

# **ОСНОВЫ МАГНИТНЫХ ЯВЛЕНИЙ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ В ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ**

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## Основные величины, характеризующие магнитные цепи

Магнитная цепь – это совокупность тел для замыкания магнитного потока. Все вещества по магнитным свойствам делят на три группы:

1. Диамагнитные, у которых относительная магнитная проницаемость  $\mu < 1$
2. Парамагнитные, у которых  $\mu > 1$
3. Ферромагнитные, у которых  $\mu \gg 1$ .

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## Основные величины, характеризующие магнитные цепи

Относительная магнитная проницаемость  $\mu$  показывает, во сколько раз абсолютная магнитная проницаемость вещества  $\mu_a$  больше магнитной проницаемости вакуума  $\mu_0$ , т. е.  $\mu = \frac{\mu_a}{\mu_0}$ .

Величина  $\mu_0$  не изменяется ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$ ), ее называют магнитной постоянной.

Магнитную проницаемость воздуха принимают равной магнитной постоянной, поэтому воздушные магнитные цепи являются линейными.

# **Магнитные цепи постоянного и переменного тока**

## **Основные величины, характеризующие магнитные цепи**

Для концентрации магнитного поля и придания ему желаемой конфигурации отдельные части электротехнических устройств выполняются из ферромагнитных материалов. Магнитное поле характеризуется тремя векторными величинами, которые приведены в таблице 1:

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## Основные величины, характеризующие магнитные цепи

Наименование	Обозначение	Единицы измерения	Определение
Вектор магнитной индукции	$\vec{B}$	Тл (тесла)	Векторная величина, характеризующая силовое действие магнитного поля на ток по закону Ампера
Вектор намагниченности	$\vec{J}$	А/м	Магнитный момент единицы объема вещества
Вектор напряженности магнитного поля	$\vec{H}$	А/м	$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{J} = \frac{1}{\mu_0 \mu} \vec{B}$

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

Основные скалярные величины, используемые при расчете магнитных цепей, приведены в таблице

Наименование	Обозначение	Единицы измерения	Определение
Магнитный поток	$\Phi$	Вб (вебер)	Поток вектора магнитной индукции через поперечное сечение $S$ магнитопровода $\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$
Магнитодвижущая (намагничивающая) сила МДС (НС)	$F$	А	$F = Iw$ , где $I$ -ток в обмотке, $w$ -число витков обмотки
Магнитное напряжение	$U_M$	А	Линейный интеграл от напряженности магнитного поля $U_M = \int_a^b \vec{H} d\vec{l}$

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## Основные законы магнитных цепей

### 1. Принцип непрерывности магнитного потока.

Линии магнитной индукции непрерывны и замкнуты. Поэтому магнитный поток через замкнутую поверхность

$$\Phi = \oint B \cdot dS = 0.$$

Отсюда следует, что в неразветвленных цепях магнитный поток на всех участках одинаков, а в разветвленных цепях алгебраическая сумма магнитных потоков в точке разветвления равна нулю:

$$\sum \Phi = 0.$$

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## Основные законы магнитных цепей

### 2. Закон полного тока.

Линейный интеграл напряженности магнитного поля вдоль замкнутого контура равен алгебраической сумме токов, пронизывающих этот контур:

$$\oint \bar{H} d\bar{l} = \sum I.$$

Правило знаков: со знаком плюс записывают токи, связанные с выбранным направлением обхода контура интегрирования правилом правоходового винта (правой руки).



# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## Основные законы магнитных цепей

При анализе магнитных цепей и, в первую очередь, при их синтезе обычно используют следующие допущения:

- магнитная напряженность, соответственно магнитная индукция, во всех точках поперечного сечения магнитопровода одинакова  $B = \Phi/S$ .
- потоки рассеяния отсутствуют (магнитный поток через любое сечение неразветвленной части магнитопровода одинаков);
- сечение воздушного зазора равно сечению прилегающих участков магнитопровода.

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

Это позволяет использовать при расчетах законы Кирхгофа и Ома для магнитных цепей, сформулированные в таблице 3.

