

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ

8 класс



Общие сведения

Система счисления - это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел.

Цифры - знаки, при помощи которых записываются числа. **Алфавит** системы счисления - совокупность цифр.

Простейшая и самая древняя система - унарная система счисления. В ней для записи любых чисел используется всего один символ - палочка, узелок, зарубка, камушек.

Система счисления называется *непозиционной*, если количественный эквивалент (количественное значение) цифры в числе не зависит от её положения в записи числа.

Система счисления называется **позиционной**, если количественный эквивалент цифры в числе зависит от её положения в записи числа.

Основание позиционной системы счисления равно количеству цифр, составляющих её алфавит.

Узловые и алгоритмические числа

Узловые числа обозначаются цифрами.

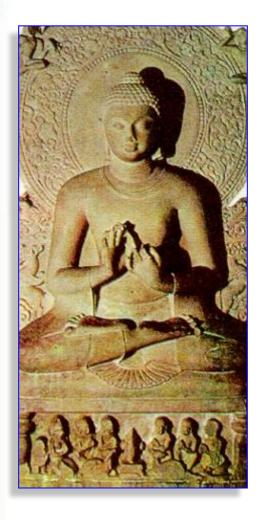


Римская система счисления

1	I	100	С
5	V	500	D
10	X	1000	M
50	L		

Десятичная система счисления

Цифры **1234567890** сложились в Индии около **400** г. н. э.



Арабы стали пользоваться подобной нумерацией около **800** г. н. э.

16VX20321

Примерно в **1200** г. н. э. эту нумерацию начали применять в Европе.



Основная формула

В позиционной системе счисления с основанием q любое число может быть представлено в виде:

$$A_q = \pm (a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + ... + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + ... + a_{-m} \times q^{-m})$$
 Здесь:

А — число;

q — основание системы счисления;

 a_i — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

n — количество целых разрядов числа;

т — количество дробных разрядов числа;

 q^i — «вес» i-го разряда.

Такая запись числа называется развёрнутой формой записи.

Развёрнутая форма

$$A_q = \pm (a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + ... + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + ... + a_{-m} \times q^{-m})$$

Примеры записи чисел в развёрнутой форме:

$$2012=2\times10^3 +0\times10^2 +1\times10^1 +2\times10^0$$

$$0,125=1\times10^{-1} + 2\times10^{-2} + 5\times10^{-3}$$

$$14351,1=1\times10^4 + 4\times10^3 + 3\times10^2 + 5\times10^1 + 1\times10^0 + 1\times10^{-1}$$

Устное повторение:

- 1. Где применяется двоичная система счисления?
- 2. Каков ее алфавит и основание?
- 3. Как записать двоичное число в развернутой форме?

Двоичная система счисления

Двоичной системой счисления называется позиционная система счисления с основанием **2**.

Двоичный алфавит: 0 и 1.

Для целых двоичных чисел можно записать:

$$\mathbf{a}_{\mathsf{n}-1}\mathbf{a}_{\mathsf{n}-2}...\mathbf{a}_{\mathsf{1}}\mathbf{a}_{\mathsf{0}} = \mathbf{a}_{\mathsf{n}-1} \times 2^{\mathsf{n}-1} + \mathbf{a}_{\mathsf{n}-2} \times 2^{\mathsf{n}-2} + ... + \mathbf{a}_{\mathsf{0}} \times 2^{\mathsf{0}}$$
 Например:

Вычислить сумму степеней двойки, соответствующих единицам в свёрнутой форме записи двоичного числа

Сколфлажаемифоб анойопиК названием висичитечибления.

111011100010111000011111000000,



7342703700₈



3B8B87C0₁₆

«Компьютерные» СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

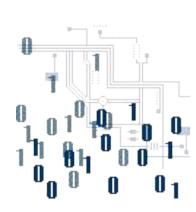
Двоичная система используется в компьютерной технике, так как:

- двоичные числа представляются в компьютере с помощью простых технических элементов с двумя устойчивыми состояниями;
- представление информации посредством только двух состояний надёжно и помехоустойчиво;
- двоичная арифметика наиболее проста;
- существует математический аппарат, обеспечивающий логические преобразования двоичных данных.



Двоичный код удобен для компьютера.

Человеку неудобно пользоваться длинными и однородными кодами. Специалисты заменяют двоичные коды на величины в восьмеричной или шестнадцатеричной системах счисления.



Восьмеричная СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Восьмеричной системой счисления называется позиционная система счисления с основанием 8.

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

$$a_{n-1}a_{n-2}...a_1a_0 = a_{n-1} \times 8^{n-1} + a_{n-2} \times 8^{n-2} + ... + a_0 \times 8^0$$

Пример: $1063_8 = 1 \times 8^3 + 0 \times 8^2 + 6 \times 8^1 + 3 \times 8^0 = 563_{10}$.

Для перевода целого восьмеричного числа в десятичную систему счисления следует перейти к его развёрнутой записи и вычислить значение получившегося выражения. Шестнадцатеричная СИСТЕМа

Основание: q = 16.

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

 $3AF_{16} = 3 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 15 \times 16^0 = 768 + 160 + 15 = 943_{10}$

Таблица соответствия 10-х, 2-х, 8-х и 16-х чисел от 0 до 16

Десятичная система	Двоичная система	Восьмеричная система	Шестнадцатеричная система
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	Α
11	1011	13	В
12	1100	14	С
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12

Задания для выполнения на уроке

25. Запишите алфавиты следующих позиционных систем счисления:

Система счисления	Алфавит
Десятичная	
Восьмеричная	
Пятеричная	
Троичная	

26. Алфавиты каких позиционных систем счисления приведены ниже? Запишите их названия.

Алфавит	Система счисления	
0, 1, 2, 3		
0, 1, 2, 3, 4, 5		
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8		
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B		

Самостоятельно выполнить задания

29. Вычислите десятичные эквиваленты следующих чисел.

Число	Десятичный эквивалент числа
2014 ₈	
2014 ₇	
2014 ₆	
2014 ₅	

Домашнее задание

33. Сравните числа.

Число 1	Знак	Число 2
8 ₁₀		89
1010		109
18 ₁₀		189
100012		2223
336	3	21,