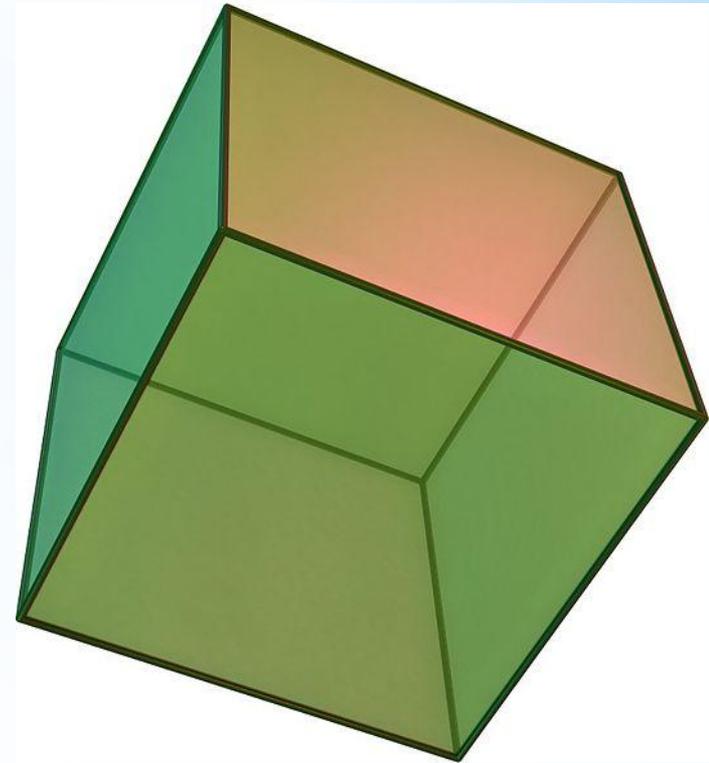


# \*Стереометрия

Теория

## Параллелепипед

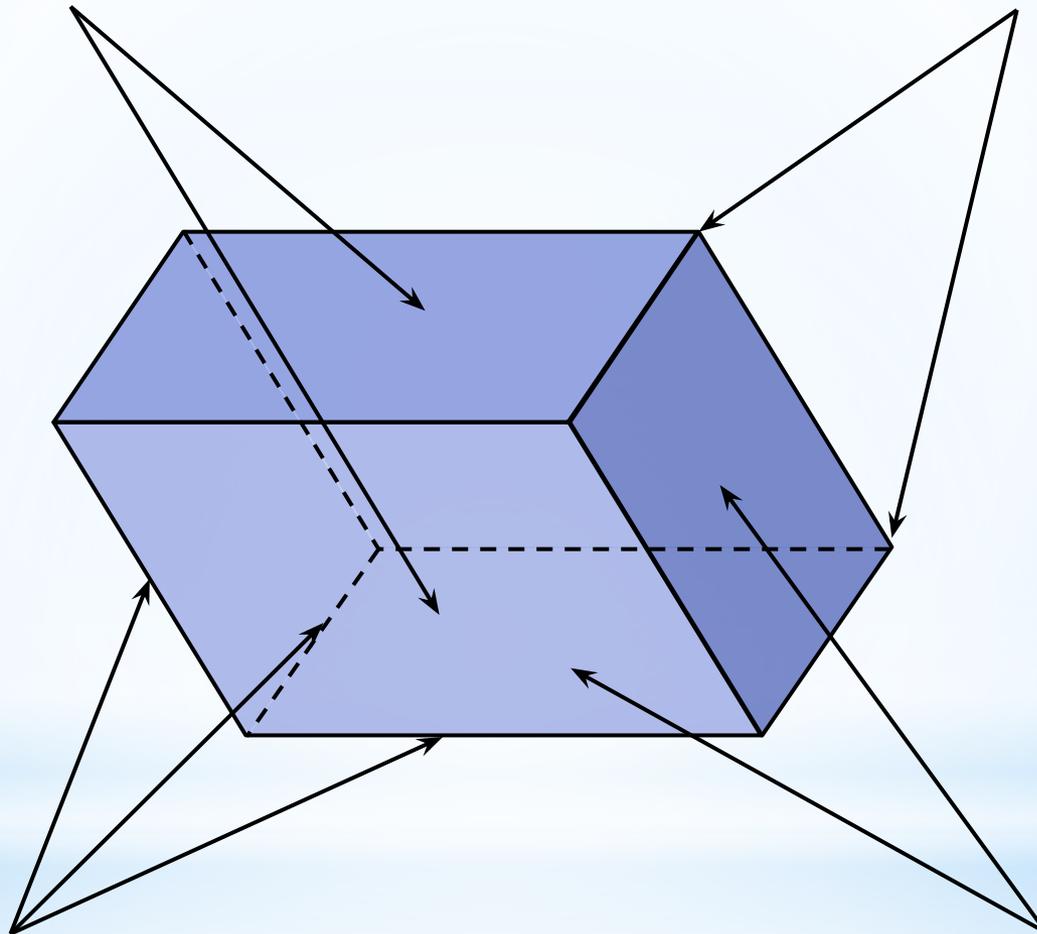
четырехугольная  
призма, основаниями  
которой являются  
параллелограммы.



Все шесть граней  
параллелепипеда-  
параллелограммы.

