

# Аттестационная работа

Слушателя курсов повышения квалификации по программе:  
«Проектная и исследовательская деятельность как способ  
формирования метапредметных результатов обучения в  
условиях реализации ФГОС»

Горская Наталия Владимировна

Западный филиал РАНХиГС

На тему:  
**НЕВОЗМОЖНОЕ ВОЗМОЖНО**

<http://ppt-online.org/138163>



**«НЕВОЗМОЖНОЕ ВОЗМОЖНО!»**

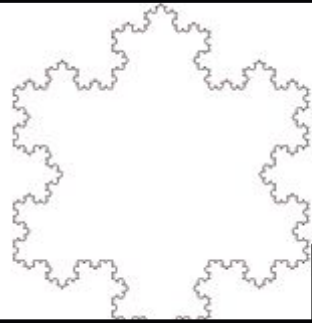
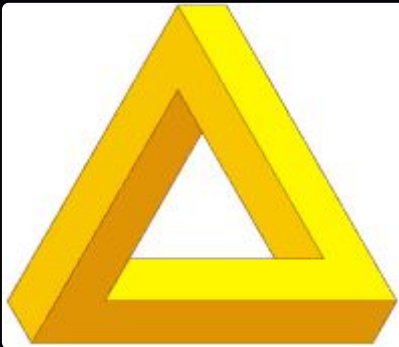
**«КРАСОТА ПРИВЛЕКАЕТ,  
ИССЛЕДОВАНИЕ УВЛЕКАЕТ»**

**ИССЛЕДОВАНИЕ УВЛЕКАЕТ»**

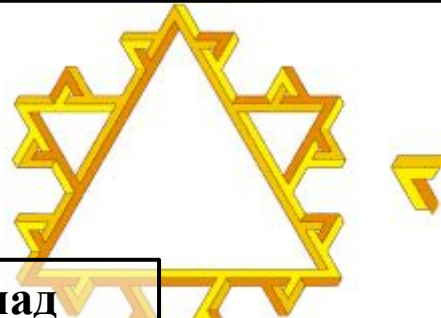
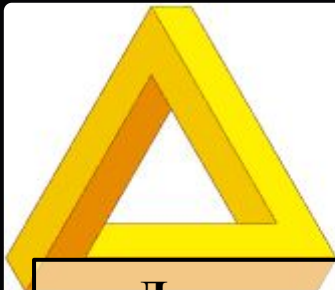
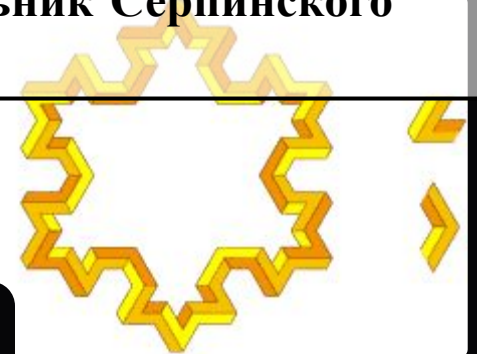


**Главное-  
не забывать  
правило трёх  
“Н”:  
Нет  
Ничего  
Невозможного!**

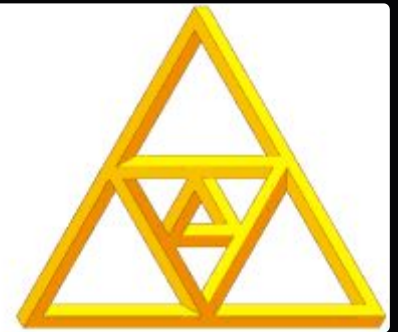
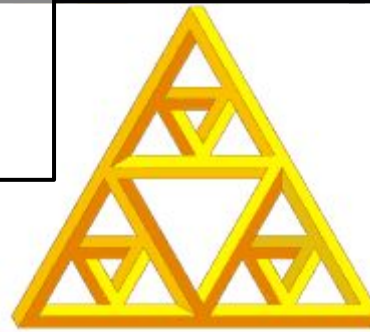
**Фрактальные  
невозможные фигуры,  
созданные Камероном  
Брауном**



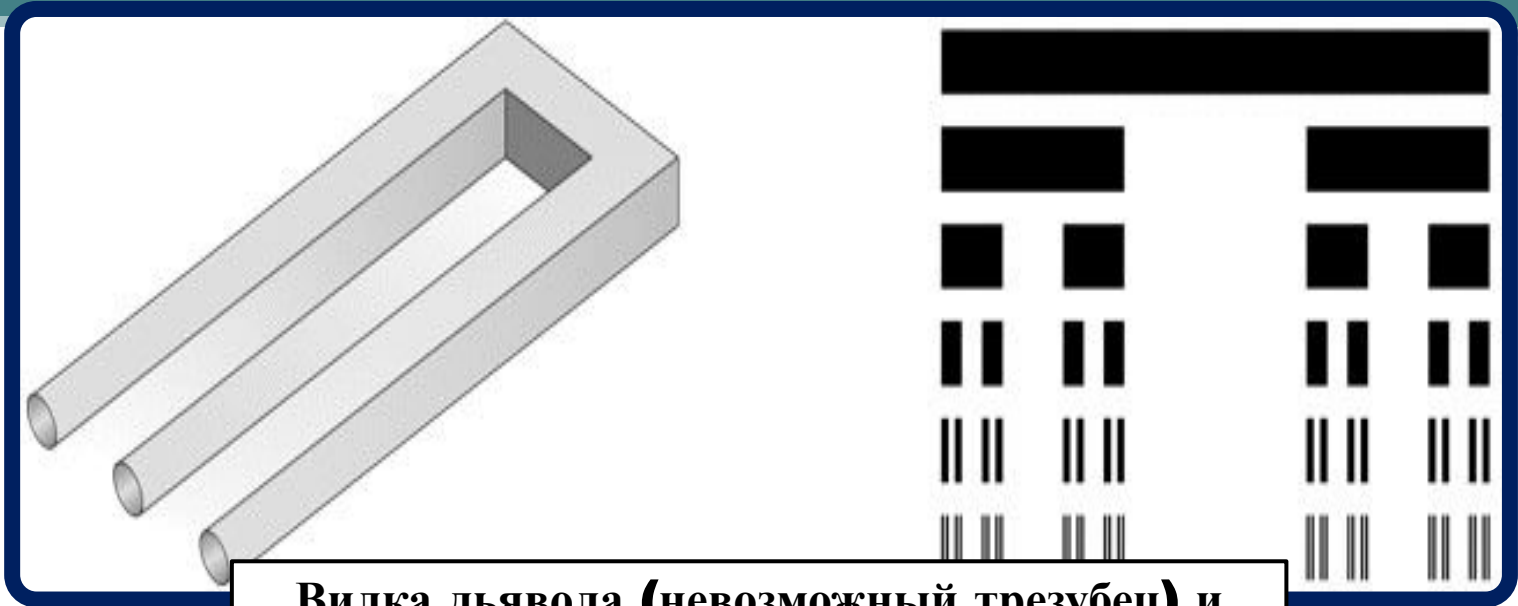
**Невозможный треугольник, снежинка Коха и треугольник Серпинского**



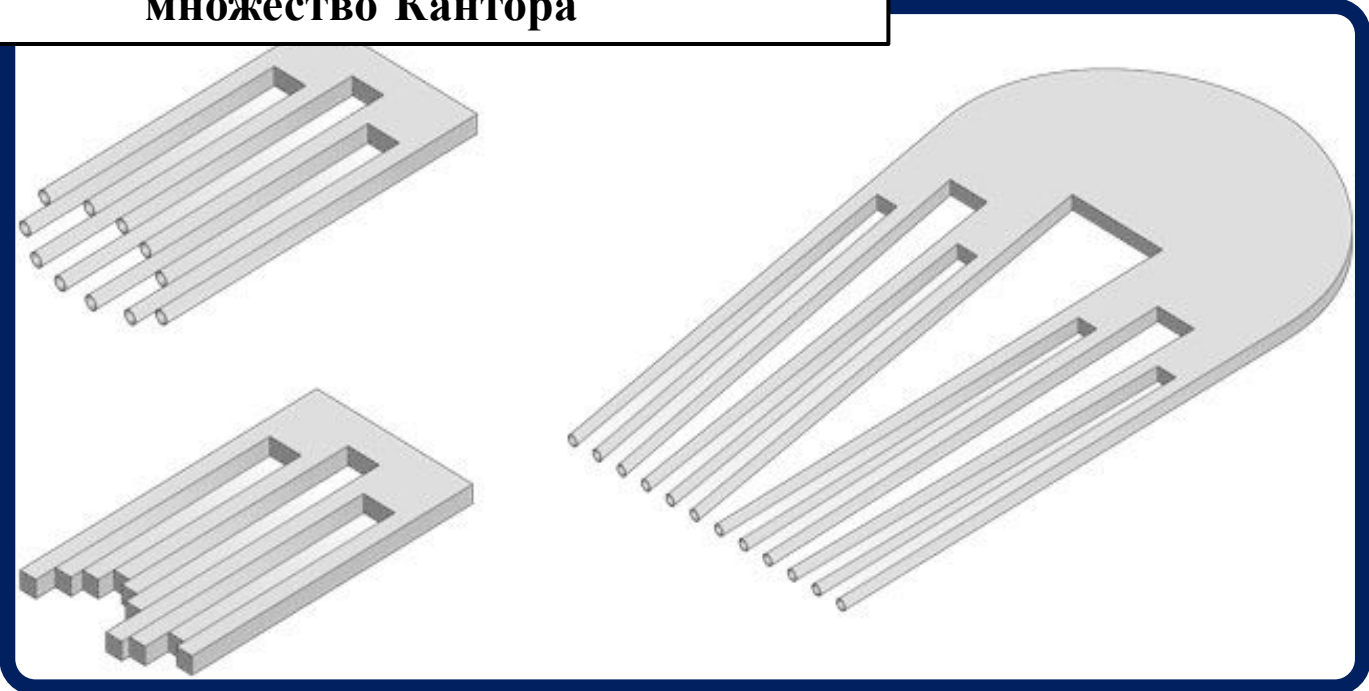
**Две итерации, произведенные над невозможным треугольником, превращающим его в снежинку**








**Вилка дьявола (невозможный трезубец) и множество Кантора**





Два невозможных квадрата были использованы для создание невозможной кривой Серпинского