Наименование закона	Аналитическое выражение закона	Формулировка закона
Первый закон Кирхгофа	$\sum \Phi = 0$	Алгебраическая сумма магнитных потоков в узле магнитопровода равна нулю
Второй закон Кирхгофа	$\sum F = \sum U_M = \sum Hl$	Алгебраическая сумма падений магнитного напряжения вдоль замкнутого контура равна алгебраической сумме МДС, действующих в контуре
Закон Ома	$U_M = \Phi R_M,$ где $R_M = l / \mu_0 \mu S$	Падение магнитного напряжения на участке магнитопровода длиной $l$ равно произведению магнитного потока и магнитного сопротивления $R_M$ участка

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

Сформулированные законы и понятия магнитных цепей позволяют провести формальную аналогию между основными величинами и законами электрических и магнитных цепей, представленную в таблице 4.

Электрическая цепь	Магнитная цепь
Ток $I, A$	Поток $\Phi, Вб$
ЭДС $E, В$	МДС (НС) $F, A$
Электрическое сопротивление $R, Ом$	Магнитное сопротивление $R_M, Гн^{-1}$
Электрическое напряжение $U, В$	Магнитное напряжение $U_M, A$
Первый закон Кирхгофа: $\sum I = 0$	Первый закон Кирхгофа: $\sum \Phi = 0$
Второй закон Кирхгофа: $\sum E = \sum U$	Второй закон Кирхгофа: $\sum F = \sum U_M$
Закон Ома: $U = IR$	Закон Ома: $U_M = \Phi R_M$

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## Общая характеристика задач и методов расчета магнитных цепей

При расчете магнитных цепей на практике встречаются две типичные задачи: задача определения величины намагничивающей силы (НС), необходимой для создания заданного магнитного потока (заданной магнитной индукции) на каком - либо участке магнитопровода (задача синтеза или “прямая” задача); задача нахождения потоков (магнитных индукций) на отдельных участках цепи по заданным значениям НС (задача анализа или “обратная” задача). Следует отметить, что задачи второго типа являются обычно более сложными и трудоемкими в решении. В общем случае в зависимости от типа решаемой задачи (“прямой” или “обратной”) решение может быть осуществлено следующими методами: аналитическими; графическими; итерационными.

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## Аналитические методы расчёта

Данными методами решаются задачи первого типа - "прямые" задачи. При этом в качестве исходных данных для расчета заданы конфигурация и основные геометрические размеры магнитной цепи, кривая (кривые) намагничивания ферромагнитного материала и магнитный поток или магнитная индукция в каком-либо сечении магнитопровода. Требуется найти НС, токи обмоток или, при известных значениях последних, число витков.

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## «Прямая» задача для неразветвленной магнитной цепи

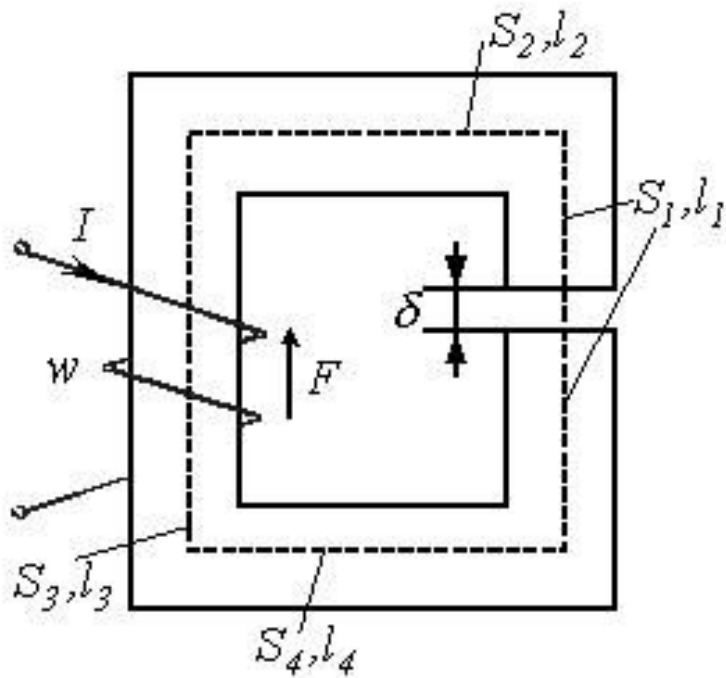
Решение задач подобного типа осуществляется в следующей последовательности.