**Основания (2)**

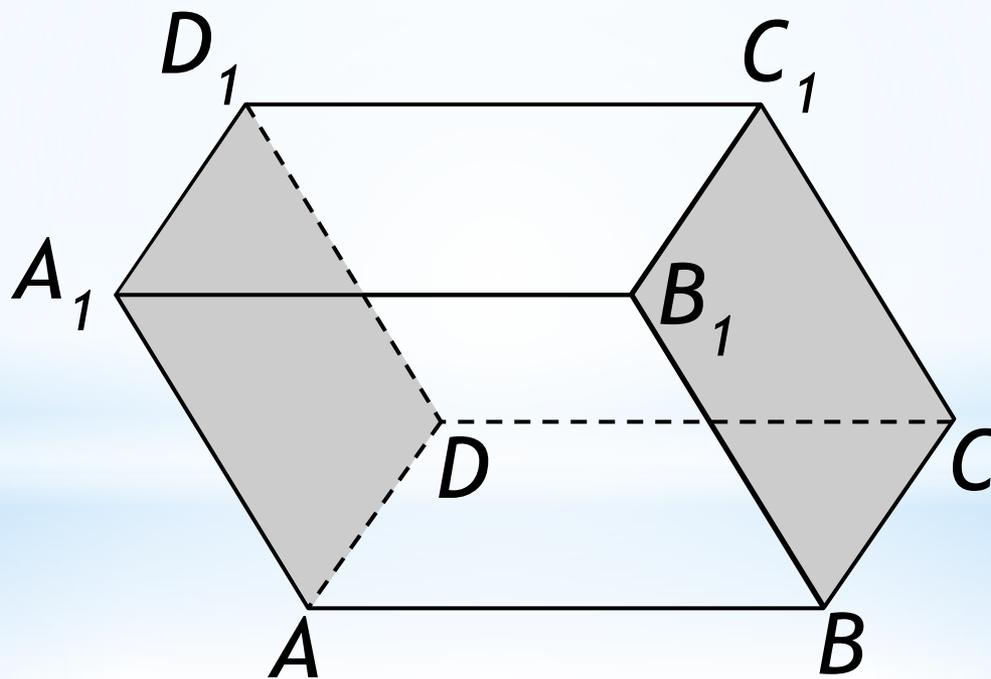
**Вершины (8)**



**Ребра (12)**

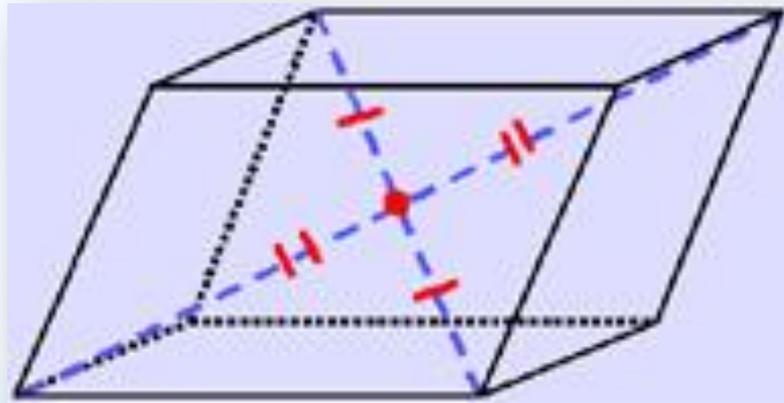
**Боковые грани (4)**

*Противоположные грани  
параллелепипеда параллельны и равны*



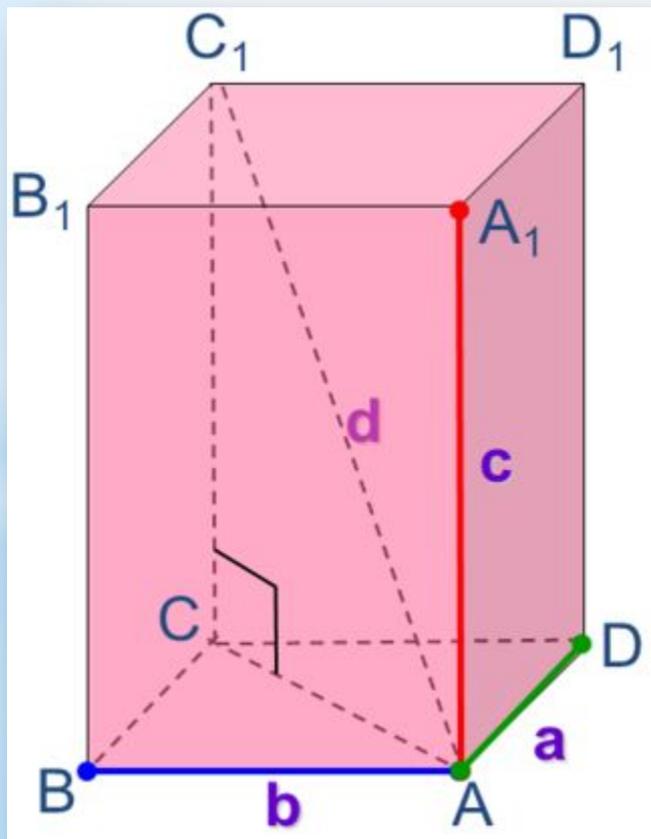
# СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА (1)

*Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам*



# СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА (2)

*Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.*



$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

# СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА (3)

*Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений.*

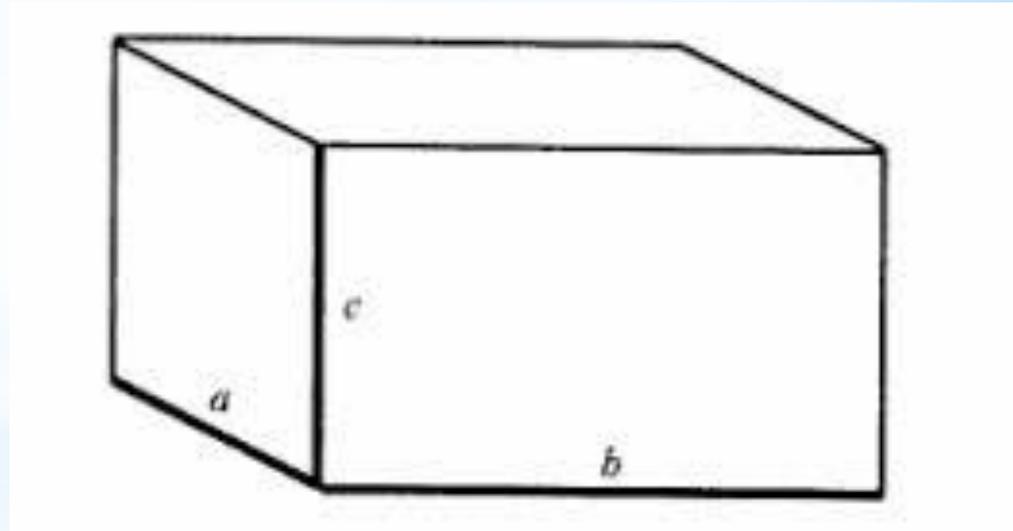
$$V = abc$$

**V** - объем

**a** - ширина

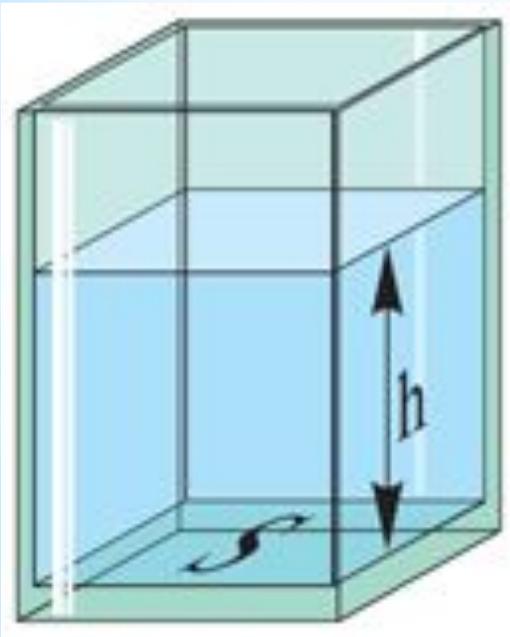
**b** - длина

**c** - высота



# СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА (4)

*Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.*



$$V = Sh$$

**V** – объем

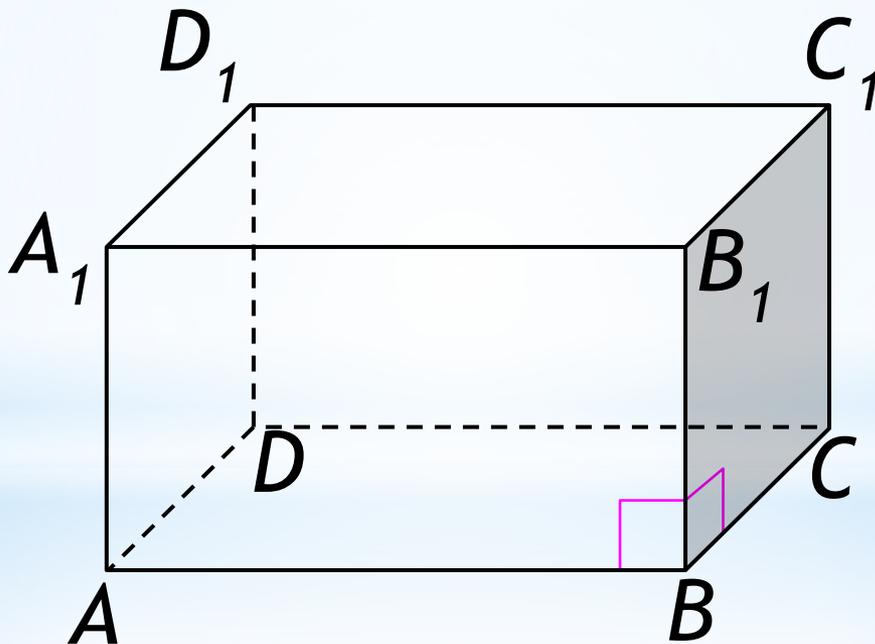
**S** – площадь

основания

**h** – высота

# ПРЯМОЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

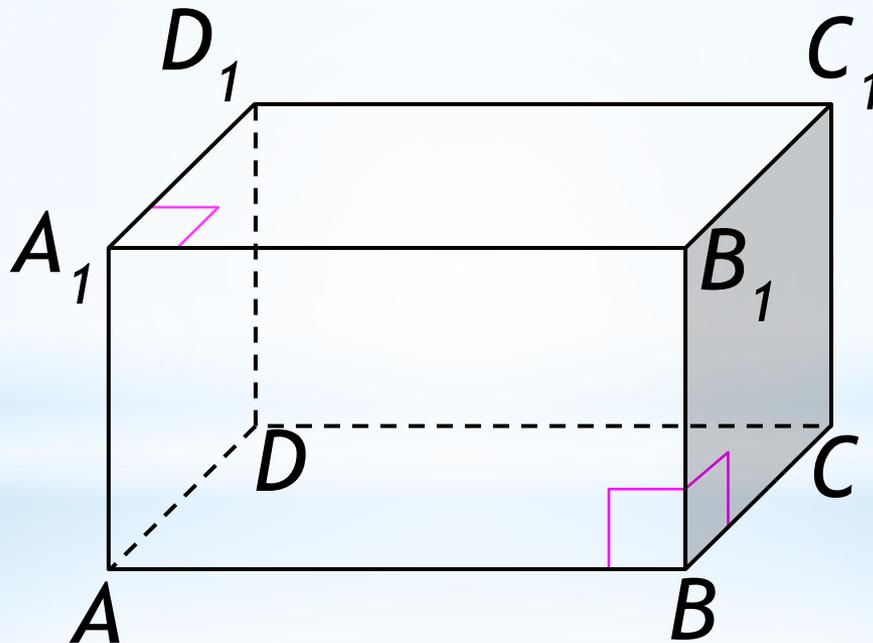
