Метод Крамера

ПОДГОТОВИЛ

СТУДЕНТ ГРУППЫ ПС-13 ТИТОВ Д.А.

Метод Крамера и его проис

- Метод Крамера (Крамера правило) — способ решения квадратных систем линейных алгебраических уравнений с ненулевым определителем основной матрицы (причем для таких уравнений решение существует и единственно). Создан Габриэлем Крамером в 1750 году.

Габриэль Крамер 1704-1752
один из создателей линейной алгебры

ПРОИСХОЖДЕНИЕ

- Крамер рассмотрел систему произвольного количества линейных уравнений с квадратной матрицей. Решение системы он представил в виде столбца дробей с общим знаменателем — определителем матрицы. Термина «определитель» (детерминант) тогда ещё не существовало (его ввёл Гаусс в 1801 году), но Крамер дал точный алгоритм его вычисления: алгебраическая сумма всевозможных произведений элементов матрицы, по одному из каждой строки и каждого столбца. Знак слагаемого в этой сумме, по Крамеру, зависит от числа инверсий соответствующей подстановки индексов: плюс, если чётное. Что касается числителей в столбце решений, то они подсчитываются аналогично: n-й числитель есть определитель матрицы, полученной заменой n-го столбца исходной матрицы на столбец свободных членов.
- Методы Крамера сразу же получили дальнейшее развитие в трудах Безу, Вандермонда и Кэли, которые и завершили создание основ линейной алгебры. Теория определителей быстро нашла множество приложений в астрономии и механике (вековое уравнение), при решении алгебраических систем, исследовании форм и т.д.
- Крамер провёл классификацию алгебраических кривых до пятого порядка включительно. Любопытно, что во всём своём содержательном исследовании кривых Крамер нигде не использует математический анализ, хотя он бесспорно владел этими методами.

Определи́тель (или детермина́нт) — одно из основных понятий линейной алгебры.
Это многочлен, комбинирующий элементы квадратной матрицы таким образом, что его значение сохраняется при транспонировании и линейных комбинациях строк или столбцов.

Определитель матрицы A обозначается как: det(A), |A| или Δ(A).

ПРИМЕНЕНИЕ НА ДЕЛЕ

- В данном примере мы будем разбирать систему 3-х линейных уравнений с 3-мя переменными.
- в первую очередь необходимо найти определитель Δ,
- но вопрос как?

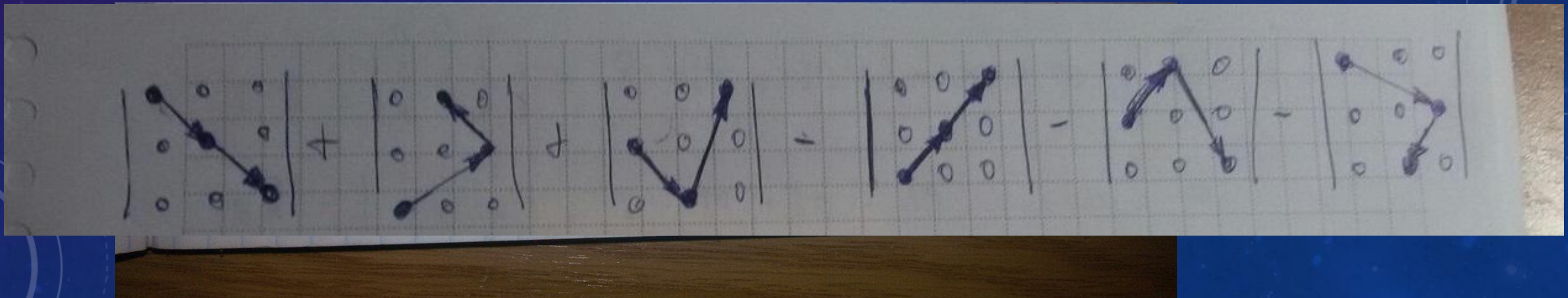
$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases}$$

- Все просто но тут как раз легко запутаться и проблематично запомнить ☺️

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases}$$

Лично я это понимал ☺️ так как если всмотреться в решение примера то можно наблюдать постоянно повторяющийся порядок действий.



Придётся найти таким же способом 3 значения:

- ΔX
- ΔУ
- ΔZ

Но все не так просто, тут то как раз тоже очень много ошибок из за невнимательности.

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases}$$

- $$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases} \qquad \begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases}$$

ПРИМЕР

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases}$$

Вычислим определитель основной матрицы системы

- $$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases}$$

- Вычислим вспомогательные определители (ΔX, ΔУ, ΔZ)

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1\,x + \; b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2\,x + \; b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3\,x + \; b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases}$$

- По формулам Крамера найдем неизвестные.

$$\begin{cases} a_1\,x + \; b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2\,x + \; b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3\,x + \; b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases} \begin{cases} a_1\,x + \; b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2\,x + \; b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3\,x + \; b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases} \begin{cases} a_1\,x + \; b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2\,x + \; b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3\,x + \; b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases}$$

Таким образом, x = 0; y = 1; z = 3.

ПРОВЕРКА

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases}$$

x = 0

y = 1

z = 3

- $$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = k_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = k_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = k_3 \end{cases}$$

СПАСИБО ЗА ПРОСМОТР