Невозможный ящик

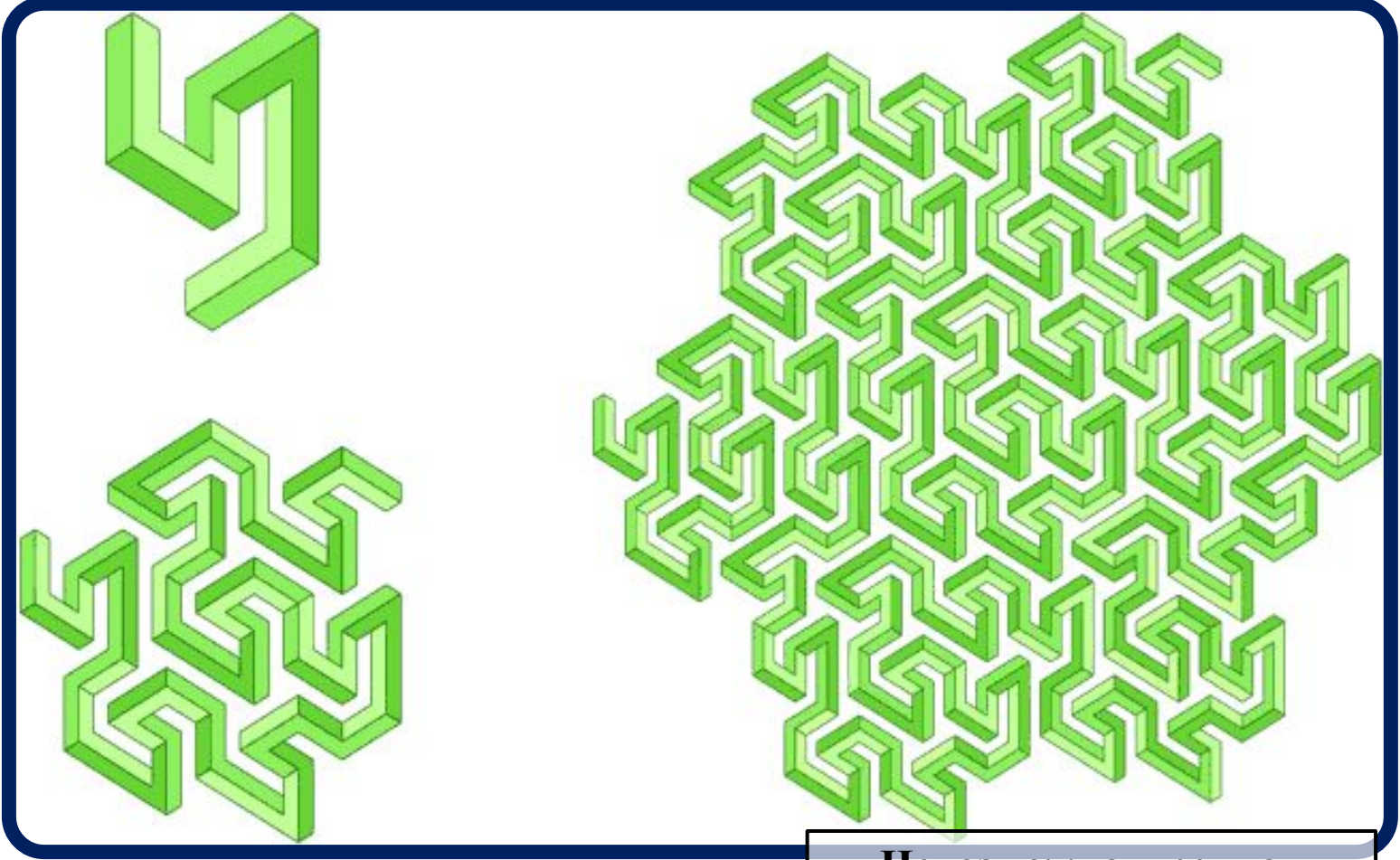


Наборы кубов и куб Моники Буш



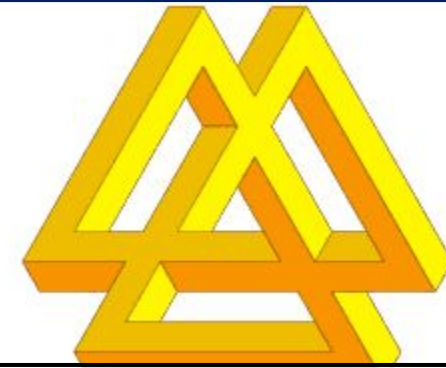
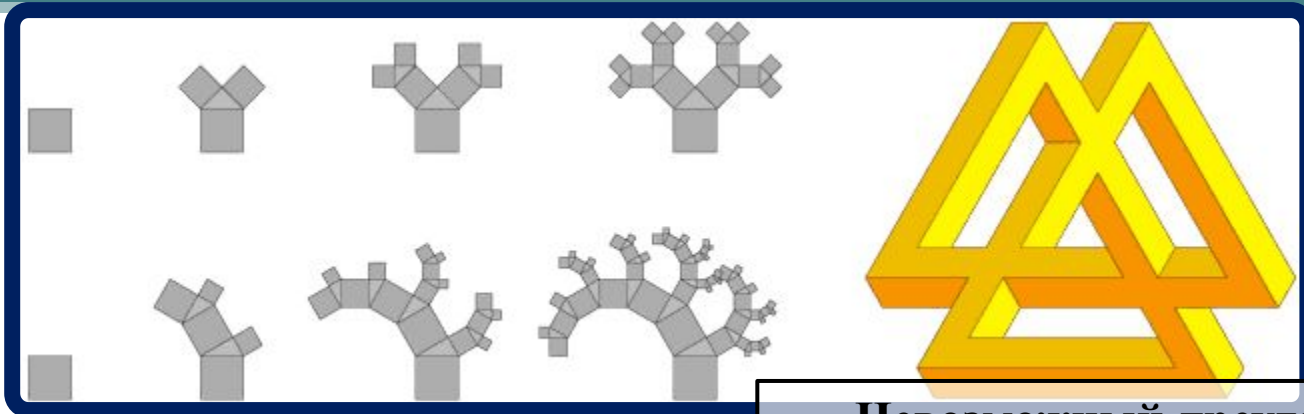
"Гнездо невозможных кубов" Бруно Эрнста



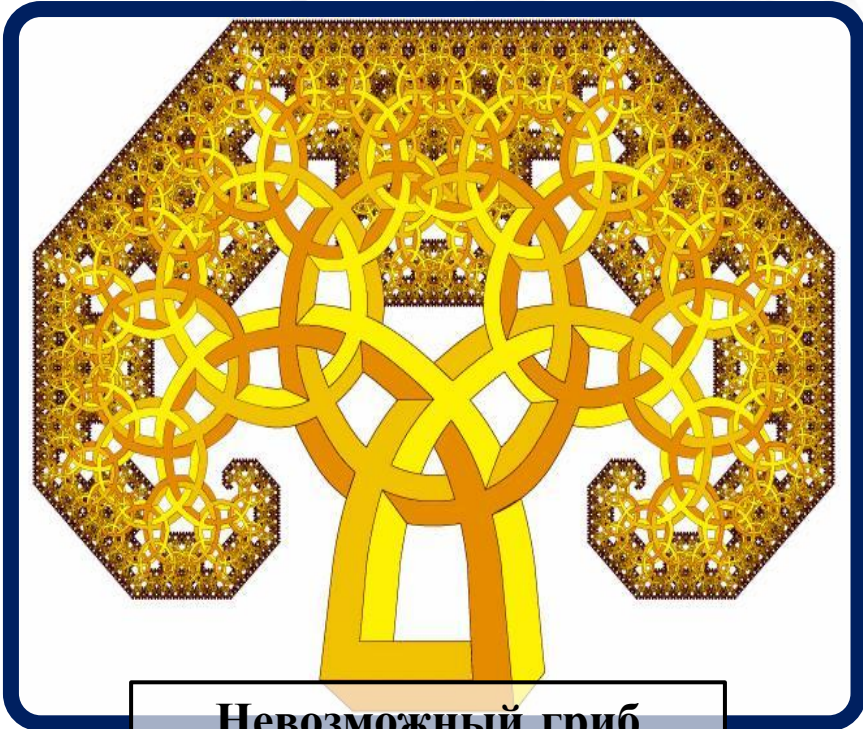


**Невозможная кривая**





**Невозможный треугольник**

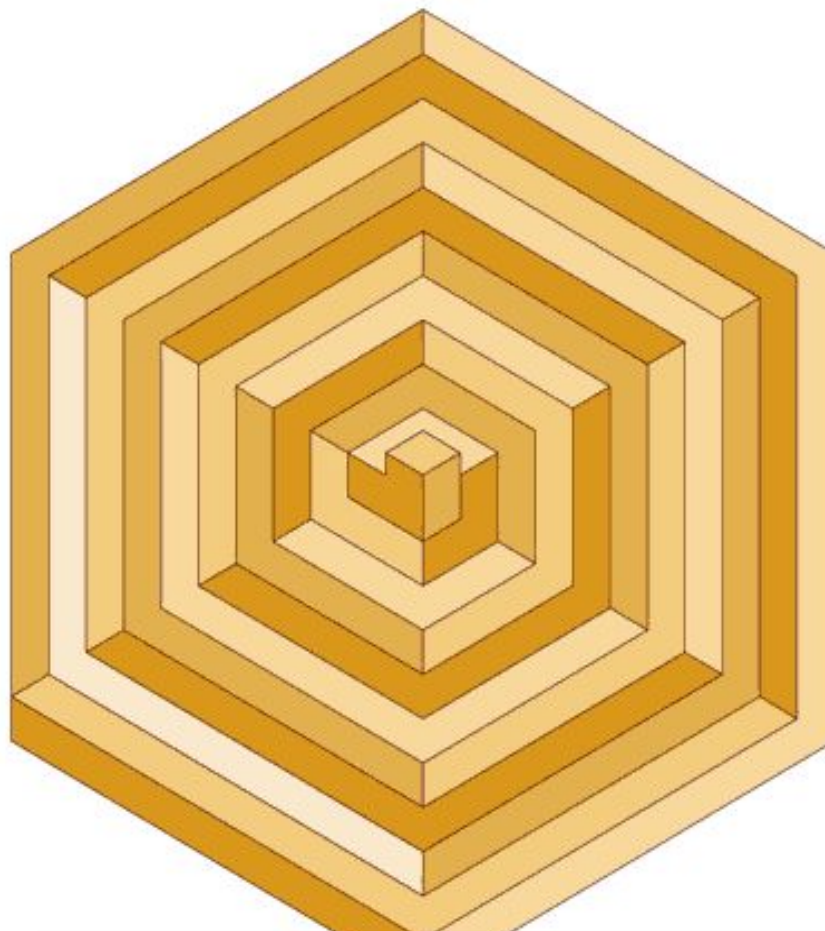


**Невозможный гриб**



**Невозможный лист папоротника**





**Спиралевидный треугольник и  
шестиугольные изометрические спирали**



**Как вы думаете , чем  
же актуальны  
фракталы?**

Бенуа Мандельброт  
фр. **Benoît B. Mandelbrot**



Дата рождения:

**20** ноября **1924-14** октября **2010**

Научная сфера:

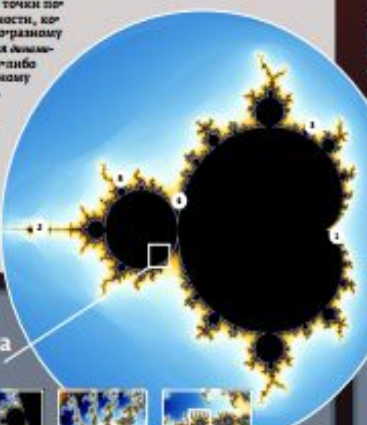
**фрактальная геометрия**



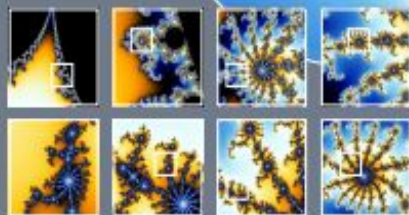
# ДИНАМИЧЕСКИЕ ФРАКТАЛЫ

Фрактали этого типа строятся по одноичному правилу  $f$ , которое переводит каждую точку плоскости ровно в одну точку этой же плоскости. Начиная с точки  $A$ , можно построить последовательность точек  $A; A_1 = f(A); A_2 = f(A_1); A_3 = f(A_2); \dots$ . В зависимости от начальной точки получаются последовательности, которые могут вести себя по-разному (говорят, что у них разная динамика): 1) сходиться к какой-либо точке (например, к одному из корней какой-нибудь уравнения), 2) застрять в точке, 3) распадаться к бесконечности (точки неограниченно удаляются от начала). Можно считать, что правило  $f$  делит плоскость на несколько областей, в каждой из которых точки ведут

себя одинаково — например, сходятся к одному из возможных пределов. Сказывается, что во многих случаях границы таких областей устроены очень сложно и являются фракталами.



## Множество Мандельброта



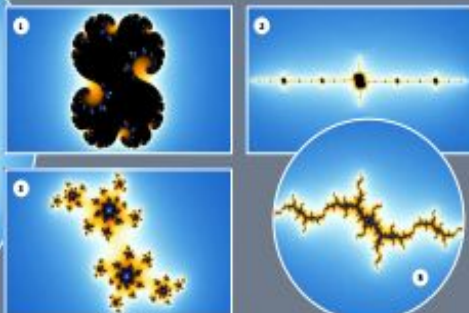
Покажут, но самый знаменитый фрактал. Здесь правило задано формулой  $z_{n+1} = z_n^2 + c$ . Если  $c$  — комплексное число. Каждая точка на прямой соответствует своему числу действительной части, а каждой точке на плоскости — комплексному. Для комплексных чисел, как и для действительных, определены операции сложения и умножения. Множество Мандельброта — черная

область на иллюстрации — состоит из всех точек, что не покидают область  $|z| \leq 2$ . Если  $|z| > 2$ , то  $|z^2 + c| > |z| + |c| > |z| + 2 > 2$ , но убегает на бесконечность, то есть все эти точки лежат внутри некоторого круга с центром в начале координат. На увеличенных изображениях видна крайняя сложная структура множества вблизи границы. Можно заметить острова, зародившиеся в большой области.

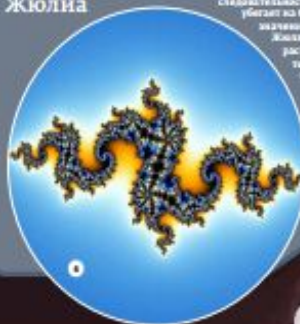
# ФРАКТАЛЫ

Важнейшее свойство фрактала — **самоподобие**: любая его часть, даже очень маленькая, при сильном увеличении (как будто под микроскопом) похожа на фрактал в целом. Однако этого недостаточно: прямая и отрезок — не фракталы, хотя они и самоподобны. Нужна еще **высокая структура**: фрактал

должен иметь сложное строение **при любом увеличении**. У фракталов есть и другие интересные свойства, но их формулировка требует уже глубокого погружения в математику. По способу построения фракталы условно делятся на **динамические** (алгебраические) и **геометрические** (конструктивные).



## Множество Жюлиа



Правило усложнено добавлением  $z_{n+1} = z_n^2 + c$ . Множество Жюлиа состоит из всех точек  $c$ , что не покидают область  $|z| \leq 2$ . Если  $|z| > 2$ , то  $|z^2 + c| > |z| + |c| > |z| + 2 > 2$ , но убегает на бесконечность. Для каждого заданного  $c$  получается свое множество Жюлиа (на рисунке номера множеств расположены в соответствующих точках). Строго говоря, множество Мандельброта состоит из всех  $c$ , при которых множество Жюлиа связано (то есть не распадается на отдельные части).

# ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФРАКТАЛЫ

Фрактали этого типа строятся поэтапно. Сначала изображается **основа**. Затем некоторые части основы заменяются на **фракталы**. На каждом следующем этапе части уже построенной фигуры, аналогичные наименьшим частям основы, вновь заменяются на фрагмент, взятый в подходящий масштаб. Всякий раз масштаб уменьшается.

Когда изменения становятся визуально незаметными, считают, что построенная фигура хорошо приближена фракталом и дает представление о его форме. Однако на самом деле для получения фрактала нужно бесконечное число этапов. Меняя основу и фрагмент, можно получить много разных геометрических фракталов.

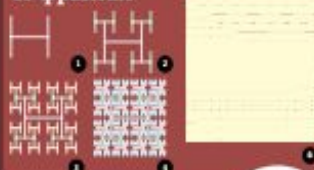
## Снежинка Коха



## T-квадрат



## H-фрактал



## Треугольник Серпинского



## Дерево Пифагора



## Кривая Леви

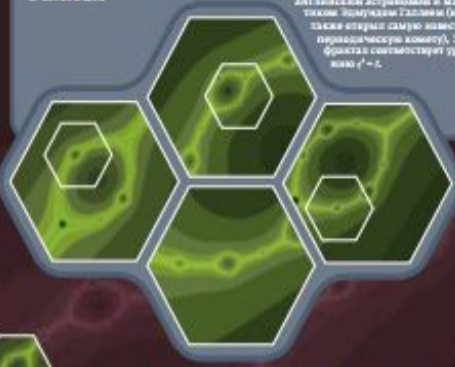


# ФРАКТАЛЫ В ПРИРОДЕ

Многие объекты в природе — например, дерево, мошник, береговая линия, горный рельеф, обычная мятая бумага — имеют фрактальные свойства. Это используют при их компьютерном моделировании для достижения большей реалистичности.

## Фрактал Галлея

Правило для построения фрактала возникает из метода приближенного нахождения корней уравнений, придуманного английским астрономом и математиком Эдмундом Галлеем и (полный аналог имеет самую известную переносимую компьютеру форму). Этот фрактал соответствует уравнению  $x^2 = 2$ .



Компьютерный симулятор (дерево) моделирует структуру и ветвление. Используются фракталы Коха и Мандельброта.



Симметричные шероховатые поверхности (фрактал) являются основой для моделирования.



Компьютерный симулятор (фрактал) моделирует структуру и ветвление.



Почвенный рельеф (фрактал) является основой для моделирования.



Сложный рельеф (фрактал) является основой для моделирования.



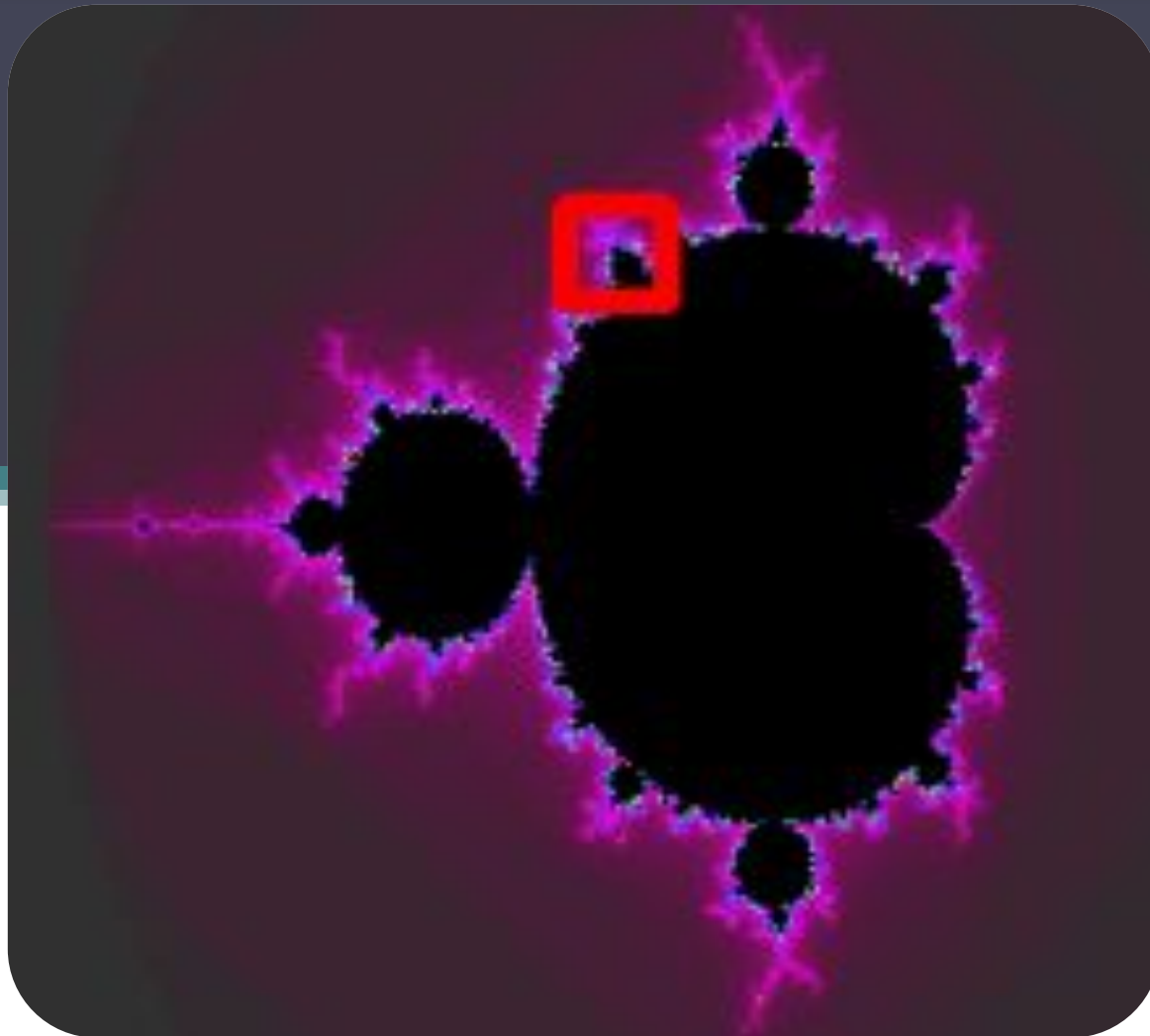
Сложный рельеф (фрактал) является основой для моделирования.