Если боковые ребра параллелепипеда перпендикулярны плоскости основания, то такой параллелепипед называется *прямым*



*боковые грани – прямоугольники*

# ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

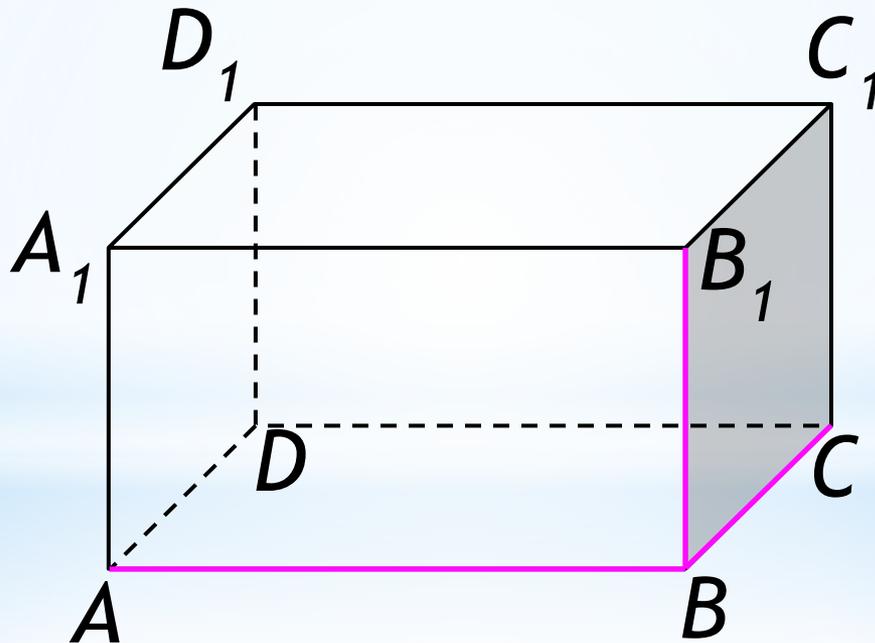
Прямой параллелепипед, основания которого являются прямоугольниками называется **прямоугольным**



*все грани – прямоугольники*

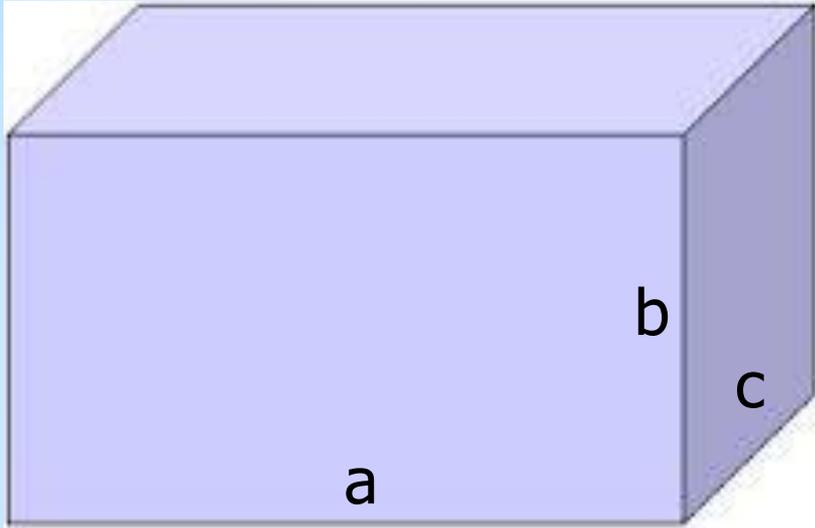
# ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

Длины трех ребер, имеющих общую вершину, назовем *измерениями* прямоугольного параллелепипеда



*длина, ширина и высота*

# \* Площадь поверхности



$$* S = 2(ac + ab + bc)$$

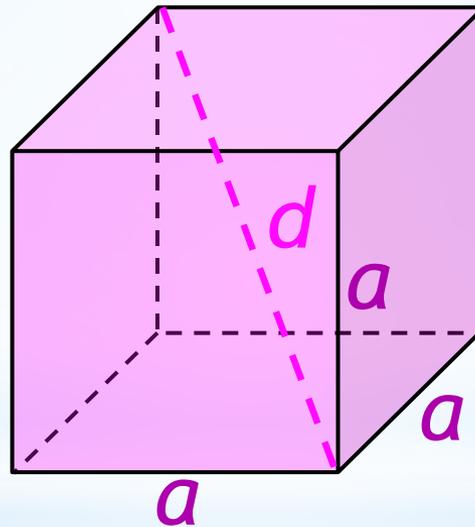
**Площадь поверхности** прямоугольного **параллелепипеда** равна удвоенной сумме **площадей** трех граней этого **параллелепипеда**.