1. Намечается средняя линия (пунктирная линия на рисунке 1), которая затем делится на участки с одинаковым сечением магнитопровода.
2. Исходя из постоянства магнитного потока вдоль всей цепи, определяются значения индукции для каждого  $i$ -го участка  $B_i = \frac{\Phi}{S_i}$ .
3. По кривой намагничивания для каждого значения  $B_i$  находятся напряженности  $H_i$  на ферромагнитных участках; напряженность поля в воздушном зазоре определяется согласно

$$H_{\delta} = \frac{B_{\delta}}{\mu_0} = 0,796 \cdot 10^6 \text{ Вб.}$$

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## «Прямая» задача для неразветвленной магнитной цепи



4. По второму закону Кирхгофа для магнитной цепи определяется искомая НС путем суммирования падений магнитного напряжения вдоль контура:

$$F = Iw = \sum H_i l_i + H_\delta \delta,$$

где  $\delta$  - длина воздушного зазора.

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## «Прямая» задача для разветвленной магнитной цепи

Расчет разветвленных магнитных цепей основан на совместном применении первого и второго законов Кирхгофа для магнитных цепей.

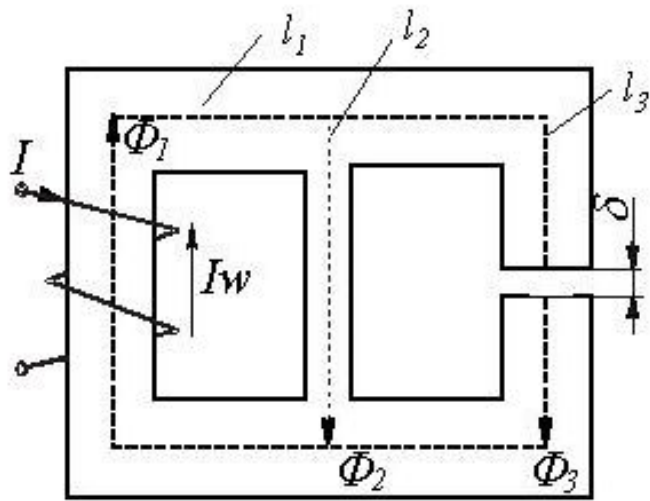
Последовательность решения задач данного типа в целом соответствует рассмотренному выше алгоритму решения “прямой” задачи для неразветвленной цепи.

В качестве примера анализа разветвленной магнитной цепи при заданных геометрии магнитной цепи на рисунке 2 и характеристике  $B(H)$  ферромагнитного сердечника определим НС  $F = Iw$ , необходимую для создания в воздушном зазоре индукции  $B_0$ .



# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## «Прямая» задача для разветвленной магнитной цепи



Алгоритм решения задачи следующий.

1. Задаем положительные направления магнитных потоков в стержнях магнитопровода (рисунок 2).

2. Определяем напряженность в воздушном зазоре  $H_{\delta} = \frac{B_{\delta}}{\mu_0}$  и по зависимости  $B(H)$  для

$B_3 = B_{\delta}$  - значение  $H_3$ .

3. По второму закону Кирхгофа для правого контура можно записать

$$H_3 l_3 + H_{\delta} l_{\delta} - H_2 l_2 = 0,$$

откуда находим  $H_2$  и по зависимости  $B(H)$  -  $B_2$ .

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## «Прямая» задача для разветвленной магнитной цепи

4. В соответствии с первым законом Кирхгофа  $\Phi_1 = B_2 S_2 + B_3 S_3$ . Тогда  $B_1 = \Phi_1 / S_1$ , и по зависимости  $B(H)$  определяем  $H_1$ .

5. В соответствии со вторым законом Кирхгофа получаем искомую НС

$$F_1 = H_1 l_1 + H_2 l_2.$$

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## Графические методы расчета

Графическими методами решаются задачи второго типа - “обратные” задачи. При этом в качестве исходных данных для расчета заданы конфигурация и геометрические размеры магнитной цепи, кривая намагничивания ферромагнитного материала, а также НС обмоток. Требуется найти значения потоков (индукций) на отдельных участках магнитопровода. Данные методы основаны на графическом представлении вебер-амперных характеристик участков магнитной цепи с последующим решением алгебраических уравнений, записанных по законам Кирхгофа, с помощью соответствующих графических построений.

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## “Обратная” задача для неразветвленной магнитной цепи

Решение задач подобного типа осуществляется в следующей последовательности.

1. Задаются значениями потока и определяют для них НС  $F = \sum Hl$ , как при решении “прямой” задачи. При этом следует стремиться подобрать два достаточно близких значения потока, чтобы получить  $Hl$ , несколько меньшую и несколько большую заданной величины НС.