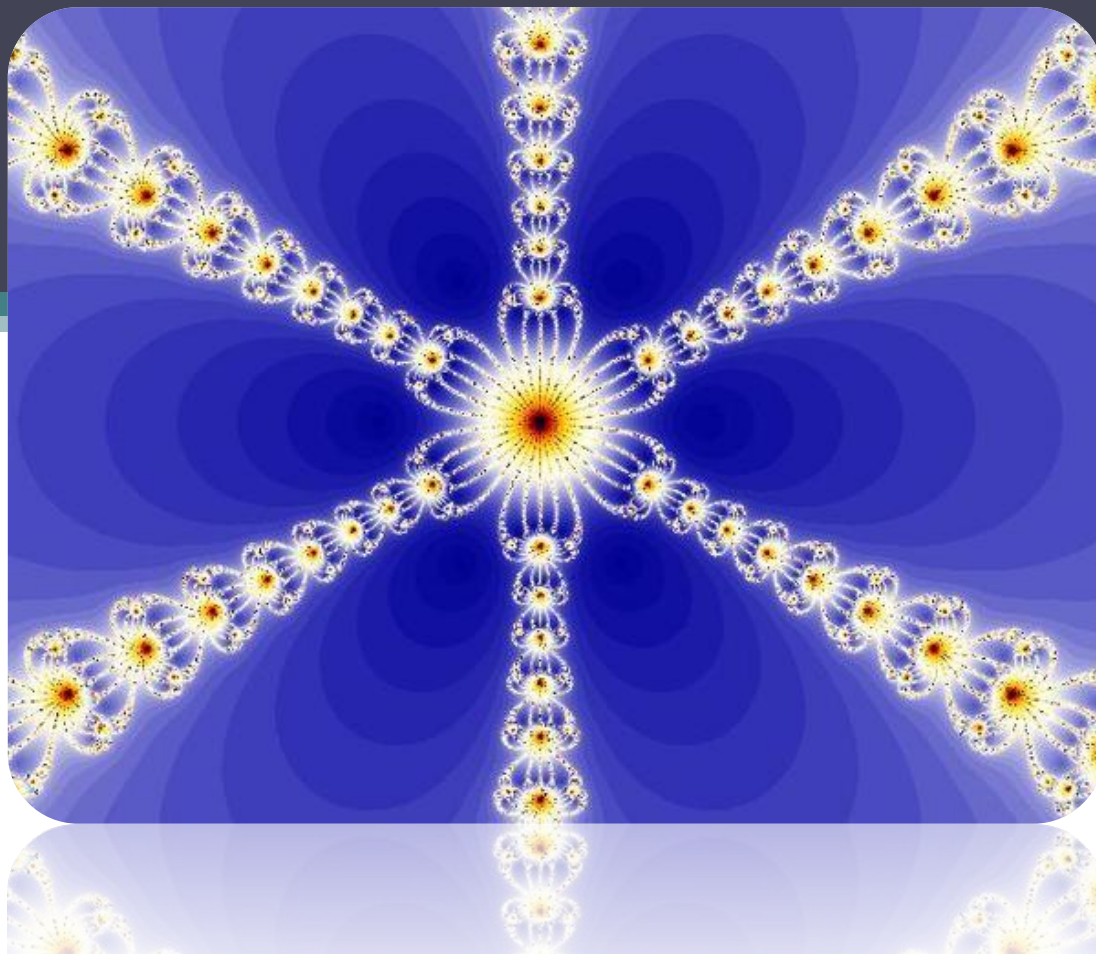
Невообразимый объект (фрактал) является основой для моделирования.