# КУБ

Прямоугольный параллелепипед, все грани которого - равные квадраты называется **кубом**

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$d^2 = a^2 + a^2 + a^2$$

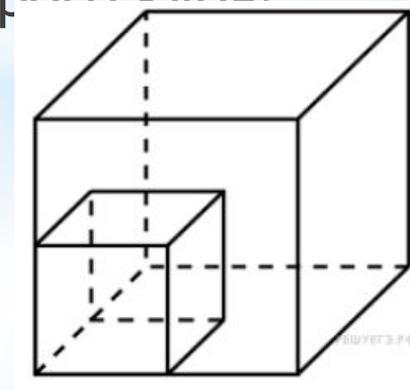


$$d = a\sqrt{3}$$

*все грани – равные квадраты*

# \*Задачи

- \* Площадь поверхности куба равна 18. Найдите его диагональ.
- \* Объем куба равен 8. Найдите площадь его поверхности.
- \* Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в три раза?
- \* Объем одного куба в 8 раз больше объема другого куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?



\* Объемы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия.

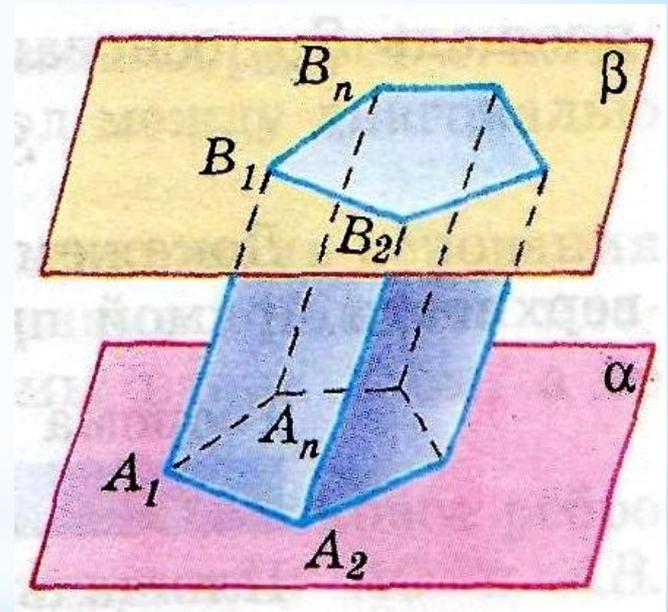
\* Площади поверхностей подобных тел относятся как квадрат коэффициента подобия.

# \* Задачи

- \* Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.
- \* Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 12. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 4. Найдите объем параллелепипеда.
- \* Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 4. Диагональ параллелепипеда равна 6. Найдите объем параллелепипеда.

# \* Определение призмы:

\* Призма — многогранник, две грани которого (основания) — равные многоугольники, лежащие в параллельных плоскостях, а боковые грани — параллелограммы.



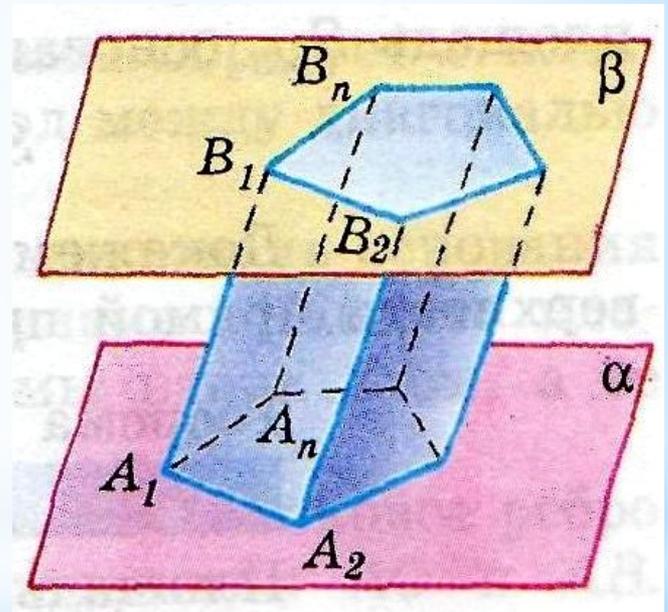
# \* Определение призмы:

$A_1A_2\dots A_nB_1B_2B_n$  – *призма*

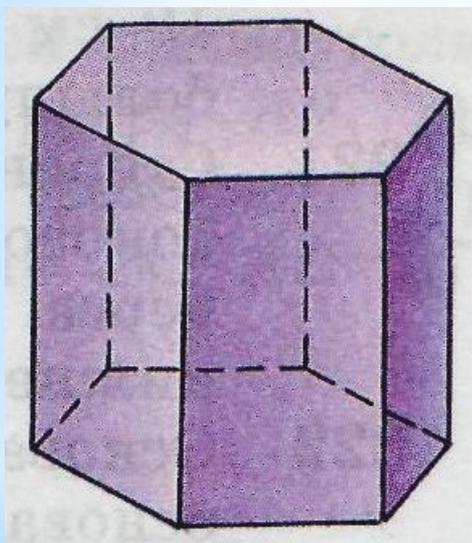
Многоугольники  $A_1A_2\dots A_n$   
и  $B_1B_2\dots B_n$  – *основания*  
*призмы*