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## «Обратная» задача для неразветвленной магнитной цепи

2. По полученным данным строится часть характеристики  $\Phi(\sum Hl)$  магнитной цепи (вблизи заданного значения НС), и по ней определяется поток, соответствующий заданной величине НС. При расчете неразветвленных магнитных цепей, содержащих воздушные зазоры, удобно использовать метод пересечений, при котором искомое решение определяется точкой пересечения нелинейной вебер-амперной характеристики нелинейной части цепи и линейной характеристики линейного участка, строящейся на основании уравнения

$$\sum Hl = \sum Iw - \sum H_{\delta}\delta = \sum Iw - \Phi \sum R_{M\delta}$$

где  $R_{M\delta} = \delta/(\mu_0 S_{\delta})$  - магнитное сопротивление воздушного зазора.

# **Магнитные цепи постоянного и переменного тока**

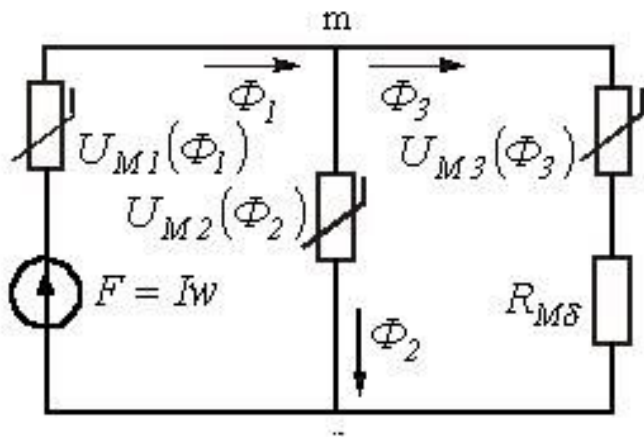
## **«Обратная» задача для разветвленной магнитной цепи**

Замена магнитной цепи эквивалентной электрической схемой замещения (на рисунке 3 представлена схема замещения магнитной цепи рисунка 2) позволяет решать задачи данного типа с использованием всех графических методов и приемов, применяемых при анализе аналогичных нелинейных электрических цепей постоянного тока.

В этом случае при расчете магнитных цепей, содержащих два узла (такую конфигурацию имеет большое число используемых на практике магнитопроводов), широко используется метод двух узлов. Идея решения данным методом аналогична рассмотренной для нелинейных резистивных цепей постоянного тока и заключается в следующем.

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

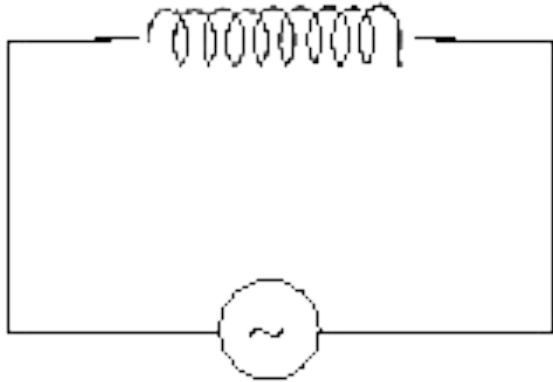
## «Обратная» задача для разветвленной магнитной цепи



1. Вычисляются зависимости  $\Phi_i(U_{Mtn})$  потоков во всех  $i$ -х ветвях магнитной цепи в функции общей величины - магнитного напряжения  $U_{Mtn}$  между узлами  $m$  и  $n$ .
2. Определяется, в какой точке графически реализуется первый закон Кирхгофа  $\sum \Phi_i(U_{Mtn}) = 0$ . Соответствующие данной точке потоки являются решением задачи.

