



СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ

8 класс

Общие сведения

Система счисления - это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел.

Цифры - знаки, при помощи которых записываются числа.

Алфавит системы счисления - совокупность цифр.

Простейшая и самая древняя система - **унарная** система счисления. В ней для записи любых чисел используется всего один символ - палочка, узелок, зарубка, камушек.

Система счисления называется **непозиционной**, если количественный эквивалент (количественное значение) цифры в числе не зависит от её положения в записи числа.

Система счисления называется **позиционной**, если количественный эквивалент цифры в числе зависит от её положения в записи числа.

Основание позиционной системы счисления равно количеству цифр, составляющих её алфавит.

Узловые и алгоритмические числа

Узловые числа обозначаются цифрами.



Римская система счисления

1	I	100	C
5	V	500	D
10	X	1000	M
50	L		

Десятичная система счисления

Цифры **1234567890** сложились в Индии около **400 г. н. э.**



Арабы стали пользоваться подобной нумерацией около **800 г. н. э.**

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۰

Примерно в **1200 г. н. э.** эту нумерацию начали применять в Европе.



Основная формула

В позиционной системе счисления с основанием q любое число может быть представлено в виде:

$$A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$$

Здесь:

A — число;

q — основание системы счисления;

a_i — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

n — количество целых разрядов числа;

m — количество дробных разрядов числа;

q^i — «вес» i -го разряда.

Такая запись числа называется **развёрнутой формой записи**.

Развёрнутая форма

$$A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$$

Примеры записи чисел в развёрнутой форме:

$$2012 = 2 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

$$0,125 = 1 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3}$$

$$14351,1 = 1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 1 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1}$$

Устное повторение:

1. Где применяется двоичная система счисления?
2. Каков ее алфавит и основание?
3. Как записать двоичное число в развернутой форме?

Двоичная система счисления

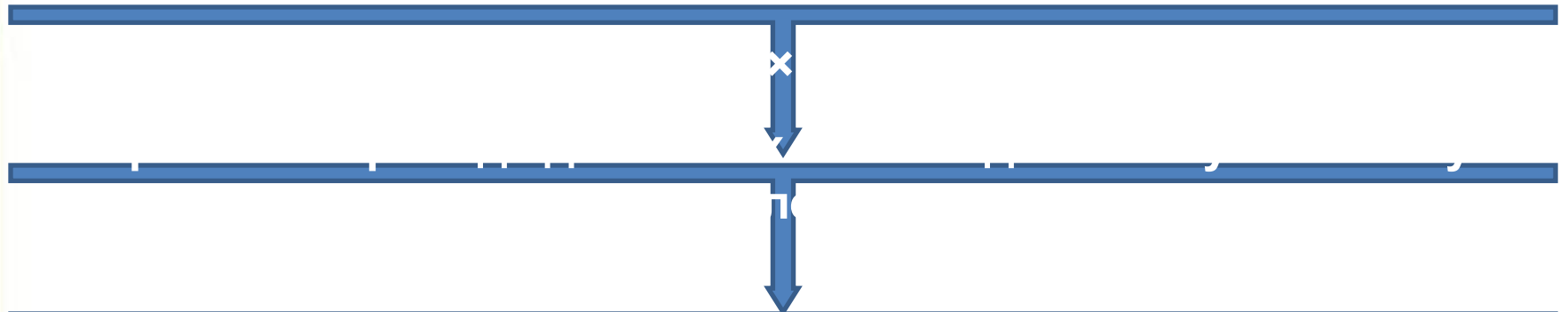
Двоичной системой счисления называется позиционная система счисления с основанием 2.

Двоичный алфавит: 0 и 1.

Для целых двоичных чисел можно записать:

$$a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0 = a_{n-1} \times 2^{n-1} + a_{n-2} \times 2^{n-2} + \dots + a_0 \times 2^0$$

Например:



Вычислить сумму степеней двойки, соответствующих единицам в свернутой форме записи двоичного числа

Стригання бітів вимагає виконання ПК
на займатися процесом перетворення.

111011100010111000011111000000₂



7342703700₈

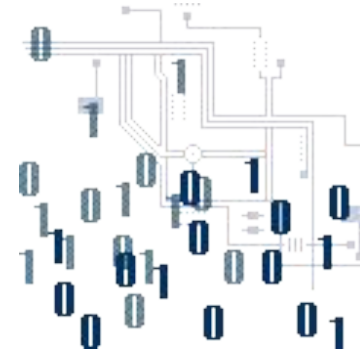


3B8B87C0₁₆

«Компьютерные» СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Двоичная система используется в компьютерной технике, так как:

- двоичные числа представляются в компьютере с помощью простых технических элементов с двумя устойчивыми состояниями;
- представление информации посредством только двух состояний надёжно и помехоустойчиво;
- двоичная арифметика наиболее проста;
- существует математический аппарат, обеспечивающий логические преобразования двоичных данных.



Двоичный код удобен для компьютера.

Человеку неудобно пользоваться длинными и однородными кодами. Специалисты заменяют двоичные коды на величины в восьмеричной или шестнадцатеричной системах счисления.

Восьмеричная система счисления

Восьмеричной системой счисления называется позиционная система счисления с основанием 8.

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

$$a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0 = a_{n-1}\times 8^{n-1} + a_{n-2}\times 8^{n-2} + \dots + a_0\times 8^0$$

Пример: $1063_8 = 1\times 8^3 + 0\times 8^2 + 6\times 8^1 + 3\times 8^0 = 563_{10}$.

Для перевода целого восьмеричного числа в десятичную систему счисления следует перейти к его развёрнутой записи и вычислить значение получившегося выражения.

Шестнадцатеричная система счисления

Основание: $q = 16$.

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

$$3AF_{16} = 3\times 16^2 + 10\times 16^1 + 15\times 16^0 = 768 + 160 + 15 = 943_{10}$$

Таблица соответствия 10-х, 2-х, 8-х и 16-х чисел от 0 до 16

Десятичная система	Двоичная система	Восьмеричная система	Шестнадцатеричная система
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12

Задания для выполнения на уроке

25. Запишите алфавиты следующих позиционных систем счисления:

Система счисления	Алфавит
Десятичная	
Восьмеричная	
Пятеричная	
Троичная	

26. Алфавиты каких позиционных систем счисления приведены ниже? Запишите их названия.

Алфавит	Система счисления
0, 1, 2, 3	
0, 1, 2, 3, 4, 5	
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B	

Самостоятельно выполнить задания

29. Вычислите десятичные эквиваленты следующих чисел.

Число	Десятичный эквивалент числа
2014_8	
2014_7	
2014_6	
2014_5	

Домашнее задание

33. Сравните числа.

Число 1	Знак	Число 2
8_{10}		8_9
10_{10}		10_9
18_{10}		18_9
10001_2		222_3
33_6		21_7