Параллелограммы  
 $A_1A_2B_2B_1, A_1A_2B_2B_1, \dots$   
 $A_nA_1B_1B_n$  – *боковые*  
*грани*

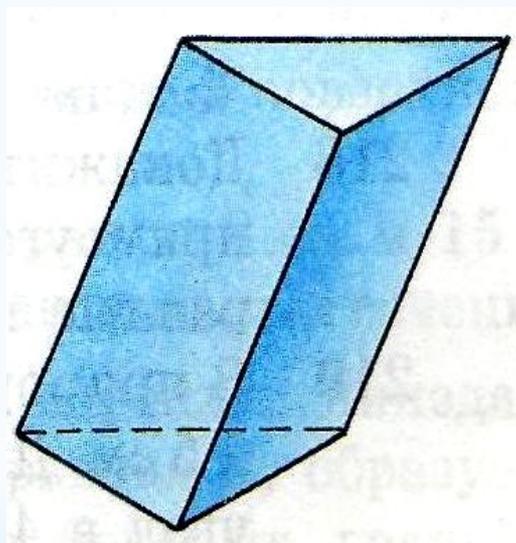
Отрезки  $A_1B_1, A_2B_2\dots A_nB_n$   
– *боковые ребра призмы*



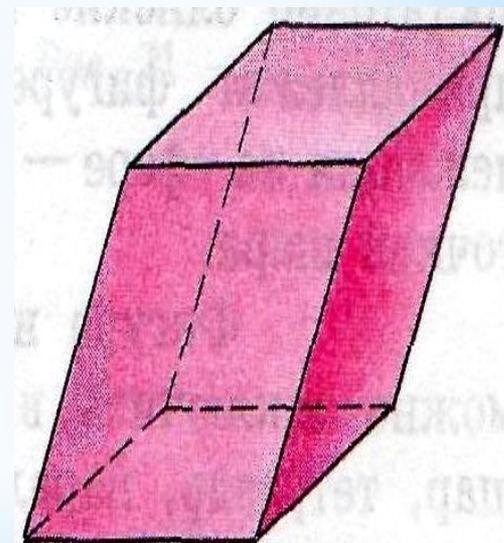
# \* Виды призм



Шестиугольная  
призма



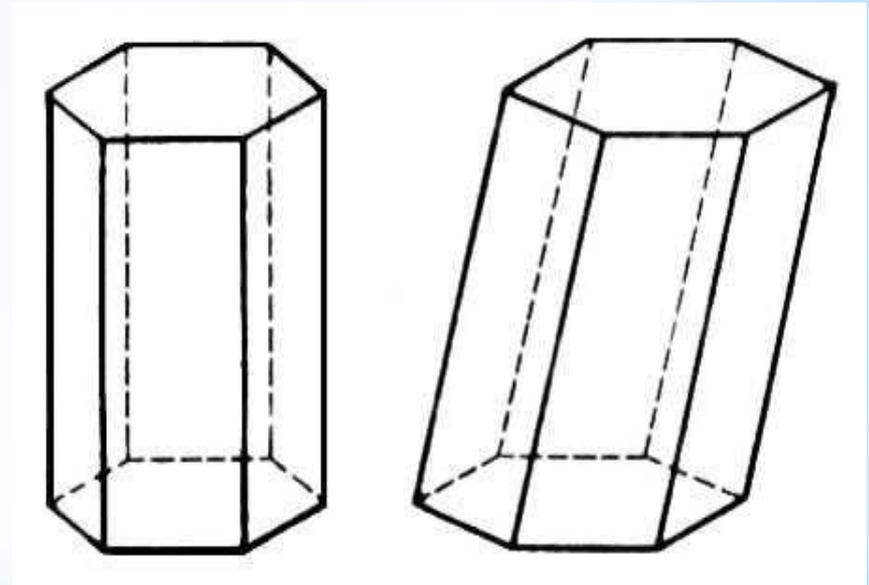
Треугольная  
призма



Четырехугольная  
призма

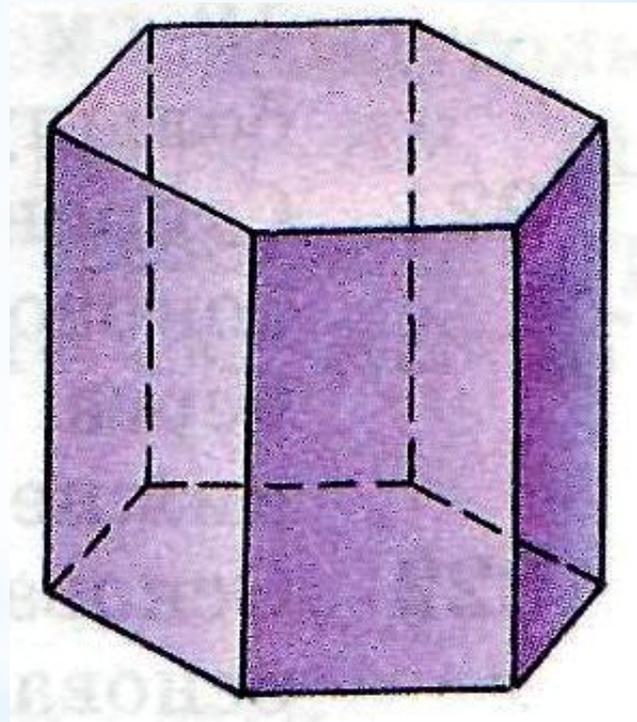
# \* Наклонная и прямая призма

Если боковые ребра призмы перпендикулярны основаниям то призма называется *прямой*, в противном случае — *наклонной*.