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## Дроссель (индуктивность) в цепи переменного тока



Пусть в цепи кроме источника периодически изменяющейся электродвижущей силы имеется индуктивность, сосредоточенная в катушке (рисунок). Переменный ток в катушке индуктивности приводит к возникновению электродвижущей силы самоиндукции. Согласно закону Ома

$$IR = \varepsilon + \varepsilon_s.$$



# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## Дроссель (индуктивность) в цепи переменного тока

В рассматриваемом случае  $R = 0$ , а  $\varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt}$ . Приложенное напряжение в точности уравновешивается электродвижущей силой самоиндукции. Если сила тока в цепи  $I = I_0 \sin \omega t$ , то падение напряжения на индуктивности равно

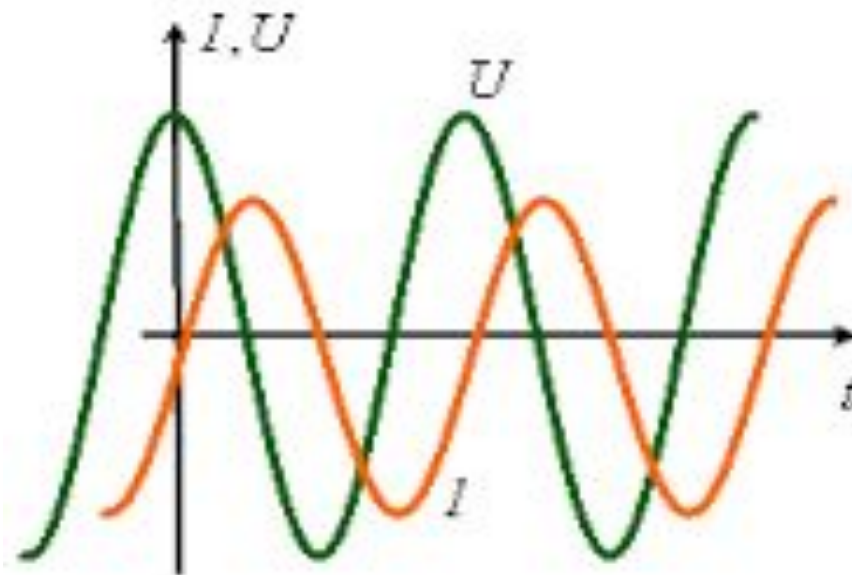
$$U_L = L \frac{dI}{dt} = I_0 \omega L \cos \omega t = I_0 \omega L \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = U_0 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right),$$

где  $U_0 = I_0 \omega L$ .

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## Дроссель (индуктивность) в цепи переменного тока

Таким образом, напряжение на индуктивности изменяется по периодическому закону с амплитудой  $U_0 = I_0 \omega L$ , но колебания напряжения на индуктивности опережают по фазе колебания тока на  $\frac{\pi}{2}$ . Зависимости силы тока и напряжения на индуктивности от времени представлены на рис. 5.



# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

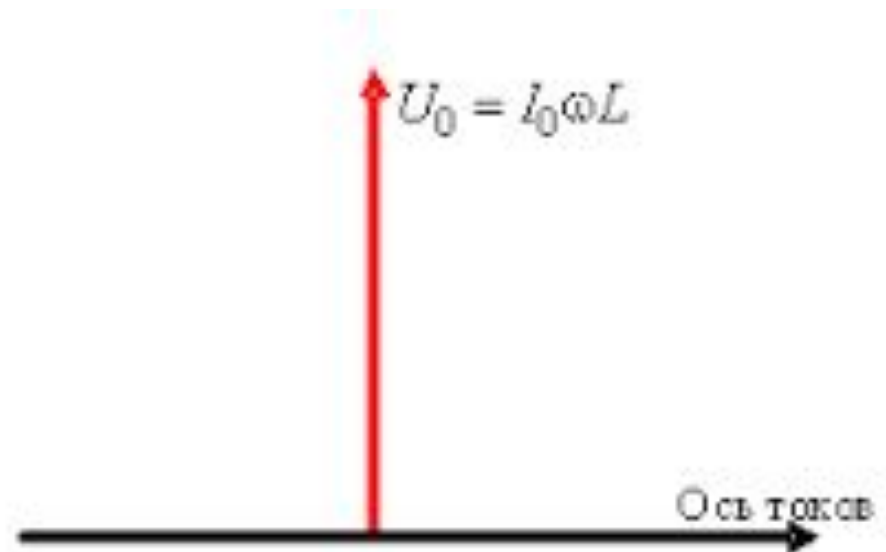
## Дроссель (индуктивность) в цепи переменного тока

Физическая причина возникновения разности фаз между током и напряжением на индуктивности заключается в следующем. При нарастании тока в катушке индуктивности возникает индукционный ток, который в этом случае будет направлен, согласно правилу Ленца, навстречу основному току. Поэтому изменение тока будет отставать по фазе от изменения напряжения. Сравнивая выражение для  $U_0$  с законом Ома, можно видеть, что величина  $Z_L = \omega L$  играет роль сопротивления. Его принято называть индуктивным сопротивлением. Индуктивное сопротивление зависит от частоты, поэтому при больших частотах даже малые индуктивности могут представлять большие сопротивления для переменных токов. Для постоянного тока индуктивность не является сопротивлением.