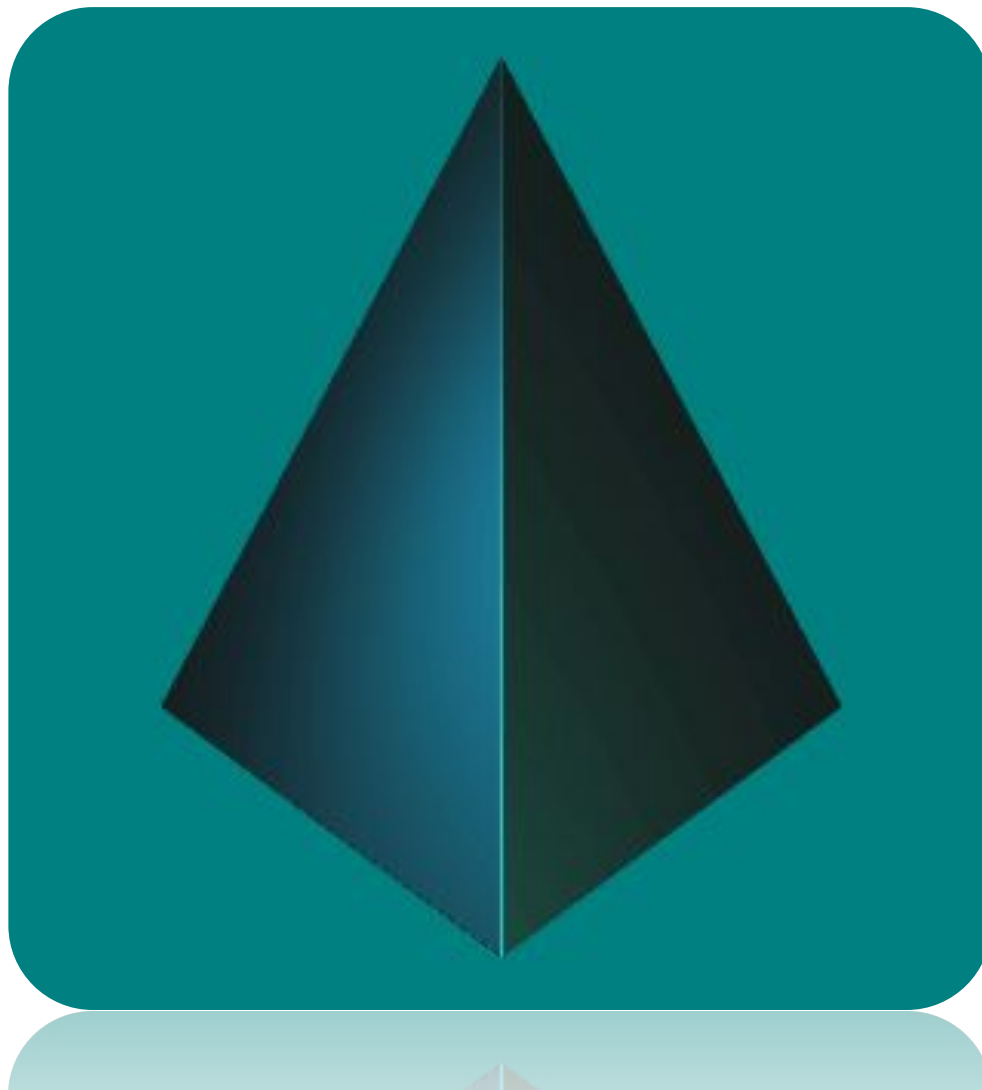
# МНОЖЕСТВО МАНДЕЛЬБРОТА И ЖЮЛЕА



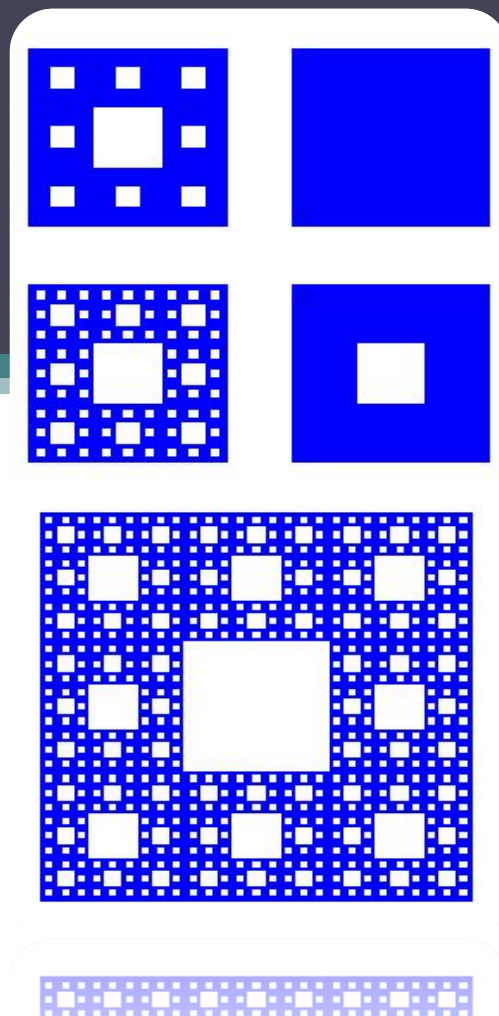
# БАССЕЙН НЬЮТОНА



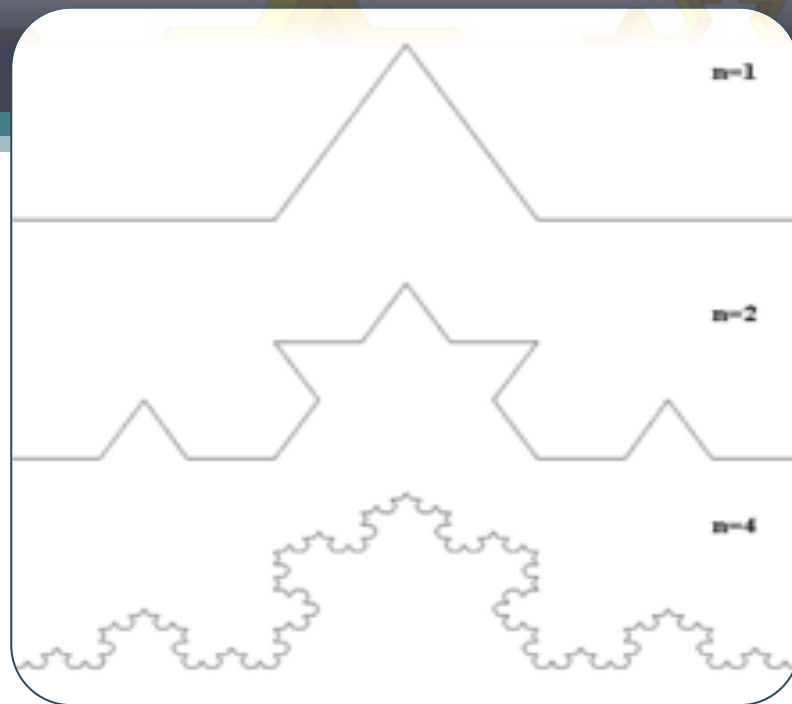
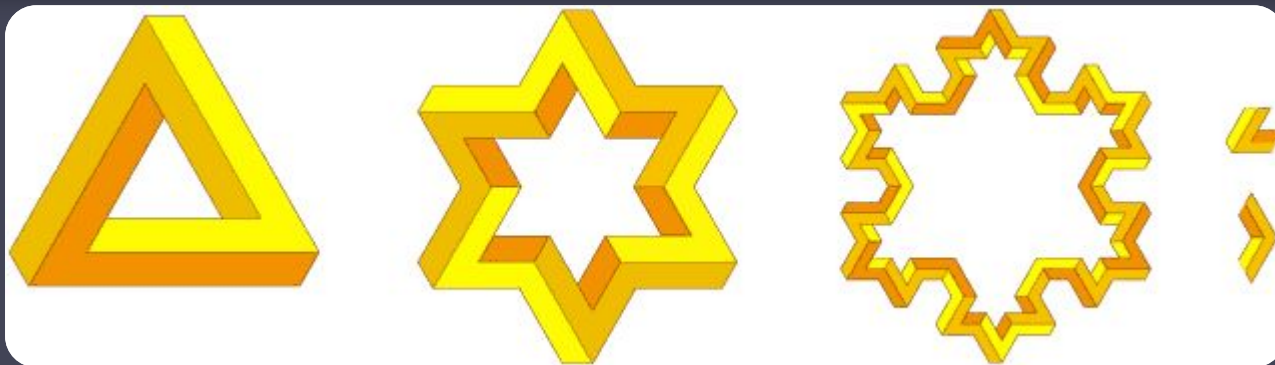
# ТРЕУГОЛЬНИК (ПИРАМИДА) СЕРПИНСКОГО