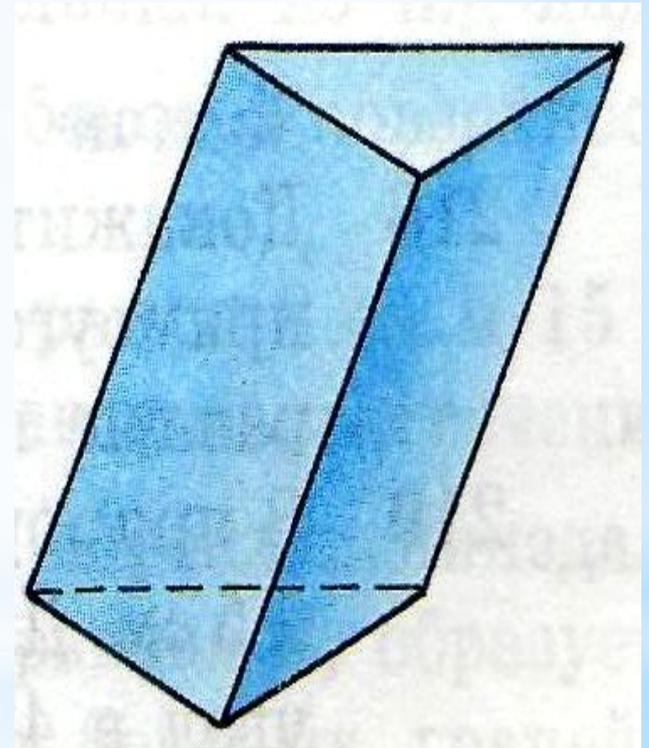
# \* Правильная призма

Призма называется *правильной*, если она прямая и ее основания - правильные многоугольники.



# \* Площадь полной поверхности призмы

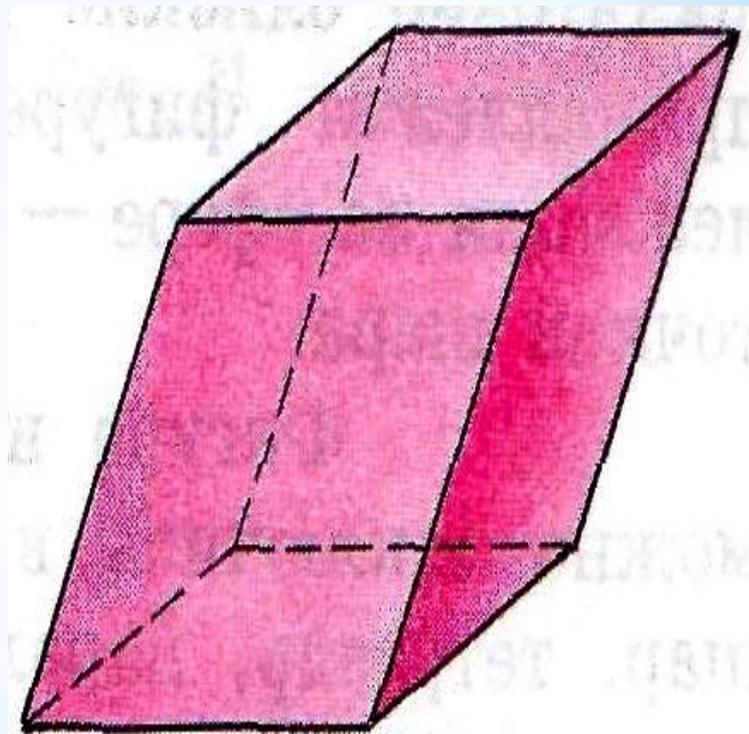
$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}.$$



# \* Площадь боковой поверхности призмы

## Теорема

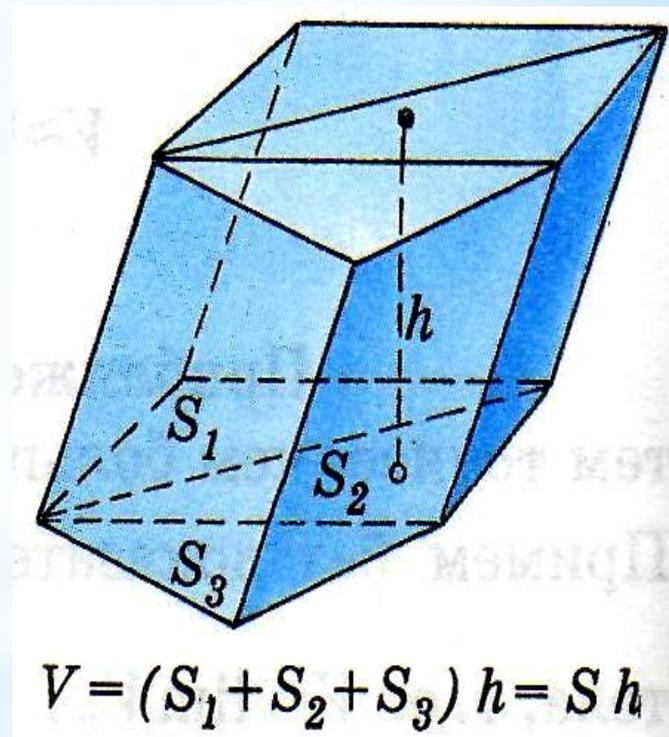
Площадь боковой поверхности прямой призмы равна половине произведения периметра основания на высоту призмы.