# Магнитные цепи постоянного и переменного тока

## Дроссель (индуктивность) в цепи переменного тока

На векторной диаграмме (рис. 6) вектор, соответствующий колебаниям напряжения на индуктивности, повернут на  $\frac{\pi}{2}$  относительно оси токов, длина его равна амплитуде  $U_0 = I_0 \omega L$ .



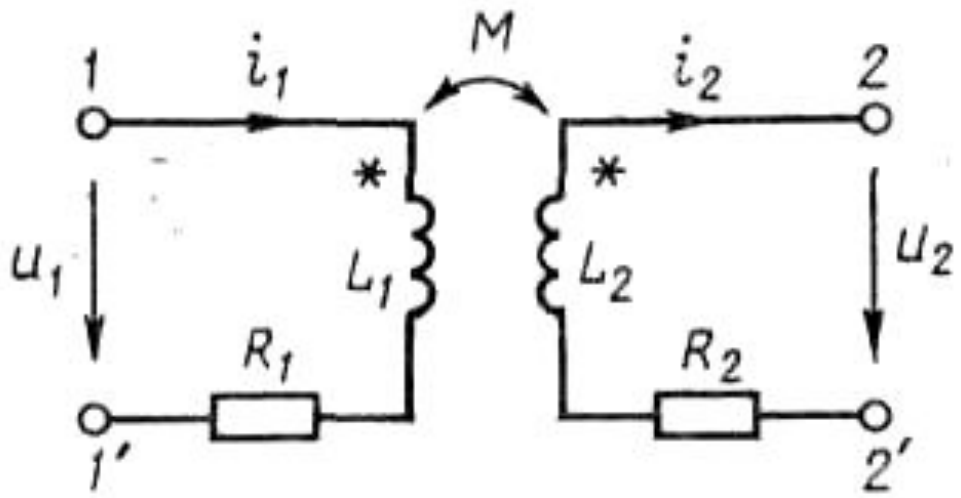
# **Магнитные цепи постоянного и переменного тока**

## **Дроссель (индуктивность) в цепи переменного тока**

Индуктивное сопротивление используется для устройства дросселей, представляющих собой проволочные катушки, вводимые в цепь переменного тока. Введение дросселей позволяет регулировать силу тока, при этом не происходит дополнительных потерь энергии, связанных с выделением тепла согласно закону Джоуля–Ленца.

**Трансформатор** - устройство для передачи энергии из одной части электрической цепи в другую, основанное на использовании явления взаимной индукции.

При встречном направлении токов



$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$-u_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

Уравнения трансформатора в комплексной форме

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= (R_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 \\ -\dot{U}_2 &= (R_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1\end{aligned}$$

**Ток намагничивания** - ток, потребляемый трансформатором от источника в режиме холостого хода на выходе

$$\dot{I}_m = \dot{I}_1 \Big|_{I_2=0} = \frac{\dot{U}_1}{R_1 + j\omega L_1}$$

При  $\dot{U}_1, \omega - const$      $\uparrow L_1 \rightarrow I_m \downarrow$

## Коэффициент передачи по напряжению

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{j\omega M Z_H}{(R_1 + j\omega L_1)(R_2 + j\omega L_2 + Z_H) + \omega^2 M^2}$$

Пренебрегая потерями в обмотках  $R_1 = R_2 = 0$

Условие постоянства коэффициента передачи в широкой полосе частот

$$k_m = 1 \quad M = \sqrt{L_1 L_2}$$

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{M}{L_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{n}$$

Коэффициент трансформации



Коэффициент  
передачи по току

$$\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{j\omega M}{R_2 + j\omega L_2 + Z_H}$$