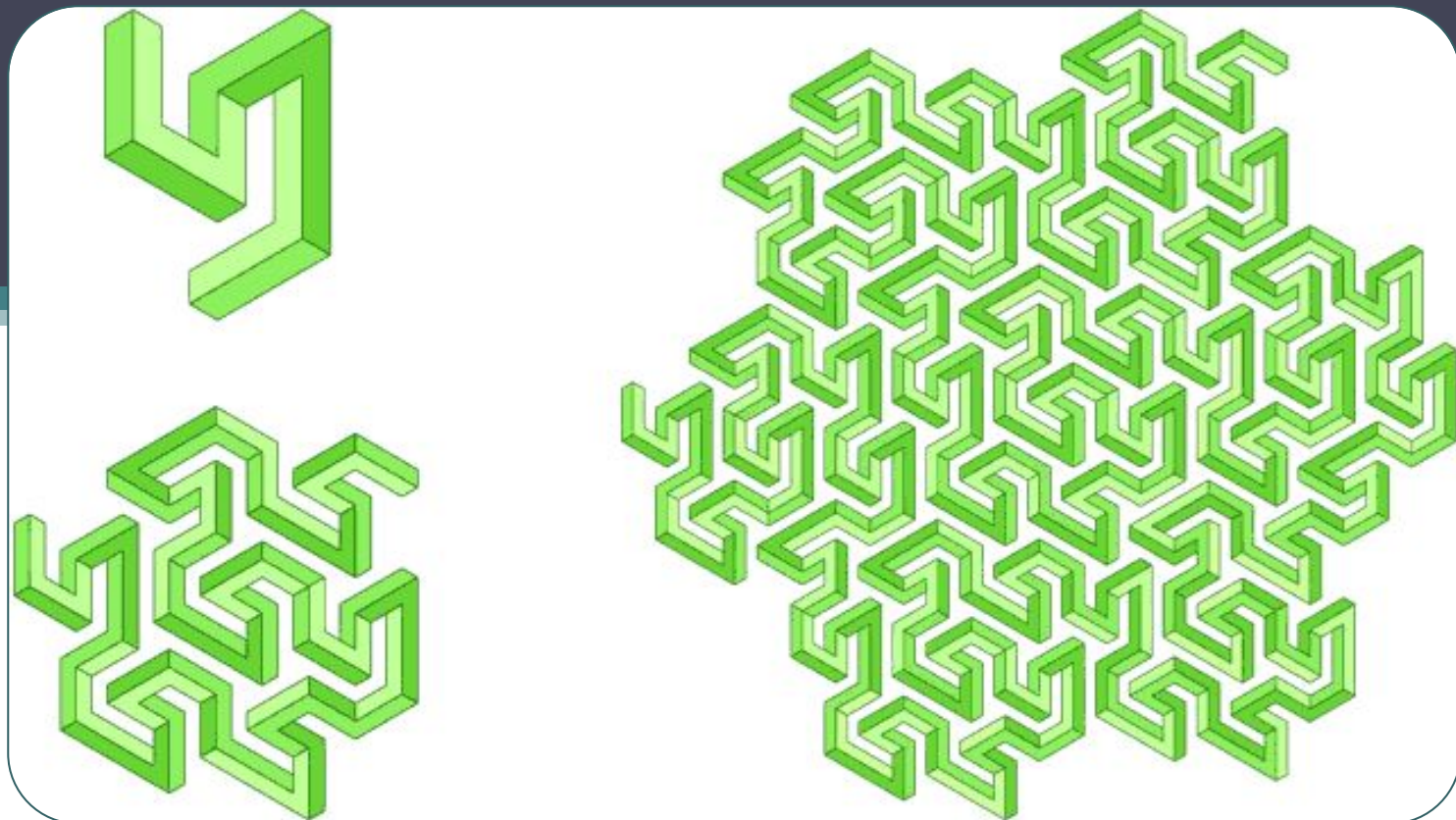
# КОВЁР СЕРПИНСКОГО



# КРИВАЯ „СНЕЖИНКА КОХА

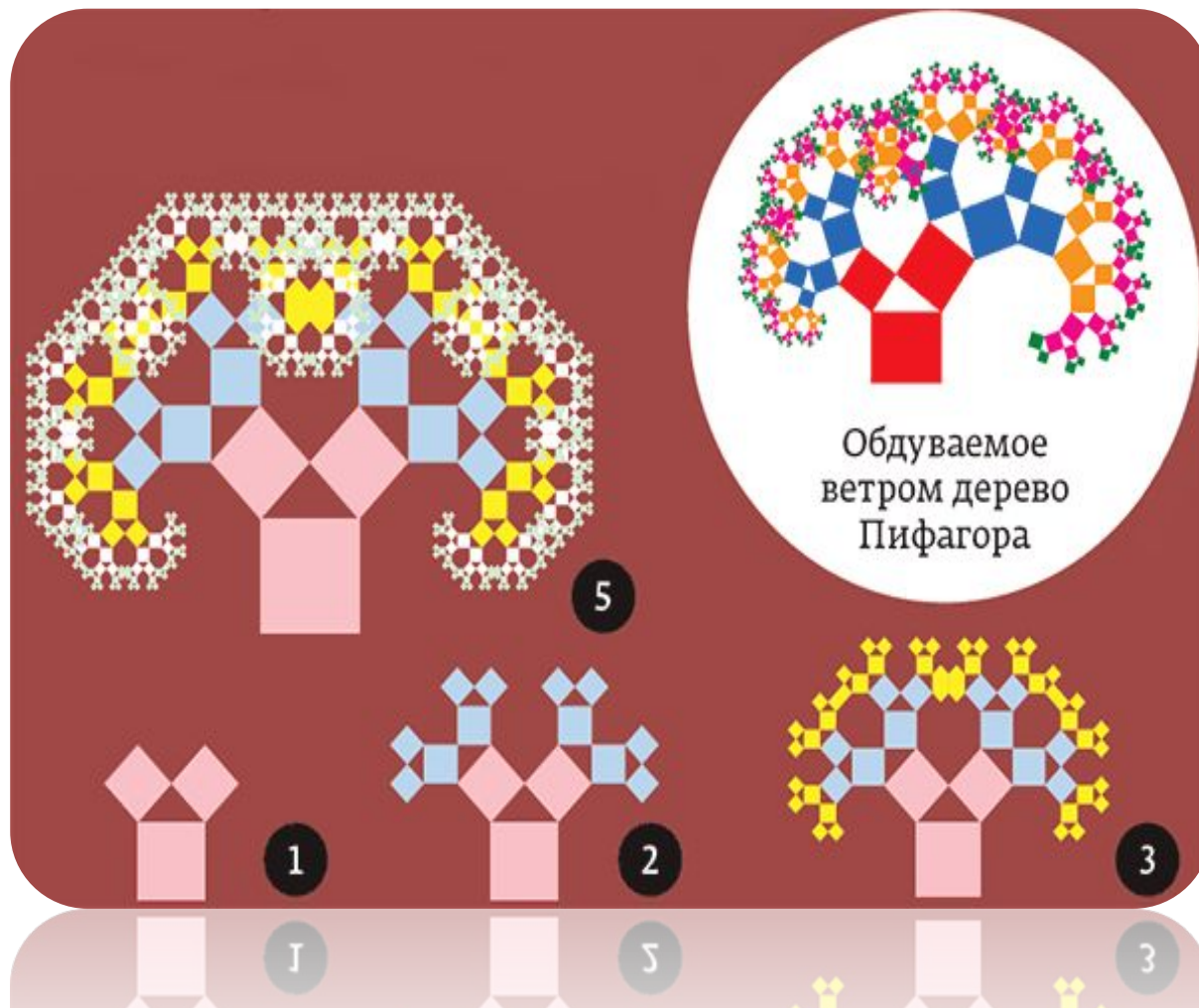


# КРИВАЯ ПЕАНО

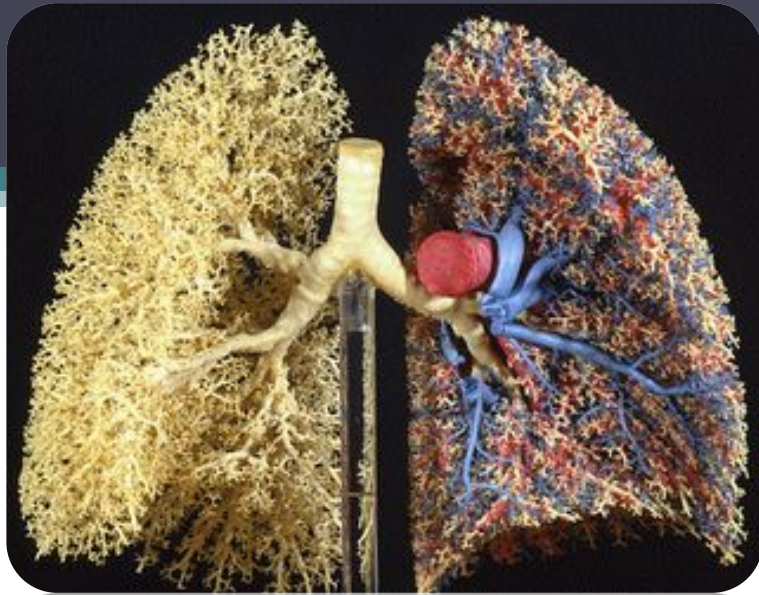




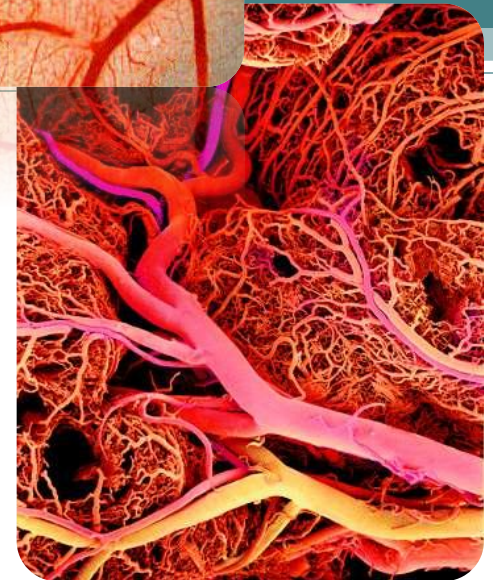
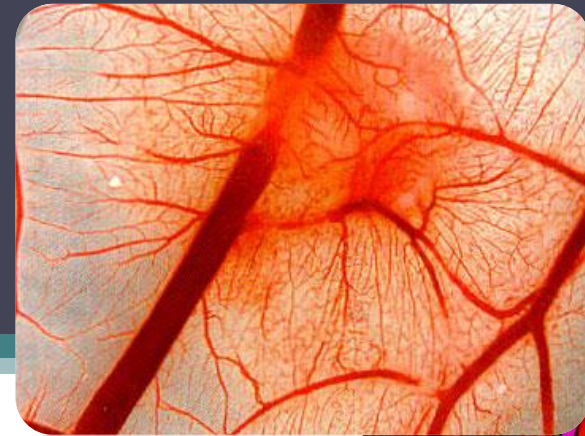
# ФРАКТАЛЬНОЕ ДЕРЕВО (ДЕРЕВО ПИФАГОРА)



# БРОНХИАЛЬНОЕ ДЕРЕВО



# СЕТЬ КРОВЕНОСНЫХ СОСУДОВ



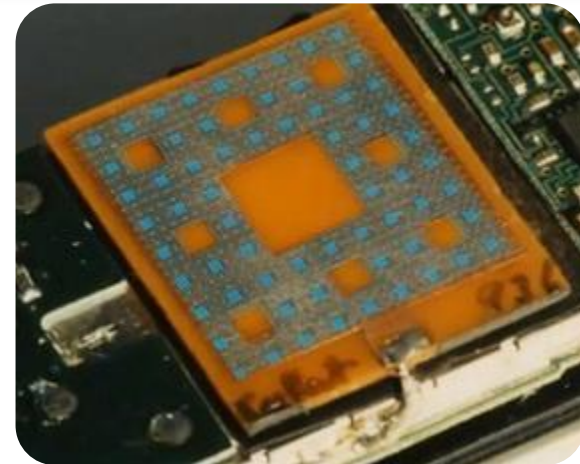
# МОЛНИЯ

# КАПУСТА БРОКОЛЛИ

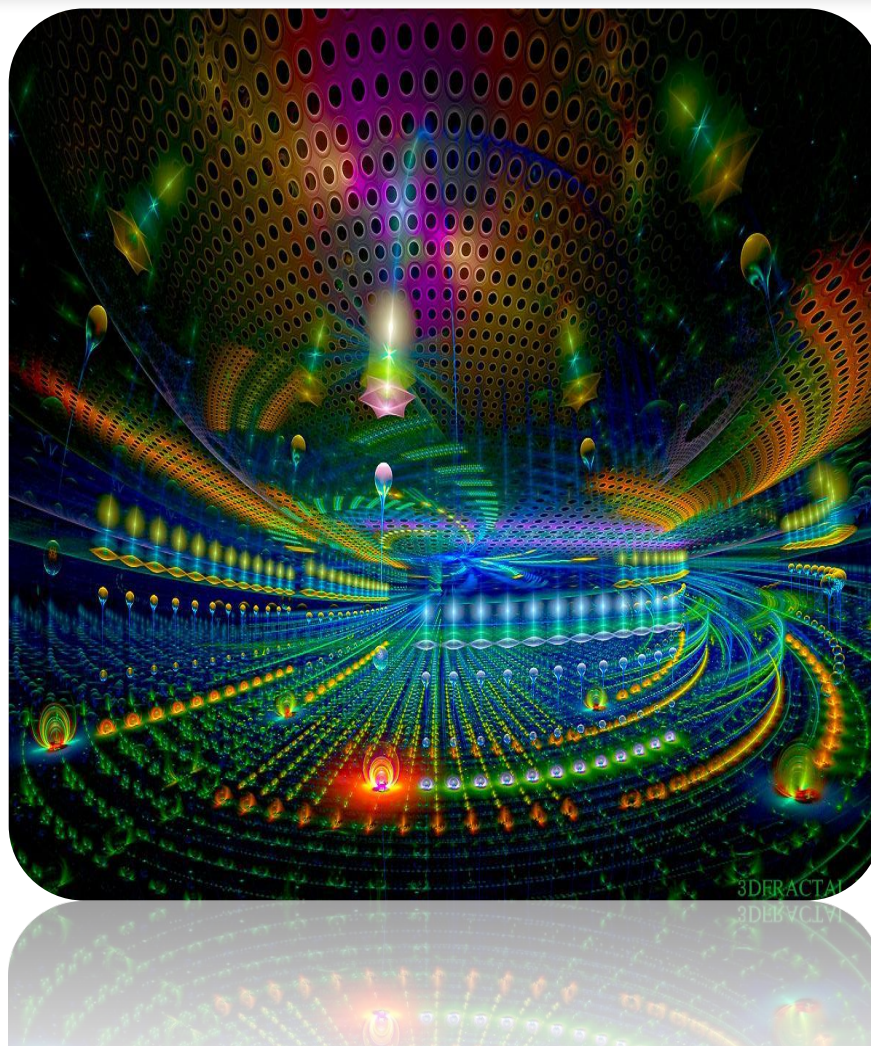




# ФРАКТАЛЬНЫЕ АНТЕННЫ (фракталы в радиотехнике)



# ФРАКТАЛЫ В ИНФОРМАТИКЕ



# ФРАКТАЛЫ В ЭКОНОМИКЕ





# ФРАКТАЛЫ В НАРОДНОМ ТВОРЧЕСТВЕ



# ФРАКТАЛЫ В КУЛИНАРИИ



# ФРАКТАЛЫ В ИНТЕРЬЕРЕ



**Лист Мебиуса** – символ математики,  
Что служит высшей мудрости венцом...  
Он полон неосознанной романтики:  
В нем бесконечность свернута кольцом.

В нем – простота, и вместе с нею – сложность,  
Что недоступна даже мудрецам:  
Здесь на глазах преобразилась плоскость  
В поверхность без начала и конца.

Здесь нет пределов, нет ограничений,  
Стремись вперед и открывай миры,  
Почувствуй силу новых ощущений,  
Прими познания высшего дары...

# Август Фердинанд Мёбиус

## **August Ferdinand Möbius**



Дата рождения:

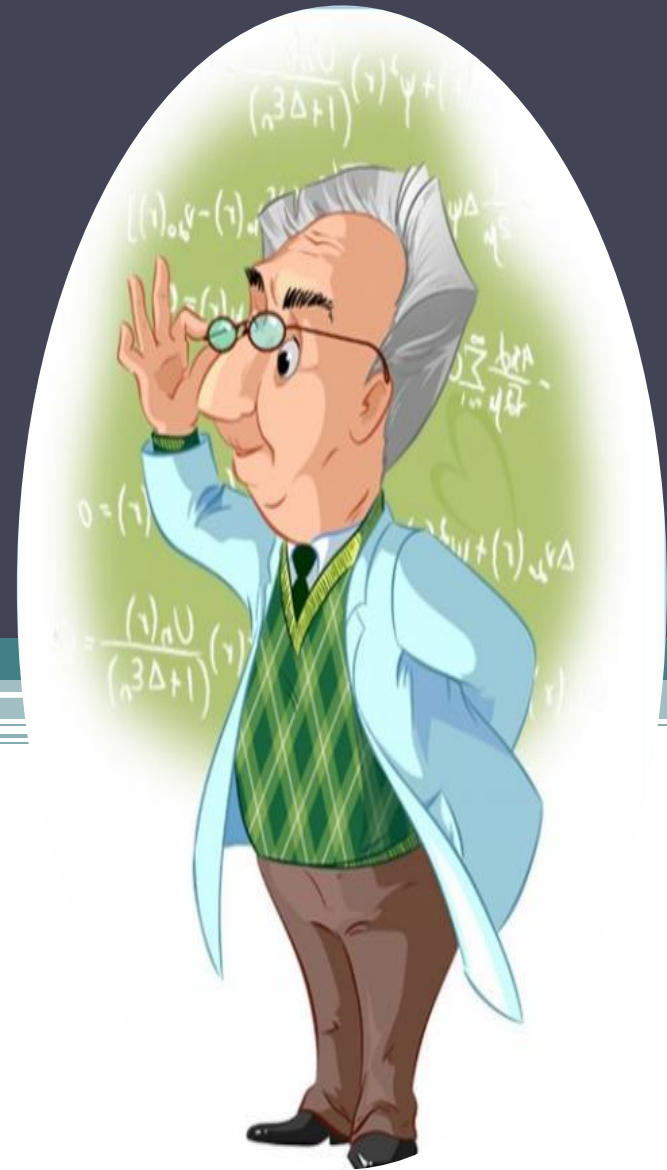
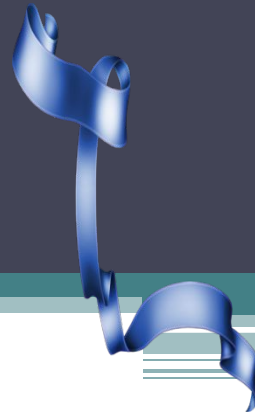
**17** ноября **1790-26** сентября **1868**

Место рождения:

**Шульпфорте, курфюршество Саксония**

Научная сфера:

**математика, астрономия**





## А в то же время...

Одновременно с Мёбиусом изобрел этот лист и другой ученик К. Ф. Гаусса —

**Иоганн Бенедикт Листинг  
(1808— 1882),**

профессор Геттингенского университета.

