке вышел 0. Следовательно основание системы – делитель числа 180 и этот делитель не превышает 13. Делители:

2,3,4,5,6,9,10,12

# Задача 3.

Не все делители подойдут. Можно проверить их подстановкой, окажется, что подойдут только 6,9,10,12.

А

Ответ 6,9,10,12

# Задача 3.

Сколько единиц содержится в двоичной записи результата выражения:

$$2^{2014} - 2^{512}$$

Решение.

$2^{2014}$  в двоичной записи будет иметь вид:  $\underbrace{100000\dots000}_{2014 \text{ нулей}}$

$2^{512}$  в двоичной записи будет иметь вид:  $\underbrace{1000\dots00}_{512 \text{ нулей}}$

$$\begin{array}{r} 10000\dots00000\dots00 \\ - \phantom{10000\dots00000\dots00} \\ \hline 1111\dots11000\dots000 \end{array}$$

512 нулей

Ответ 1502



# Вопросы.

Запись числа 23 в некоторой системе счисления выглядит так:  $212_q$ . Найдите основание системы счисления  $q$ .

А

Ответ 3

# Вопросы.

Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 70 трехзначна.

А

Ответ 5

# Вопросы.

Найдите основание системы счисления, в которой выполнено сложение:  $144 + 24 = 201$ .

А

Ответ 7

# Вопросы.

Запись числа 338 в системе счисления с основанием  $N$  содержит 3 цифры и оканчивается на 2. Чему равно максимально возможное основание системы счисления?

А

Ответ 16

# Вопросы.

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 101?

А

Ответ 5,13,21

# Вопросы.

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 30, запись которых в системе счисления с основанием 5 начинается на 3?

А

Ответ 3,15,16,17,18,19 2014г. Кирсанов Илья Андреевич ©

# Вопросы.

Решите уравнение:  $100_7 + x = 210_5$ . Ответ запишите в шестеричной системе (основание системы счисления в ответе писать не нужно).

А

Ответ 10

# Вопросы.

Сколько единиц содержится в двоичной записи результата выражения:

$$(32 * 10_{16})^{333} - 2^{2012} - 4^{999}$$

А

Ответ 986



# Вопросы.

Докажите что  $N^3 \cdot x + N^2 \cdot y + N + 3$  можно представить в виде  $N^2 \cdot z + N + 3$ , где  $z$  целое число.

Ответ:

$N^3 \cdot x + N^2 \cdot y + N + 3 = N^2 \cdot (N \cdot x + y) + N + 3$ , где  $N$ ,  $x$  и  $y$  – целые числа.

Произведение и сумма целых чисел есть целое число.

А

При каких натуральных значениях параметров  $x$  и  $y$ , переменная  $N$  в функции  $N^2 \cdot y + N \cdot x = 200$ , принимает своё максимальное значение?

Ответ:

$X=1, Y=1.$