Условие постоянства коэффициента  
передачи в широкой полосе частот

$$L_2 \rightarrow \infty$$

Если

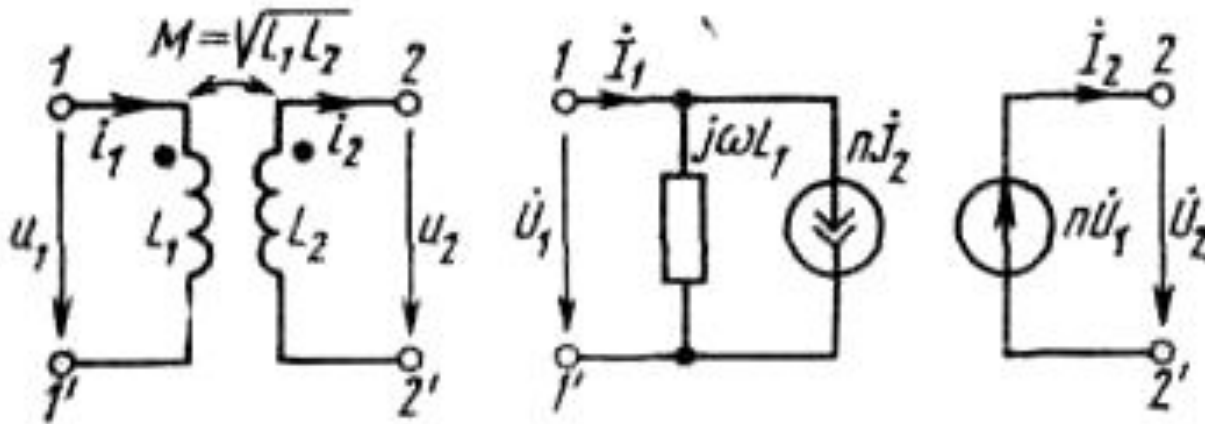
$$k_M = 1$$

$$\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{M}{L_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = n$$

# Совершенный трансформатор

идеализированный четырехполюсный элемент, представляющий собой две связанные индуктивности с коэффициентом связи, равным единице.

отсутствуют потоки рассеяния и не происходит запасания энергии в электрическом поле или преобразования электрической энергии и в другие виды энергии.



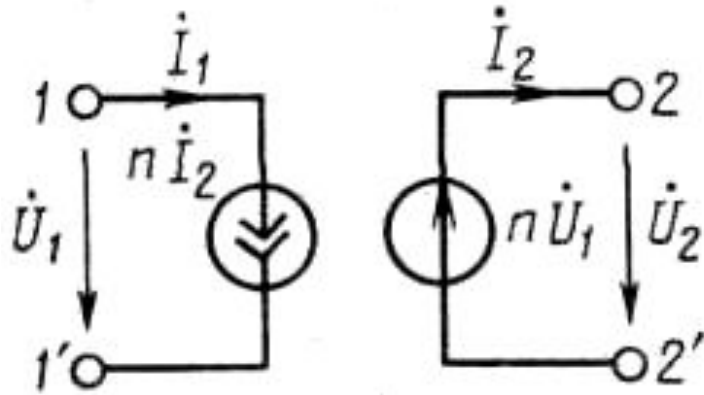
$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_2}{n}$$

$$\dot{I}_1 = n\dot{I}_2 + \dot{I}_m$$

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_1}{j\omega L_1}$$

# Идеальный трансформатор

- совершенный трансформатор, ток намагничивания которого равен нулю



$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_2}{n} \quad \dot{I}_1 = n\dot{I}_2$$

$$Z_{BX} = \frac{Z_H}{n^2}$$

- Коэффициенты передачи не зависят от сопротивления нагрузки
- Напряжение и ток первичной обмотки имеют такие же начальные и мгновенные фазы, как соответственно напряжение и ток вторичной обмотки, и отличаются от них только по амплитуде.
- К.п.д. идеального трансформатора равен единице
- Входное сопротивление идеального трансформатора имеет такой же характер, как и сопротивление нагрузки, и отличается от него по модулю в  $n^2$  раз, что используется для согласования сопротивления источника энергии с нагрузкой

# Реальный трансформатор

- Происходят потери энергии
- Характеризуется в ряде случаев значительными паразитными емкостями,
- Индуктивность обмоток имеет конечное значение
- Потоки рассеяния не равны нулю
- Для приближения его свойств к свойствам идеального трансформатора обмотки трансформатора размещают на ферромагнитном сердечнике с высоким значением эффективной магнитной проницаемости.
- Рациональным выбором материалов и конструкции трансформатора добиваются уменьшения межвитковых и межобмоточных емкостей и снижения всех видов потерь энергии.