Свою работу он опубликовал на три года раньше,

чем Мёбиус,— в **1862** году

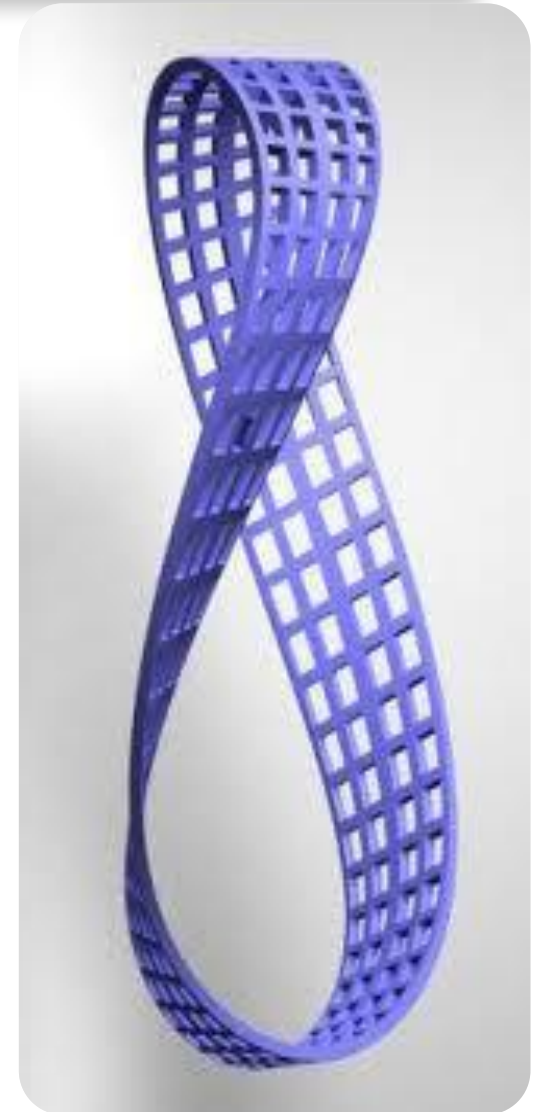
А называется **лента** именем **Мёбиуса**

# Лента Мёбиуса

**Что произойдет, если разрезать по центральной линии ленту Мебиуса?**

**Сколько она имеет поверхностей:  
одну или две?**

**А если красить по поверхности, то лента закрасится с одной стороны или с двух?**



**Предмет математики настолько  
серьезен, что полезно не упускать  
случаев делать его немного  
занимательным.**

**Блез Паскаль**

# МАСТЕР-КЛАСС



# Основополагающий вопрос ■

Можно ли подержать бесконечность в своих руках?



# Эксперименты с бумагой

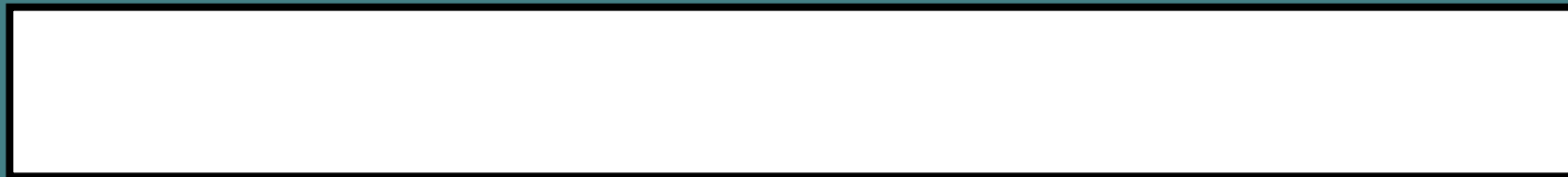




Берем бумажную ленту **ABCD**.  
Прикладываем ее концы **AB** и **CD** друг к  
другу и склеиваем. Но не как попало, а так,  
чтобы точка **A** совпала с точкой **C**, а точка **B**  
с точкой **D**.

**B**

**C**



**A**

**D**

Получим перекрученное **КОЛЬЦО**



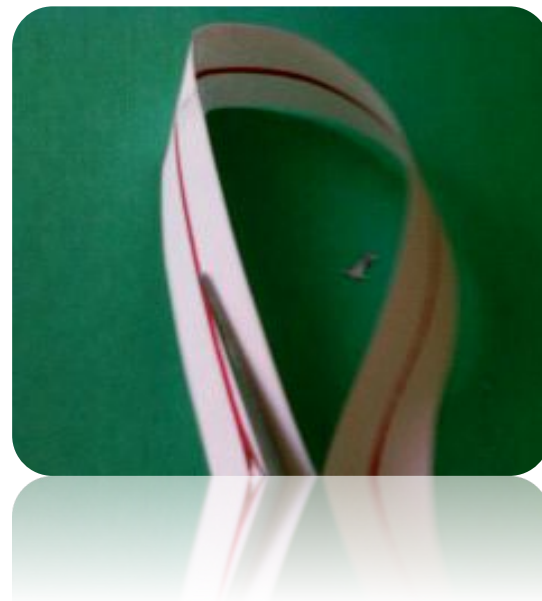


## **ВОПРОС №1:**

сколько сторон у этого  
куска бумаги? Две, как  
у любого другого?

У него **ОДНА** сторона. Не  
верите?

Хотите – проверьте:  
попробуйте провести  
линию на этом кольце с  
одной стороны.



**Проводим линию,**  
не отрываемся, на  
другую сторону не  
переходим.

**Провели?**

**А где же вторая,  
чистая сторона?**

**Нет?**





## ВОПРОС №2:

**Что будет, если разрезать  
обычный лист бумаги?**

Конечно же, два обычных  
листа бумаги. Точнее, две  
половинки листа.

**А что случится, если  
разрезать вдоль  
посередине это кольцо (это  
и есть лист Мёбиуса, или  
лента Мёбиуса) по всей  
длине?**

Два кольца половинной  
ширины?

А что? Разрежьте сами.



**А вот что получилось ...**



**Лента перекручена два раза**

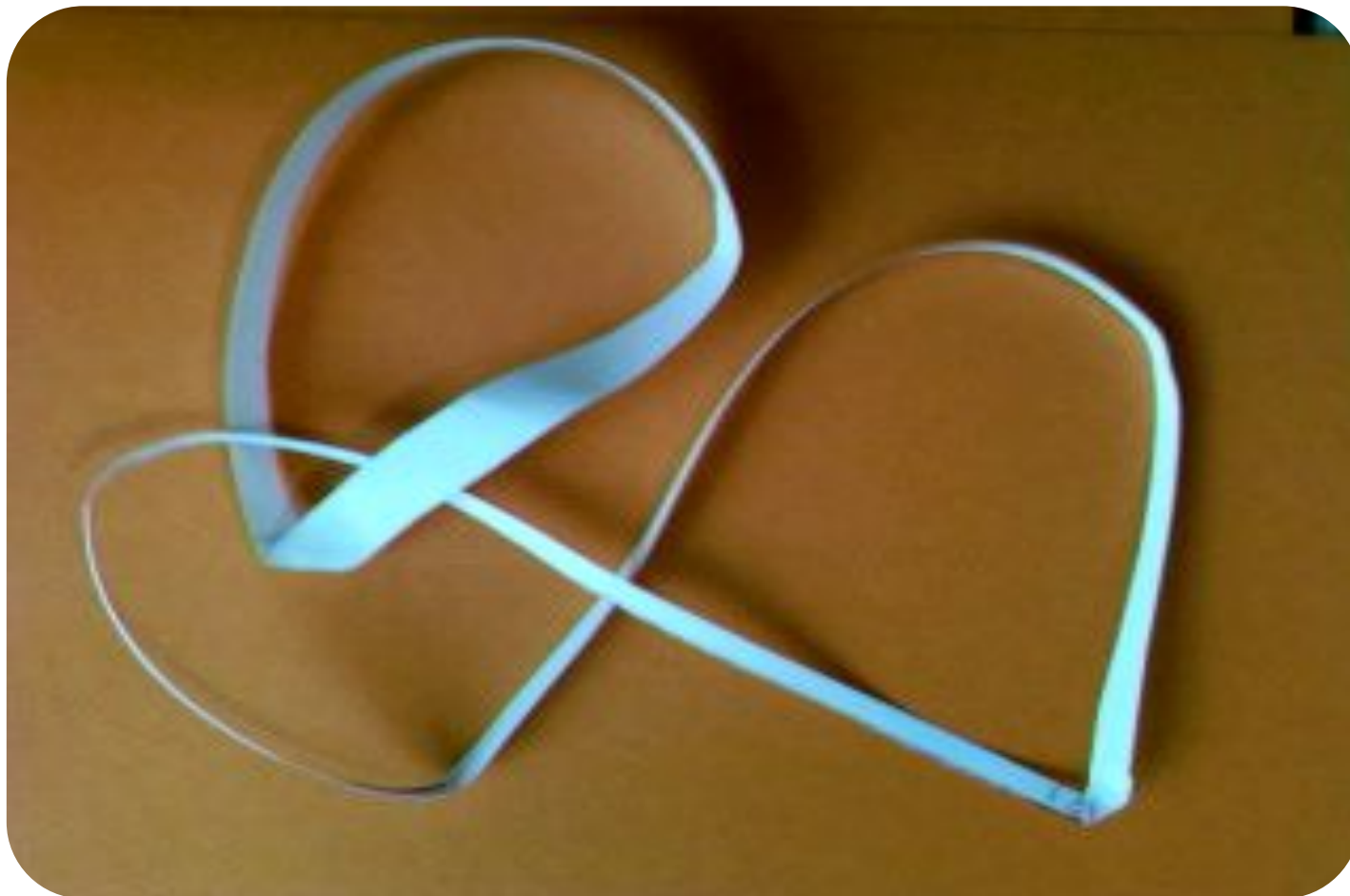




Теперь сделайте новый лист Мёбиуса  
и скажите, что будет,  
если разрезать его вдоль, но не посередине,  
а ближе к одному краю?  
То же самое?