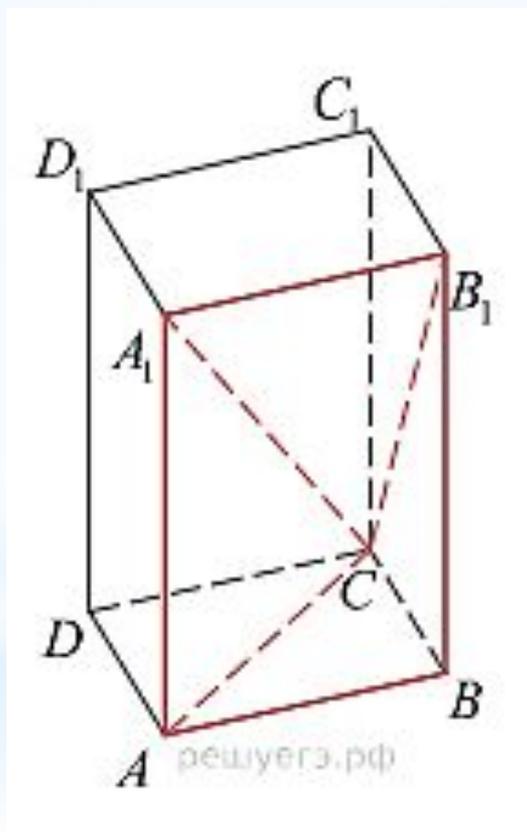
# \* Объем наклонной призмы

## Теорема

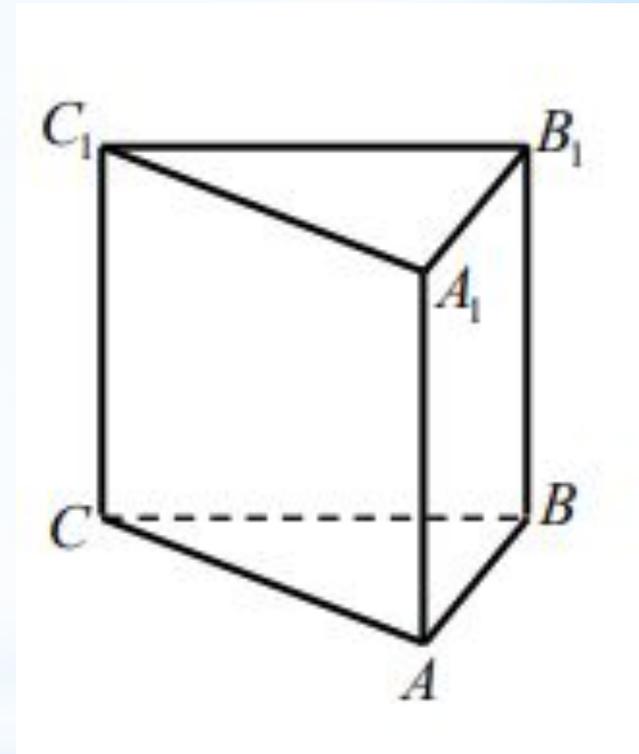
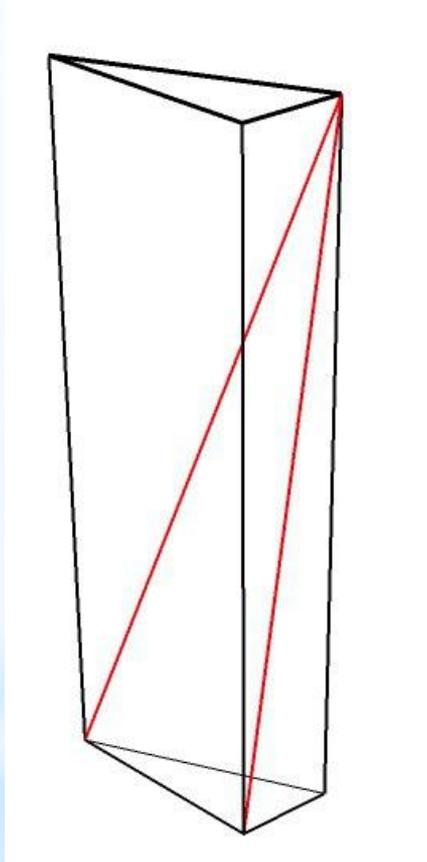
Объем наклонной призмы равен произведению площади основания на высоту.



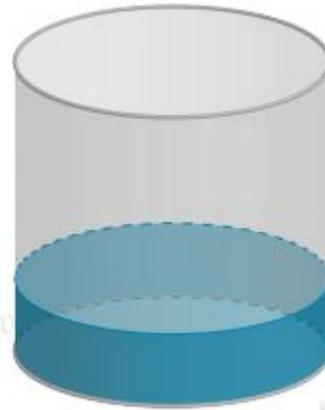
- \* Дана правильная четырёхугольная призма  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  площадь основания которой равна 8, а боковое ребро равно 6. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $ABCA_1 B_1$  \*



- \* Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины  $A$ ,  $C$ ,  $A_1$ ,  $B_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ . Площадь основания призмы равна 9, а боковое ребро равно 4.



В сосуд цилиндрической формы налили  $1000 \text{ см}^3$  жидкости, при этом уровень жидкости в сосуде достиг  $15 \text{ см}$ . После того, как в жидкость полностью погрузили деталь, уровень жидкости поднялся на  $9 \text{ см}$ . Чему равен объем погруженной детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .



\* В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй сосуд, диаметр которого в 4 раза больше первого? Ответ выразите в см.