**А вот что получилось ...**

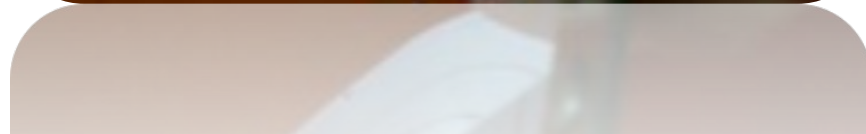




**А если на три  
части?**

**Сколько  
получится  
лент?**

**Три ленты?**



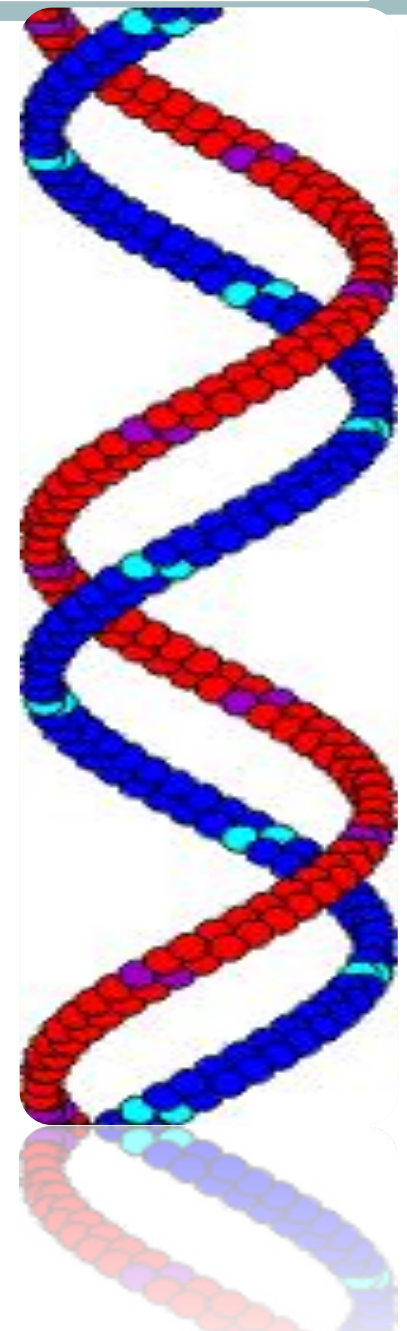
Получим два сцепленных кольца.  
Одно из них вдвое длиннее исходного и  
перекручено два раза.  
Второе - лист Мёбиуса, ширина которого втрое  
меньше, чем у исходного.





# Эксперименты с веревкой и жилетом

Есть гипотеза, что  
**спираль ДНК**  
сама по себе тоже является  
фрагментом ленты Мебиуса и только  
поэтому генетический код так сложен  
для расшифровки и восприятия.  
Такая структура вполне логично  
объясняет причину наступления  
биологической смерти –  
**спираль замыкается сама на себя и  
происходит самоуничтожение.**





# БУТЫЛКА КЛЕЙНА



Обычная бутылка  
Клейна



Alma Klein Bottle

www.alma-glass.com



Многослойная бутылка Клейна



В **1969** году советский изобретатель Губайдуллин предложил бесконечную шлифовальную ленту в виде листа Мёбиуса.

В **1971** году изобретатель Чесноков П.Н. применил фильтр в виде листа Мёбиуса.





# Международный символ переработки



Главной  
ландшафтной  
метафорой на  
«Сибирской  
ярмарке» стала лента  
Мебиуса,  
предложенная  
дизайнерами

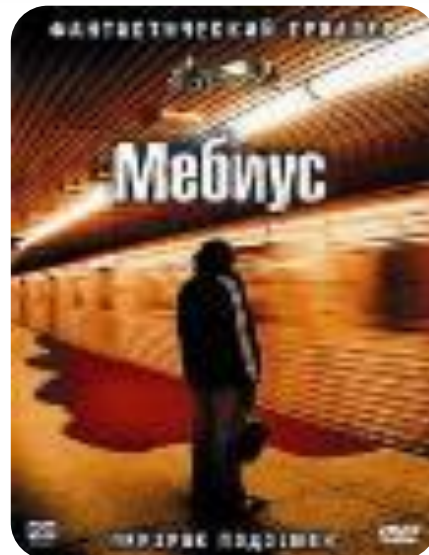


# В ИНТЕРЬЕРЕ



## Лист Мёбиуса в литературе

Лента Мебиуса - любимый объект фантастических рассказов. В одном из них, например, пропал поезд нью-йоркского метро. Оказалось, что один из маршрутов пролегал по ленте Мебиуса, и поезд затерялся во времени.



# Лист Мёбиуса в астрономии

Существует  
гипотеза что наша  
**вселенная**  
устроена в форме  
листа Мебиуса



# В ТЕХНИКЕ

Свойства односторонностей листа Мёбиуса было использовано в технике:

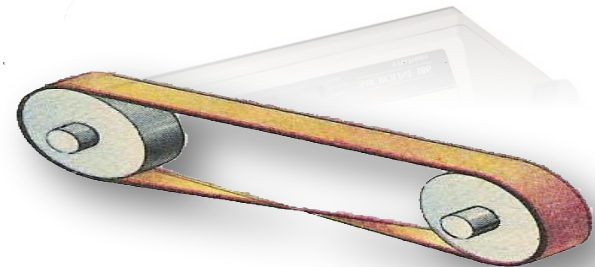
**1.** Если у **релейной передачи** ремень сделать в виде ленты Мёбиуса, то его поверхность будет изнашиваться в два раза медленнее чем у обычного кольца, в работе ремня принимает участие вся поверхность, а не только внутренняя ее часть, как у обычной ременной передачи.

**2.** Были созданы особые **кассеты для магнитофона**, которые дали возможность слушать магнитофонные кассеты “с двух сторон”, не меняя их местами.

**3.** **Абразивные ремни** для заточки инструментов

**4.** В **матричных принтерах** красящая лента имела вид ленты Мёбиуса

**5.** А лет **18** назад лента стала использоваться как **пружина**



**Лист Мёбиуса –**  
жёлтая страница,  
Односторонний сказочный маршрут,  
Летит метелью, песенкой, синицей,  
Бульварной лентой склеенный  
маршрут.

Эх, Мёбиус, спасибо за науку!  
Поверхность одинокой стороны  
Подобна заколдованному звуку,  
Вибрирующей неоновой струны

# ВЫВОД

**Лист Мёбиуса –**

**удивительный феномен.**

**Его можно исследовать до бесконечности, мы рассмотрели лишь некоторые его свойства.**

**Надеемся, что мы вас заинтересовали и вы**

**продолжите исследования этого**

**непредсказуемого листа.**

# СВОЙСТВА ЛИСТА МЕБИУСА

Лист Мебиуса имеет один край, одну сторону

Лист Мебиуса - топологический объект. Как и любая топологическая фигура, он не меняет своих свойств, пока его не разрезают, не разрывают или не склеивают его отдельные куски.

Один край и одна сторона листа Мебиуса не связаны с его положением в пространстве, не связаны с понятиями расстояния.

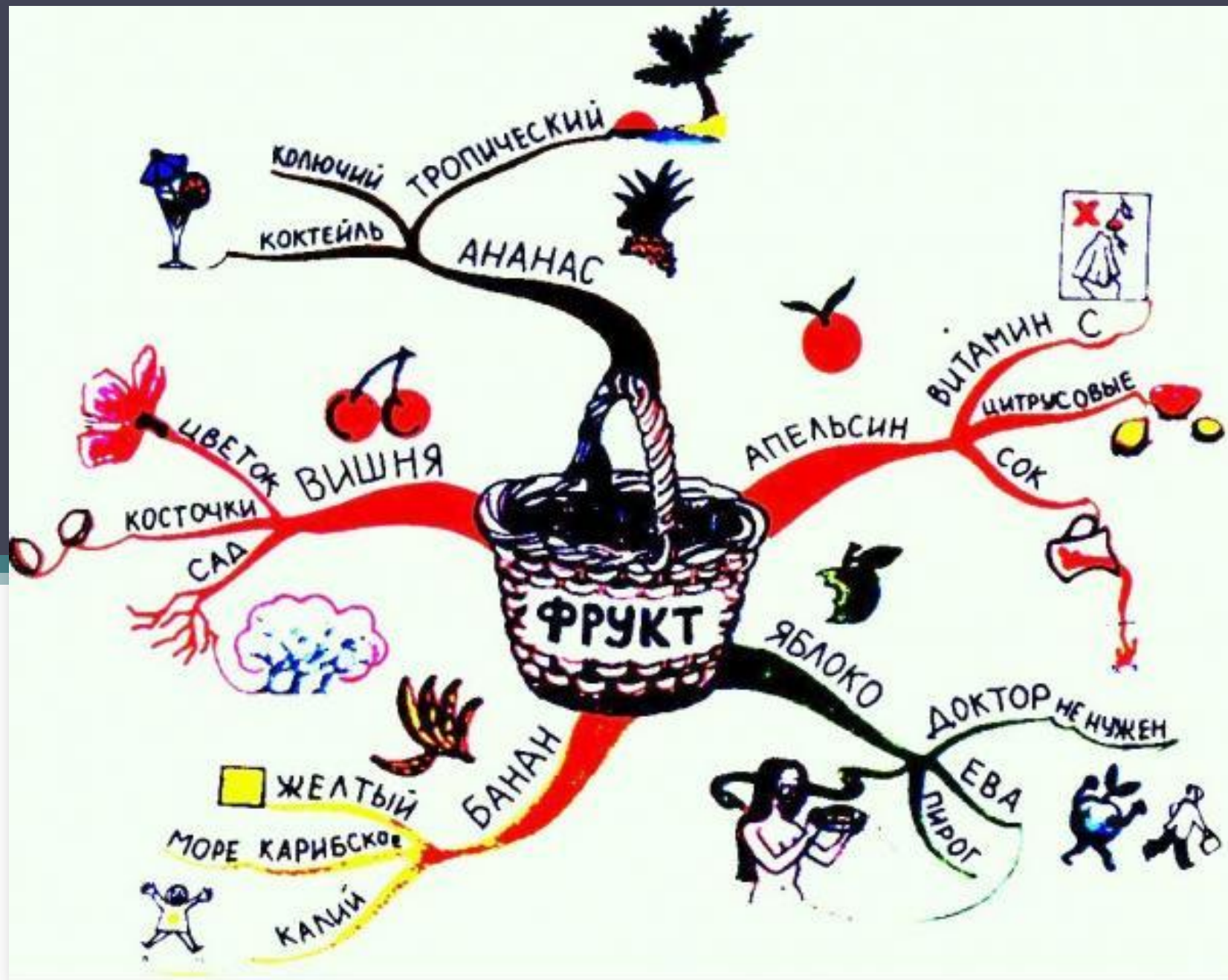
Лист Мебиуса находит многочисленные применения в кулинарии, в технике, в физике, в живописи, в архитектуре, в оформлении ювелирных изделий и бижутерии.

Лента Мебиуса вдохновляет многих художников на создание известных скульптур и картин.

Чудесные свойства ленты порождают множество научных трудов, изобретений (весьма полезных и совершенно нереальных), а также множество фантастических рассказов.

# ИНТЕЛЛЕКТ-КАРТА





**НЕВОЗМОЖНОЕ  
ВОЗМОЖНО!**